

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное
автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
"Южный федеральный университет"**

А. Б. Колпачев
О. В. Колпачева

ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

**Конспект лекций
Часть 1**

Таганрог 2013

ББК

К

УДК *****

Рецензенты:

кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой теоретической, общей физики и технологии Таганрогского государственного педагогического института им. А.П.Чехова
Кихтенко С.Н.,

кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики Донского государственного технического университета
Бажин И.В.

Колпачёв А.Б., Колпачёва О.В.

Волновая оптика. Конспект лекций. Часть 1. Учебное пособие к изучению курса физики. – Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2013. – 86 с.

Учебное пособие содержит изложение разделов волновой оптики, касающихся явлений преломления, отражения и поляризации световых волн.

Пособие предназначено для студентов ЮФУ, обучающихся по направлениям «Приборостроение», «Электронная техника, радиотехника и связь», «Электроника и наноэлектроника», «Информационная безопасность».

Ил.: 33. Библиогр.: 11 назв.

ISBN

© Колпачев А.Б., 2013

© Колпачева О.В., 2013

Введение

Предлагаемое вашему вниманию пособие посвящено одному из важнейших разделов физики – оптике, и, в частности, электромагнитной теории света. Согласно этой теории, свет представляет собой электромагнитные волны, переменные электромагнитные поля, распространяющиеся в вакууме со скоростью $c = 299793$ км/с. Видимому свету соответствует диапазон длин волн в интервале от 0,38 до 0,76 мкм. Одновременно свет можно рассматривать и как поток частиц – фотонов. В этом состоит принцип корпускулярно-волнового дуализма света.

В нашем пособии мы рассмотрим основополагающие принципы волновой оптики, не касаясь корпускулярных свойств света. Возможно, этому следует посвятить отдельное пособие. Все основные свойства света, преломление и отражение, поляризация, интерференция и дифракция будут рассмотрены с точки зрения волновой теории и свойств электромагнитных волн. В связи с этим некоторые важные разделы оптики не нашли отражения в данном пособии. Главным образом это относится к лучевой оптике.

В курсе физике для инженеров, при существенно ограниченном объеме времени, невозможно рассмотреть все аспекты столь обширного раздела физики, как оптика. В нашем пособии мы поставили задачу изложить основы волновой оптики, рассмотреть их связь с теорией электромагнитного поля, тем самым заложить фундамент для более подробного и глубокого изучения оптики и ее приложений в многочисленных специальных курсах с физическим содержанием, читаемых студентам в процессе их специализации.

Более подробно и глубоко волновой подход к объяснению оптических явлений рассмотрен в учебнике [1] и монографии [2]. При изложении материала в пособии мы во многом следовали логике этих книг. Вопросы, связанные с электромагнитными волнами, рассмотрены в книге [3]. Подробное и практически

всестороннее изложение курса оптики можно найти в хорошо зарекомендовавших себя учебниках [4 – 8]. За развитием учения о свете можно проследить в книге [9].

Предлагаемое пособие также можно рассматривать, как дополнение к серии учебных пособий по физике, изданных в ТРТУ ТИ ЮФУ в двухтысячных годах. Его можно считать логическим продолжением пособия А.С. Уколова [10] и существенным дополнением к пособию Н.Н. Заичкина [11].

Наше пособие, разумеется, не заменит студентам вдумчивой и систематической работы с учебниками, в которых материал по причине их значительно большего объема изложен более подробно и основательно. Однако, мы надеемся, что оно поможет качественно подготовиться к сдаче зачетов и экзаменов.

1. Электромагнитные волны.

1.1. Уравнения Максвелла и волновое уравнение.

В первом разделе нашего пособия мы покажем, что из самых фундаментальных свойств электромагнитного поля, описываемых уравнениями Максвелла, вытекает возможность существования электромагнитных волн, электромагнитных колебаний, распространяющихся в пространстве, а также рассмотрим некоторые свойства электромагнитных волн.

Итак, электромагнитное поле описывается уравнениями Максвелла:

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \vec{B} = 0, \\ \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \vec{D} = \rho, \\ \vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}, \\ \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}, \\ \vec{j} = \sigma \vec{E}. \end{array} \right.$$



Джеймс
Кларк
Максвелл
(1831-
1879)

В этой системе уравнений \vec{E} и \vec{H} – векторы напряжённостей электрического и магнитного полей, \vec{B} и \vec{D} – вектор магнитной индукции и вектор электрического смещения соответственно, \vec{j} – вектор плотности тока, ε и μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости среды, σ – проводимость среды. Первое уравнение показывает, что источником вихревого электрического поля является изменяющееся во времени магнитное поле. Второе – что в природе отсутствуют точечные магнитные заряды. Третье уравнение показывает, что источниками вихревого магнитного поля являются токи и изменяющееся во времени электрическое поле, а четвертое – что источниками стационарного электрического поля являются электрически заряженные тела.

Рассмотрим среду, которая обладает следующими свойствами. Она однородна и изотропна, все ее свойства одинаковы во всех ее точках и не зависят от направления. Это означает, что диэлектрическая и магнитная проницаемости среды постоянны, $\varepsilon = const$, и $\mu = const$. Среда не проводит электрический ток, следовательно, ее проводимость $\sigma = 0$. В ней отсутствуют свободные электрические заряды, плотность таких зарядов, $\rho = 0$. Такими свойствами обладают многие среды, например, воздух, стекло, непроводящие прозрачные жидкости. В такой однородной, изотропной, электрически нейтральной, непроводящей среде систему уравнений Максвелла можно переписать так:

$$\left\{ \begin{array}{l} rot \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ div \vec{B} = 0, \\ rot \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \\ div \vec{D} = 0. \end{array} \right.$$

Во-первых, в рассматриваемой нами среде диэлектрическая и магнитная проницаемости не зависят от времени, а во-вторых, эта среда не является ни сегнетоэлектриком, ни ферромагнетиком. Это означает, что диэлектрическая и магнитная проницаемости среды не изменяются в зависимости от напряжённости электрического поля и индукции магнитного поля. В таком случае в правых частях первого и третьего уравнений можно вынести постоянные величины из-под знака производной по времени:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \mu\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}.$$

Систему уравнений теперь можно переписать так:

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{rot} \vec{E} = -\mu\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \\ \mu\mu_0 \operatorname{div} \vec{H} = 0, \\ \operatorname{rot} \vec{H} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \\ \varepsilon\varepsilon_0 \operatorname{div} \vec{E} = 0. \end{array} \right.$$

Разделив второе и четвертое уравнения на постоянные величины ε , ε_0 , и μ , μ_0 соответственно, получим

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{rot} \vec{E} = -\mu\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \vec{H} = 0, \\ \operatorname{rot} \vec{H} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \vec{E} = 0. \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (1.1) \\ (1.2) \\ (1.3) \\ (1.4) \end{array}$$

Вычислим ротор от правой и левой части уравнения (1.1):

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \vec{E}) = -\operatorname{rot} \left(\mu\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right).$$

Для этого, воспользовавшись определением ротора, представим левую часть уравнения в виде

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \vec{E}) = [\vec{\nabla}, [\vec{\nabla}, \vec{E}]].$$

Двойное векторное произведение преобразуем, воспользовавшись известной из векторного анализа формулой

$$[\vec{A}, [\vec{B}, \vec{C}]] = \vec{B}(\vec{A}, \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A}, \vec{B}).$$

Применив эту формулу к двойному векторному произведению, мы получим

$$[\vec{\nabla}, [\vec{\nabla}, \vec{E}]] = \vec{\nabla}(\vec{\nabla}, \vec{E}) - \vec{E}(\vec{\nabla}, \vec{\nabla}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla}, \vec{E}) - \Delta \vec{E}.$$

Рассмотрим подробно правую часть получившегося равенства.

$$\vec{E}(\vec{\nabla}, \vec{\nabla}) = (\vec{\nabla}, \vec{\nabla}) \vec{E}.$$

Согласно определению оператора Лапласа

$$(\vec{\nabla}, \vec{\nabla}) = \Delta.$$

$$(\vec{\nabla}, \vec{E}) = \operatorname{div} \vec{E} \equiv \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \right)$$

есть величина скалярная и поэтому

$$\vec{\nabla}(\vec{\nabla}, \vec{E}) = \operatorname{grad}(\operatorname{div} \vec{E}).$$

Итак,

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \vec{E}) = \operatorname{grad}(\operatorname{div} \vec{E}) - \Delta \vec{E}.$$

Согласно уравнению (1.4), из системы уравнений Максвелла для однородной, изотропной, непроводящей, немагнитной, несегнетоэлектрической и не содержащей свободных зарядов среды $\operatorname{div} \vec{E} = 0$, поэтому ротор от левой части уравнения (1.1) равен

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\Delta \vec{E}.$$

Теперь вычислим ротор и от правой части уравнения (1.1). При этом учтем, что операции дифференцирования по пространственным координатам и времени независимы и, следовательно, их можно менять местами.

$$-\operatorname{rot} \left(\mu \mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right) = -\mu \mu_0 \operatorname{rot} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\mu \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{rot} \vec{H}.$$

Согласно уравнению (1.3)

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}.$$

Подставим это выражение в предшествующую формулу и получим выражение для ротора от правой части уравнения (1.1):

$$-\operatorname{rot} \left(\mu \mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right) = -\mu \mu_0 \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}.$$

Итого, после вычисления ротора от правой и левой частей уравнения (1.1) мы получили:

$$-\Delta \vec{E} = -\mu\mu_0 \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}. \quad (1.5)$$

Теперь вычислим ротор от левой и правой частей уравнения (1.3) системы уравнений Максвелла для рассматриваемой среды.

$$\text{rot}(\text{rot} \vec{H}) = \text{rot} \left(\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right).$$

Ротор от левой части уравнения вычисляем аналогично вычислению ротора от левой части уравнения (1.1).

$$\text{rot}(\text{rot} \vec{H}) = \text{grad}(\text{div} \vec{H}) - \Delta \vec{H}.$$

Согласно уравнению (1.2), $\text{div} \vec{H} = 0$. Следовательно,

$$\text{rot}(\text{rot} \vec{H}) = -\Delta \vec{H}.$$

Вычислим ротор и от правой части уравнения (1.3) и при этом также воспользуемся независимостью операций дифференцирования по пространственным координатам и времени.

$$\text{rot} \left(\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = \varepsilon\varepsilon_0 \text{rot} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \text{rot} \vec{E}.$$

Согласно уравнению (1.1)

$$\text{rot} \vec{E} = \mu\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}.$$

Подставим это выражение в предшествующую формулу и получим выражение для ротора от правой части уравнения (1.3):

$$\text{rot} \left(\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = -\mu\mu_0 \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}.$$

Итого, после вычисления ротора от правой и левой частей уравнения (3) мы получили:

$$-\Delta \vec{H} = -\mu\mu_0 \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}. \quad (1.6)$$

В результате, как для вектора напряжённости электрического поля, так и для вектора напряжённости магнитного поля мы получили уравнения (1.5) и (1.6):

$$\begin{cases} \Delta \vec{E} = \mu\mu_0 \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \\ \Delta \vec{H} = \mu\mu_0 \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}. \end{cases}$$

Сравним полученные уравнения с волновым уравнением, которое описывает процесс распространения упругих волн в однородной изотропной среде:

$$\Delta \xi = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \xi}{dt^2}.$$

Здесь c – фазовая скорость волны (скорость перемещения волновой поверхности), а ξ – смещение элемента упругой среды от положения равновесия.

Сравнение показывает, что уравнения для векторов напряжённости электрического и магнитного полей совпадают с волновым уравнением в том случае, если

$$\frac{1}{c^2} = \varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0.$$

Одним из возможных решений волнового уравнения является уравнение плоской волны. Это уравнение в действительной форме можно записать так:

$$\xi(\vec{r}, t) = \xi_0 \cos(\omega t - (\vec{k}\vec{r}) + \alpha).$$

Здесь ξ_0 – амплитуда, ω – циклическая частота, \vec{k} – волновой вектор, α – начальная фаза плоской волны.

Таким образом, решениями волновых уравнений для векторов напряжённости электрического и магнитного полей будут уравнения, описывающие плоские волны:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - (\vec{k}\vec{r}) + \alpha), \quad \vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}_0 \cos(\omega t - (\vec{k}\vec{r}) + \alpha).$$

Отметим, что эти решения имеют одинаковый вид для векторов напряжённостей как электрического, так и магнитного полей. Колебания напряжённостей электрического и магнитного полей происходят синхронно и распространяются с одинаковой скоростью. Эти колебания совпадают по фазе. Таким образом, в пространстве распространяются согласованные колебания напряжённостей электрического и магнитного поля. Колебания напряжённостей электрического и магнитного полей, распространяющиеся в пространстве, называются **электромагнитными волнами**.

Фазовая скорость распространения в пространстве таких колебаний определяется из условия

$$\frac{1}{c^2} = \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0.$$

Отсюда

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}}. \quad (1.7)$$

Из формулы (1.7) следует, что скорость распространения электромагнитной волны зависит только от диэлектрической ε и магнитной μ проницаемостей среды, а величины ε_0 и μ_0 являются константами, зависящими только от выбора системы единиц. При распространении волны в вакууме $\varepsilon = 1$, $\mu = 1$ и фазовая скорость распространения волны

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1,256 \cdot 10^{-6}}} \approx 2,997924562 \cdot 10^8 \left(\frac{м}{с} \right).$$

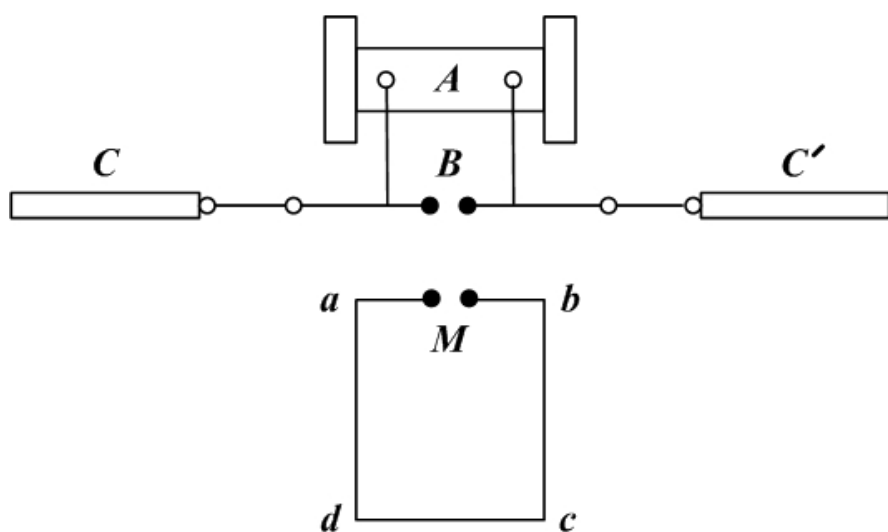
Эта величина является скоростью света в вакууме. В некоторой среде, когда $\varepsilon > 1$ и $\mu > 1$,

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{n}, \quad \text{где} \quad n = \frac{c}{v} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}.$$

В оптике величина n называется **показателем преломления**. Физический смысл показателя преломления состоит в том, что он

показывает, во сколько раз скорость света (электромагнитной волны) в данной среде меньше, чем в вакууме. Предсказание электромагнитной теории света о том, что квадрат показателя преломления равен диэлектрической проницаемости вещества (при магнитной проницаемости, равной единице) было подтверждено в работах Л. Больцмана на целом ряде веществ.

В 1887 г, спустя 23 года после формулировки Максвеллом теории электромагнитного поля, немецкий физик Г. Герц экспериментально получил электромагнитные волны в свободном пространстве. Герц изучал индукционное действие колебательного контура генератора на колебательный контур приёмника. Для этого он сконструировал генератор и приёмник электрических колебаний. Схема опыта показана на рис.1. Колебательный контур (излучатель) представлял собой два проводника C и C' , расположенных на расстоянии 3 м друг от друга, которые были соединены медной проволокой, в середине находился разрядник A индукционной катушки. B – искровой промежуток колебательного контура. Приёмный контур $abcd$ также содержал искровой промежуток M между двумя медными шарами. Позднее эти два контура получили названия *вibratora* и *резонатора*.



Генрих
Рудольф
Герц
(1857 - 1894)

Рис. 1. Схема опыта Герца

Индукционное действие вибратора на резонатор обнаруживалось в виде слабой искры. Интересно, что сам Герц в своих первых работах, опубликованных в 1888 г., ещё не говорил об электромагнитных волнах.

Основные выводы

1. Уравнения Максвелла допускают волновые решения.
2. Электромагнитная волна представляет собой согласованные колебания напряженностей электрического и магнитного полей, распространяющиеся в пространстве.
3. Скорость распространения электромагнитной волны в вакууме

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 2,997924562 \cdot 10^8 \frac{м}{с}.$$

4. Скорость распространения ЭМВ в любой диэлектрической среде меньше, чем в вакууме:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{n},$$

где n – показатель преломления среды, ϵ – диэлектрическая проницаемость среды, μ – магнитная проницаемость среды.

5. Существование электромагнитных волн было экспериментально подтверждено Г. Герцем. Л. Больцман экспериментально подтвердил вывод о том, что показатель преломления пропорционален квадрату диэлектрической проницаемости.

1.2. Поперечность электромагнитных волн

Мы приступаем к рассмотрению свойств электромагнитных волн. Заметим, что все свойства волн мы получим, анализируя систему уравнений Максвелла, все эти свойства, как и само существование электромагнитных волн вытекают из фундаментальных свойств электромагнитного поля. Напомним также, что упругие волны называются *продольными*, если в них колебания частиц среды происходит вдоль направления распространения волны. *Поперечными* называются волны, в которых колебания частиц происходят в направлении, перпендикулярном направлению распространения волны.

Вопрос о том, являются ли световые волны продольными или поперечными, очень важен для объяснения такого явления, как поляризация света и двойное лучепреломление. В 20-х годах XIX в. Френелю удалось объяснить свойства линейно-поляризованного света, предположив, что световые волны поперечны. Он, в частности, объяснил возникновение линейно-поляризованной волны при отражении света, падающего под определенным углом. Но гипотеза поперечных световых волн, предложенная Френелем, плохо согласовалась с господствовавшей тогда теорией эфира, гипотетической упругой среды, в которой распространяются световые волны. Если мы хотим использовать электромагнитные волны для построения теории оптических явлений, нам необходимо знать, какие могут существовать электромагнитные волны, продольные, поперечные или и те и другие?

В электромагнитных волнах происходят колебания напряженностей электрического и магнитного полей и для того, чтобы выяснить, являются они продольными или поперечными, нужно определить направления векторов напряженностей полей по отношению к направлению распространения волны.

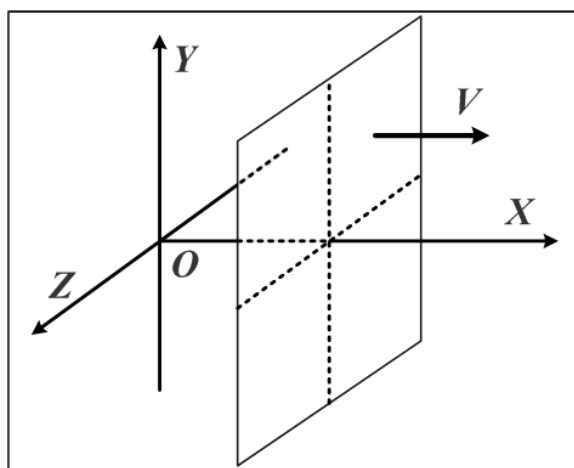
Мы показали в предыдущем параграфе, что система уравнений Максвелла допускает решения в виде плоской волны. Пусть плоская электромагнитная волна распространяется вдоль оси

OX выбранной нами системы отсчёта, тогда уравнение волны для электрической и магнитной составляющих можно записать так:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx + \alpha), \quad \vec{H} = \vec{H}_0 \cos(\omega t - kx + \alpha).$$

Здесь ω – циклическая (круговая) частота колебаний волны, k – волновое число, α – начальная фаза колебаний.

Известно, что волновые поверхности плоской волны – плоскости. Если волна распространяется вдоль оси OX , то её волновые поверхности есть плоскости, параллельные плоскости YZ (перпендикулярные OX). На рис. 2 показана одна из таких волновых поверхностей.



Стрелкой показано направление скорости распространения волны v .

Волна распространяется вдоль оси OX , изменение векторов \vec{E} и \vec{H} описывается уравнениями

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx + \alpha), \quad \vec{H} = \vec{H}_0 \cos(\omega t - kx + \alpha).$$

Каждая из волновых поверхностей характеризуется одним значением координаты x , поэтому в пределах одной волновой поверхности, в данный момент времени, значения вектора напряжённости поля одинаковы. Это справедливо и для вектора \vec{E} и для вектора \vec{H} . *Если электромагнитная волна распространяется вдоль оси OX , то значения всех трёх проекций вектора E на оси координат и всех трёх проекций вектора H на оси координат зависят только от координаты x и не зависят от координат y и z .* Это важное обстоятельство мы используем в дальнейших рассуждениях.

В рассматриваемой нами диэлектрической среде, не содержащей свободных зарядов, вихревое электрическое поле описывается уравнением, входящим в систему уравнений Максвелла

$$\operatorname{rot}\vec{E} = -\mu\mu_0 \frac{\partial\vec{H}}{\partial t}.$$

Воспользуемся определением ротора векторной функции и перепишем это уравнение в виде проекций на оси координат. В левой части этого уравнения

$$\operatorname{rot}\vec{E} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix}.$$

Здесь i , j и k – единичные векторы осей OX , OY и OZ . Раскрывая определитель, получаем вместо одного векторного три скалярных уравнения:

$$\left(\operatorname{rot}\vec{E} \right)_x = \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) = -\mu\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t}, \quad (1.8)$$

$$\left(\operatorname{rot}\vec{E} \right)_y = \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) = -\mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}, \quad (1.9)$$

$$\left(\operatorname{rot}\vec{E} \right)_z = \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) = -\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}. \quad (1.10)$$

Величины проекций вектора напряжённости электрического поля E_x , E_y , E_z , как мы отмечали выше, зависят только от координаты x , поэтому

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} = \frac{\partial E_y}{\partial z} = 0,$$

и выражение в скобках в левой части уравнения (1.8) равно нулю. Теперь уравнение системы можно переписать так:

$$\mu\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} = 0.$$

А это означает, что проекция вектора напряжённости магнитного поля на ось OX не может изменяться с течением времени. Составляющая вектора напряжённости магнитного поля, совпадающая по направлению с направлением распространения электромагнитной волны может быть только постоянной во времени. ***Переменное электрическое поле волны не может иметь отличную от нуля проекцию на направление распространения волны.***

В то же время проекции вектора напряжённости переменного магнитного поля на оси OY и OZ , перпендикулярные направлению распространения волны, могут быть не равными нулю. Докажем это. Согласно уравнению (1.9), проекция вектора напряжённости магнитного поля на ось OY равна

$$\left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) = -\mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t},$$

Величины проекций вектора напряжённости электрического поля E_x , E_y , E_z зависят только от координаты x , поэтому

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = 0.$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} \neq 0,$$

так как известно, что в плоской электромагнитной волне с изменением координаты x проекция вектора напряжённости электрического поля E_z изменяется по гармоническому закону и поэтому первая производная от E_z по времени в общем случае не равна нулю. Точно так же для проекции вектора напряжённости электрического поля на ось OY из (1.10) имеем

$$\left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) = \frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t} \neq 0, \quad \text{так как} \quad \frac{\partial E_x}{\partial z} = 0.$$

Для проекций вектора напряжённости магнитного поля на оси координат мы получили

$$\begin{cases} -\mu\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} = 0, \\ \frac{\partial E_z}{\partial x} = \mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} \neq 0, \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t} \neq 0. \end{cases}$$

В направлениях, перпендикулярных направлению распространения волны, производные по времени от \mathbf{H} нулю в произвольный момент времени не равны, следовательно, в этих направлениях может существовать переменное электрическое поле. В направлении, параллельном направлению распространения волны, может существовать только стационарное электрическое поле.

Если рассмотреть уравнение для ротора вектора напряжённости магнитного поля,

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t},$$

и, как и в предыдущем случае, переписать его в виде проекций на оси координат, и учесть, что все компоненты вектора \mathbf{H} зависят только от координаты x , то мы получим такую систему уравнений для проекций вектора напряжённости вихревого электрического поля на оси координат

$$\begin{cases} \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} = 0, \\ -\frac{\partial H_z}{\partial x} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} \neq 0, \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} \neq 0. \end{cases}$$

Отсюда следует, что *в направлениях, перпендикулярных направлению распространения волны, может существовать переменное магнитное поле. В направлении, параллельном*

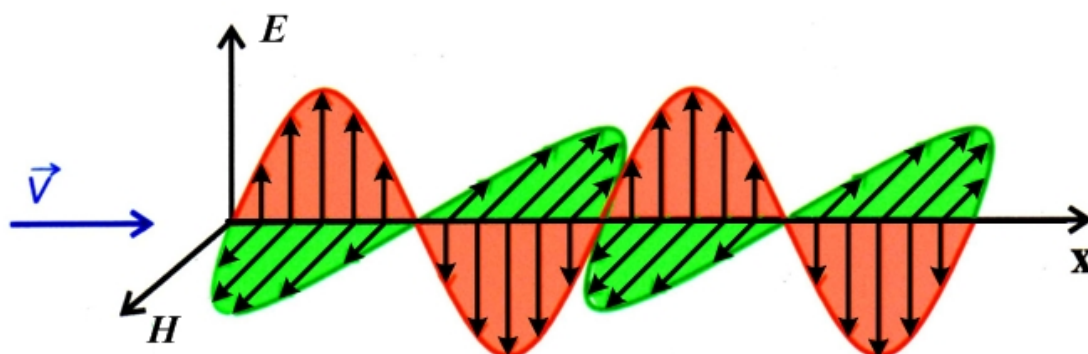


Рис. 3. Направления колебаний векторов напряженностей полей в электромагнитной волне

направлению распространения волны, может существовать только стационарное магнитное поле.

Векторы E и H в электромагнитной волне взаимно перпендикулярны и образуют с направлением распространения волны правовинтовую систему.

Волны, колебания в которых совершаются в направлениях, перпендикулярных направлению распространения волны, называются *поперечными*. Таким образом, *электромагнитная волна* является волной *поперечной*. Существование продольных электромагнитных волн невозможно.

Поперечность электромагнитных волн хорошо согласуется с формулами Френеля для поляризованных волн. Если считать свет электромагнитными волнами, то снимаются все неразрешимые противоречия, связанные с применением гипотезы эфира.

Основные выводы

1. Электромагнитные волны поперечны. Векторы напряженностей электрического и магнитного полей вместе с направлением распространения волны образуют правовинтовую систему.
2. Продольных электромагнитных волн в природе не существует.

1.3. Поляризация электромагнитных волн

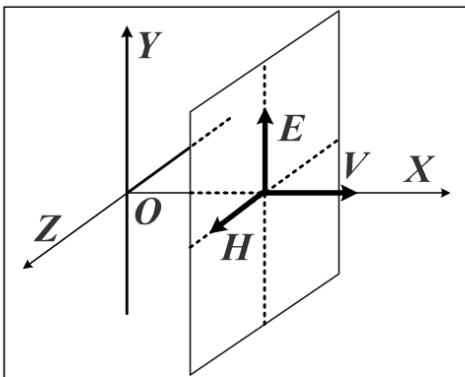


Рис. 4. Направление векторов напряженностей полей и фазовой скорости в плоской электромагнитной волне, распространяющейся вдоль оси OX

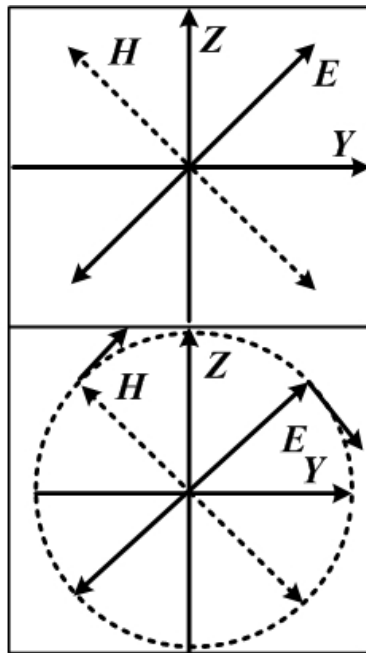


Рис. 5. Пример ориентации векторов E и H в линейно-поляризованной (вверху) и эллиптически поляризованной волне (внизу). Стрелками показано направление вращения плоскости поляризации волны

Векторы E и H в плоской электромагнитной волне взаимно перпендикулярны и образуют с направлением распространения волны правовинтовую систему. Колебания векторов напряженностей полей происходят в направлениях, перпендикулярных направлению распространения волны.

Если колебания вектора напряженности электрического поля в волне каким-либо образом упорядочены, волна называется *поляризованной*. Если колебания вектора напряженности электрического поля в волне происходят в одной плоскости, волна называется *линейно-поляризованной* или *плоскополяризованной*. Если волна, для которой направления колебаний векторов E и H показаны на рис. 4, является линейно-поляризованной, то вектор напряженности электрического поля E всегда направлен вдоль оси OY , а

вектор напряжённости магнитного поля \mathbf{H} – вдоль оси OZ . Волна, схематически изображённая на рис. 3, также является линейно-поляризованной.

Если плоскость, в которой происходят колебания вектора напряжённости электрического поля, вращается, то волна называется *поляризованной по кругу* (или *по эллипсу*, если амплитуда колебаний вдоль разных направлений различна). На рис. 5 показаны направления колебаний векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} в линейно и эллиптически поляризованной волне, если смотреть вдоль оси OX , вслед удаляющемуся фронту волны.

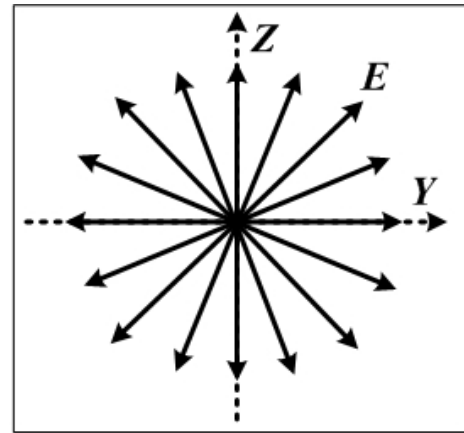


Рис. 6. Направление колебаний вектора \mathbf{E} в неполяризованной волне произвольно

Если волна не является поляризованной, то колебания вектора \mathbf{E} (а, следовательно, и вектора \mathbf{H}) происходят произвольным образом. В оптике такие волны называют *естественным светом*. На рис. 6 показаны направления колебаний вектора \mathbf{E} в неполяризованной волне, если смотреть вдоль оси OX , вслед удаляющемуся фронту волны. Волну произвольной поляризации, а также неполяризованную волну можно представить как линейную комбинацию плоских линейно-поляризованных волн:

$$\Psi(\vec{r}, t) = \sum_n a_n \Psi_n^{\text{лин}}(\vec{r}, t),$$

где $\Psi_n^{\text{лин}}(\vec{r}, t)$ – линейно-поляризованные плоские волны, a_n – коэффициенты. Поляризация является важным свойством электромагнитных волн и, в частности, света. Представление о свете как о поляризованных электромагнитных волнах позволяет объяснить многие наблюдаемые явления, связанные с отражением

и преломлением света на границе раздела двух сред, а также с распространением света в анизотропных средах.

Основные выводы

1. Поляризованной называется волна, в которой колебания вектора напряженности электрического поля каким-либо образом упорядочены.
2. Плоско поляризованной, или линейно поляризованной называется волна, в которой колебания вектора напряженности электрического поля происходят в одной плоскости.
3. Естественный свет представляет собой неполяризованные волны, в которых колебания вектора напряженности электрического поля происходят в произвольных плоскостях.

1.4. Соотношение между величинами векторов напряженностей электрического и магнитного поля в электромагнитной волне

Снова рассмотрим плоскую электромагнитную волну, распространяющуюся вдоль ось Ox . Для изменяющегося во времени электромагнитного поля и, в частности, для распространяющейся в пространстве электромагнитной волны выполняется уравнение, входящее в систему уравнений Максвелла и отражающее связь между напряженностями вихревого электрического и магнитного полей:

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\mu\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}.$$

Представим левую часть этого уравнения в виде определителя:

$$\operatorname{rot}\vec{E} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix}.$$

Здесь i, j и k – единичные векторы осей OX, OY и OZ .

Раскрывая определитель, перепишем векторное уравнение в виде трёх скалярных уравнений для проекций вектора напряжённости электрического поля на оси координат:

$$\begin{cases} (\operatorname{rot}\vec{E})_x = \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right), \\ (\operatorname{rot}\vec{E})_y = \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right), \\ (\operatorname{rot}\vec{E})_z = \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right). \end{cases}$$

Откуда

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) = -\mu\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t}, \\ \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) = -\mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}, \\ \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) = -\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}. \end{cases}$$

Учтём, что в электромагнитной волне, распространяющейся вдоль оси OX , значения проекций вектора \mathbf{E} на любую ось может зависеть только от координаты x , следовательно,

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} = \frac{\partial E_y}{\partial z} = \frac{\partial E_x}{\partial z} = \frac{\partial E_x}{\partial y} = 0.$$

Теперь уравнения, связывающие величины проекций векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} , упрощаются:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} = 0, \end{array} \right. \quad (1.11)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial E_z}{\partial x} = \mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}, \end{array} \right. \quad (1.12)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}. \end{array} \right. \quad (1.13)$$

Для распространяющейся в пространстве плоской электромагнитной волны выполняется ещё одно уравнение, входящее в систему уравнений Максвелла. Это уравнение отражает связь между напряжённостями электрического и магнитного полей:

$$\text{rot}\vec{H} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}.$$

Его мы преобразуем так же, как и предыдущее уравнение. Запишем выражение для $\text{rot}\vec{H}$ в виде определителя и перейдём от одного векторного к трём скалярным уравнениям для проекций вектора \vec{H} на оси координат.

$$\left(\text{rot}\vec{H} \right)_x = \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t},$$

$$\left(\text{rot}\vec{H} \right)_y = \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t},$$

$$\left(\text{rot}\vec{H} \right)_z = \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t}.$$

И в этом случае учтём, что в электромагнитной волне, распространяющейся вдоль оси OX , значения проекций вектора \vec{H} на любую ось может зависеть только от координаты x , следовательно,

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} = \frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{\partial H_x}{\partial z} = \frac{\partial H_x}{\partial y} = 0.$$

Отсюда следует, что

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} = 0, \end{array} \right. \quad (1.14)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial H_z}{\partial x} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}, \end{array} \right. \quad (1.15)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H_y}{\partial x} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t}. \end{array} \right. \quad (1.16)$$

Для плоской электромагнитной волны, распространяющейся в однородной, изотропной, непроводящей среде выполняются одновременно уравнения (1.11) – (1.16). Кроме того, уравнения плоской волны для векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} имеют вид:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx + \alpha_1), \quad (1.17)$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0 \cos(\omega t - kx + \alpha_2). \quad (1.18)$$

Аналогичные уравнения выполняются для проекций векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} на оси OY и OZ .

Подставим в левую и правую части уравнения (1.13) выражения для проекций напряжённостей полей из (1.17) и (1.18):

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (E_0 \cos(\omega t - kx + \alpha_1)) = kE_0 \sin(\omega t - kx + \alpha_1),$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (H_0 \cos(\omega t - kx + \alpha_2)) = -\omega H_0 \sin(\omega t - kx + \alpha_2).$$

Уравнение (1.13) для плоских волн принимает вид:

$$kE_0 \sin(\omega t - kx + \alpha_1) = \mu\mu_0 \omega H_0 \sin(\omega t - kx + \alpha_2).$$

Колебания векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} в электромагнитной волне симфазны, поэтому

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha.$$

Полученное нами равенство должно выполняться в любой момент времени и в точке с любой координатой x . Это возможно, если

$$kE_0 = \mu\mu_0 \omega H_0. \quad (1.19)$$

Волновое число k связано с циклической частотой ω соотношением

$$k = \frac{\omega}{v}.$$

Фазовая скорость волны v может быть выражена через диэлектрическую и магнитную проницаемости среды,

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}}.$$

Подставляя выражения для волнового числа и фазовой скорости в уравнение (1.19), получим соотношение между величинами амплитуд напряженностей электрического и магнитного полей в электромагнитной волне

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} E_0 = \sqrt{\mu\mu_0} H_0. \quad (1.20)$$

Основные выводы

1. В плоской электромагнитной волне колебания векторов E и H происходят в одинаковой фазе.
2. Амплитуды колебаний векторов напряженностей электрического и магнитного полей в электромагнитной волне связаны соотношением

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} E_0 = \sqrt{\mu\mu_0} H_0.$$

1.5. Энергия, переносимая электромагнитной волной.

Вектор Умова-Пойнтинга

Известно, что плотность энергии (то есть энергия, приходящаяся на единицу объёма) электрического поля

$$w_e = \frac{(\vec{E}\vec{D})}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2},$$

а плотность энергии магнитного поля

$$w_m = \frac{(\vec{H}\vec{B})}{2} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}.$$

Эти выражения применительно к плоской электромагнитной волне также можно получить из уравнений Максвелла. Рассмотрим уравнения, входящие в систему уравнений Максвелла. Это закон электромагнитной индукции и закон полного тока:

$$\begin{cases} \operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}, \\ \operatorname{rot}\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}. \end{cases} \quad (1.21)$$

$$\begin{cases} \operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}, \\ \operatorname{rot}\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}. \end{cases} \quad (1.22)$$

Умножим уравнение (1.21) на вектор \vec{H} скалярно:

$$(\vec{H}, \operatorname{rot}\vec{E}) = -\left(\vec{H}, \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\right).$$

Если магнитная проницаемость постоянна, а мы рассматриваем однородную, изотропную неферромагнитную среду, для которой это утверждение справедливо, то

$$(\vec{H}, \operatorname{rot}\vec{E}) = -\mu\mu_0 \left(\vec{H}, \frac{\partial\vec{H}}{\partial t}\right).$$

Выражение в правой части последнего равенства можно представить так:

$$\begin{aligned} -\mu\mu_0 \left(\vec{H}, \frac{\partial\vec{H}}{\partial t}\right) &= -\mu\mu_0 \frac{1}{2} \frac{\partial(\vec{H}\vec{H})}{\partial t} = -\frac{1}{2} \frac{\partial(\vec{B}\vec{H})}{\partial t}, \\ (\vec{H}, \operatorname{rot}\vec{E}) &= -\frac{1}{2} \frac{\partial(\vec{B}\vec{H})}{\partial t}. \end{aligned} \quad (1.23)$$

Теперь умножим уравнение (1.22) скалярно на вектор \vec{E} .

$$(\vec{E}, \operatorname{rot}\vec{H}) = (\vec{E}, \vec{j}) + \left(\vec{E}, \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right).$$

Мы рассматриваем непроводящую среду, поэтому плотность тока $\vec{j} = 0$.

$$(\vec{E} \cdot \text{rot} \vec{H}) = \left(\vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right).$$

Для однородной, изотропной несегнетоэлектрической среды диэлектрическая проницаемость постоянна, поэтому

$$(\vec{E}, \text{rot} \vec{H}) = \varepsilon \varepsilon_0 \left(\vec{E}, \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right).$$

$$\varepsilon \varepsilon_0 \left(\vec{E}, \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{1}{2} \frac{\partial (\vec{E} \vec{E})}{\partial t} = \frac{\partial (\vec{E} \vec{D})}{\partial t} \frac{1}{2}.$$

$$(\vec{E}, \text{rot} \vec{H}) = \frac{\partial (\vec{E} \vec{D})}{\partial t} \frac{1}{2}. \quad (1.24)$$

Вычтем уравнения (1.24) уравнение (1.23):

$$(\vec{E}, \text{rot} \vec{H}) - (\vec{H}, \text{rot} \vec{E}) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{(\vec{E} \vec{D}) + (\vec{B} \vec{H})}{2} \right).$$

Рассмотрим теперь левую часть получившегося равенства. Из векторного анализа известно тождество:

$$\text{div} [\vec{A}, \vec{B}] = (\vec{B}, \text{rot} \vec{A}) - (\vec{A}, \text{rot} \vec{B}).$$

Применив это тождество, получим

$$(\vec{E}, \text{rot} \vec{H}) - (\vec{H}, \text{rot} \vec{E}) = \text{div} [\vec{H}, \vec{E}],$$

$$\text{div} [\vec{H}, \vec{E}] = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{(\vec{E} \vec{D}) + (\vec{B} \vec{H})}{2} \right). \quad (1.25)$$

Выясним физический смысл полученного выражения. Выражение в скобках в правой части уравнения (1.25) есть плотность энергии электромагнитного поля,

$$\frac{(\vec{E} \vec{D}) + (\vec{B} \vec{H})}{2} = w_{EM}.$$

Производная по времени от плотности энергии означает скорость изменения плотности энергии электромагнитного поля. Это

скалярная величина. Величина в левой части также скалярная величина, так как является дивергенцией некоторого вектора.

Рассмотрим вектор

$$\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}].$$

Этот вектор называется *вектором Умова-Пойнтинга*.

Согласно свойствам векторного произведения,

$$\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}] = -[\vec{H}, \vec{E}].$$

Уравнение (1.25) теперь можно записать так:

$$\operatorname{div} \vec{S} = -\frac{\partial w_{\text{эм}}}{\partial t}.$$

Проинтегрируем полученное равенство по некоторому объёму V , заполненному электромагнитным излучением:

$$\int_V \operatorname{div} \vec{S} dV = -\int_V \frac{\partial w_{\text{эм}}}{\partial t} dV.$$

Применим к левой части уравнения теорему Остроградского-Гаусса:

$$-\int_V \operatorname{div} \vec{S} dV = -\oint_{\Sigma} (\vec{S} \overline{d\sigma}).$$

Здесь Σ – замкнутая поверхность, охватывающая объём V .

Вычислим интеграл по объёму V в правой части:

$$\int_V \frac{\partial w_{\text{эм}}}{\partial t} dV = \frac{\partial}{\partial t} W_{\text{эм}}.$$

Здесь $W_{\text{эм}}$ – энергия электромагнитного поля в объёме V . Таким образом, после интегрирования мы получили:

$$\oint_{\Sigma} (\vec{S} \overline{d\sigma}) = -\frac{\partial}{\partial t} W_{\text{эм}}. \quad (1.26)$$

В левой части уравнения (1.26) записан поток вектора Умова-Пойнтинга через некоторую замкнутую поверхность, а в правой – убыль энергии электромагнитного поля в объёме, заключённом в эту поверхность. Таким образом, *поток вектора Умова-Пойнтинга через некоторую замкнутую поверхность равен*

убыли энергии электромагнитного поля в объёме, ограниченном этой замкнутой поверхностью. В этом и состоит физический смысл вектора Умова-Пойнтинга.

Согласно определению,

$$\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}].$$

Это означает, что векторы S , E и H перпендикулярны друг другу и образуют правую тройку векторов. E и H лежат в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны, а направление вектора S совпадает с направлением распространения волны. На рис. 7 показаны направления векторов напряженностей электрического и магнитного полей, а также направления вектора фазовой скорости и вектора Умова – Пойнтинга для плоской волны.

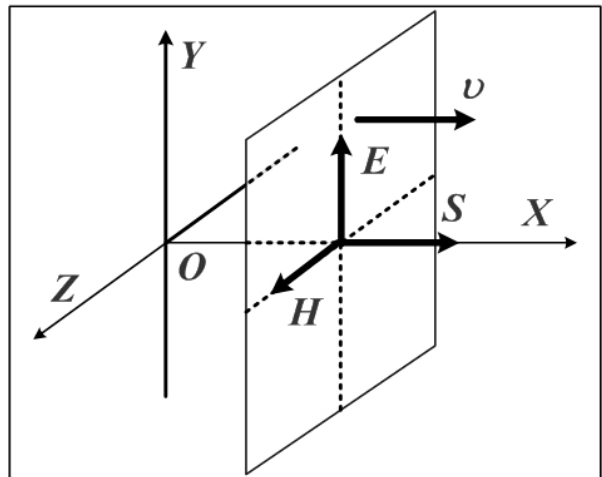


Рис. 7. Направление векторов напряженностей полей, вектора Умова - Пойнтинга и вектора фазовой скорости в плоской электро-магнитной волне, распространяющейся вдоль оси OX

Поток энергии плоской электромагнитной волны

Поставим задачу определить, какую энергию переносит электромагнитная волна в единицу времени через площадку единичной площади, определить величину *потока энергии* электромагнитного поля, связанного с электромагнитной волной. Начнём снова с того, что плотность энергии электромагнитного поля равна

$$w = \frac{(\vec{E}\vec{D}) + (\vec{B}\vec{H})}{2},$$

где \mathbf{E} – вектор напряжённости электрического поля; \mathbf{D} – вектор индукции электрического поля (электрического смещения); \mathbf{B} – вектор индукции магнитного поля; \mathbf{H} – вектор напряжённости магнитного поля.

Если в пространстве распространяется электромагнитная волна, то в каждой точке пространства выполняется соотношение (1.20) между величинами векторов напряжённостей электрического и магнитного полей:

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} E = \sqrt{\mu\mu_0} H.$$

Здесь ε и μ – диэлектрическая и магнитная проницаемость среды соответственно. Отсюда

$$H = \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} E.$$

Теперь преобразуем выражение для плотности энергии электромагнитного поля плоской волны:

$$\begin{aligned} w &= \frac{(\vec{E}\vec{D}) + (\vec{B}\vec{H})}{2} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} + \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{\mu\mu_0 H}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} E + \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E}{2} \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}} H = \\ &= \frac{EH}{2} \sqrt{\frac{(\mu\mu_0)^2 \varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} + \frac{EH}{2} \sqrt{\frac{(\varepsilon\varepsilon_0)^2 \mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}} = \frac{EH}{2} (\sqrt{\mu\mu_0 \varepsilon\varepsilon_0} + \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0}) = \\ &= \sqrt{\mu\mu_0 \varepsilon\varepsilon_0} EH = \frac{1}{v} EH. \end{aligned}$$

При выполнении преобразований было использовано выражение для фазовой скорости распространения электромагнитной волны

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\mu_0 \varepsilon\varepsilon_0}}.$$

В вакууме, когда $v = c$,

$$w = \frac{1}{c} EH.$$

В некоторой среде

$$w = \frac{1}{v} EN.$$

Введём новую величину S и назовём её модулем *плотности потока энергии*. То есть эта величина будет равна энергии, переносимой волной через единицу площади в единицу времени

$$S = \frac{W}{\Sigma t},$$

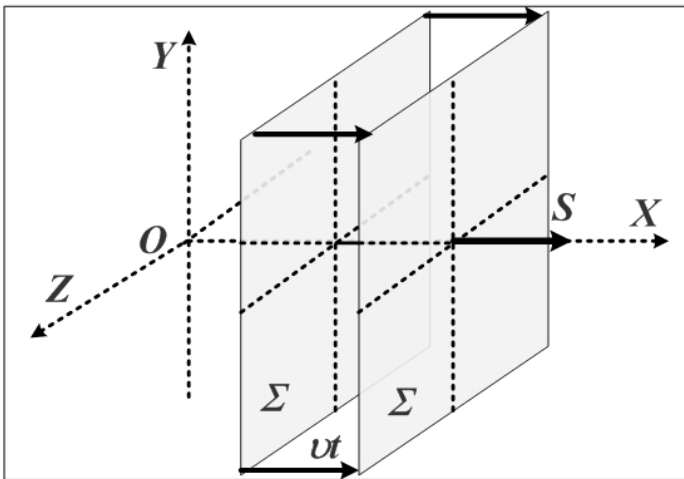


Рис.8. Волновая поверхность плоской волны переместилась за время t на расстояние vt

переместится из начального положения (слева на рисунке) на расстояние, равное vt . Вектор перемещения показан на рисунке стрелкой. Также на рисунке показан вектор Умова-Пойнтинга S , совпадающий по направлению с направлением распространения волны. Энергия электромагнитного поля, заполняющего пространство между двумя плоскостями (волновыми поверхностями) вместе с волной перемещается слева направо на рисунке. За то время, пока волна прошла расстояние от левой до правой плоскости, через часть левой плоскости площадью Σ переместилась энергия электромагнитного поля W , заполняющего пространство объёмом V между двумя фрагментами плоскостей с площадями Σ :

$$W = w_{эм} V = w_{эм} \Sigma vt.$$

где W – энергия электромагнитной волны; Σ – площадь; t – время.

На рис. 8 показан процесс перемещения волновой поверхности плоской волны с течением времени. На волновой поверхности выделена некоторая её часть с площадью Σ . За время t волновая поверхность

Плотность потока энергии

$$S = \frac{W}{\Sigma t} = \frac{w_{эм} \Sigma v t}{\Sigma t} = w_{эм} v.$$

$$S = w_{эм} v = \frac{1}{v} E H v = E H = \left| \left[\vec{E}, \vec{H} \right] \right| = \left| \vec{S} \right|.$$

Модуль плотности потока энергии (эта величина равна энергии, проходящей через единицу площади в единицу времени) равен модулю вектора Умова – Пойнтинга.

Энергия плоской электромагнитной волны, проходящая через единицу площади в единицу времени, равна модулю вектора Умова – Пойнтинга.

$$\frac{W}{\Sigma t} = \left| \left[\vec{E}, \vec{H} \right] \right| = \left| \vec{S} \right|.$$

На практике удобно выразить величину плотности потока энергии через величину напряжённости какого-либо одного поля, электрического или магнитного. Это легко сделать.

$$\left| \vec{S} \right| = \left| \left[\vec{E}, \vec{H} \right] \right| = \left| \vec{E} \right| \cdot \left| \vec{H} \right| \sin 90^\circ = E H.$$

Величины напряжённостей электрического и магнитного полей связаны соотношением (см. формулу 1.20)

$$H = \sqrt{\frac{\epsilon \epsilon_0}{\mu \mu_0}} E.$$

Подставляя это выражение в формулу для плотности потока энергии, получаем

$$\left| \vec{S} \right| = E H = \sqrt{\frac{\epsilon \epsilon_0}{\mu \mu_0}} E^2 = \sqrt{\frac{\mu \mu_0}{\epsilon \epsilon_0}} H^2.$$

Плотность потока энергии электромагнитного поля, переносимая электромагнитной волной, пропорциональна квадрату напряжённости электрического либо магнитного поля волны.

Найдём связь между плотностью энергии электрического поля и плотностью энергии магнитного поля в плоской электромагнитной волне.

$$w_M = \frac{(\vec{H}, \vec{B})}{2} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{\mu\mu_0}{2} \left(\sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} E \right)^2 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{(\vec{E}, \vec{D})}{2} = w_E.$$

Таким образом, в любой момент времени вблизи любой точки пространства, где распространяется плоская электромагнитная волна, плотность энергии электрического поля равна плотности энергии магнитного поля

$$w_M = w_E.$$

Интенсивность электромагнитного излучения. Освещённость

Под *интенсивностью* излучения понимают *среднюю мощность электромагнитной волны, проходящую через единицу площади поверхности*.

$$I = \frac{W}{\Sigma t} = \frac{P_{cp}}{\Sigma} = \left[[\vec{E}, \vec{H}] \right]_{cp}.$$

Мгновенной мощностью излучения является величина

$$P = \left[[\vec{E}, \vec{H}] \right] \cdot \Sigma,$$

где $E = E(x, y, z, t)$ и $H = H(x, y, z, t)$ – величины векторов напряжённостей электрического и магнитного полей в данной точке пространства в данный момент времени. Эти величины изменяются с течением времени и, следовательно, значения мгновенной мощности электромагнитной волны, проходящей через площадку Σ , различны в разные моменты времени. Однако, если частота колебаний в электромагнитной волне велика, то может оказаться так, что нет никакой возможности отследить изменения мгновенных значений мощности. Так, в случае оптического излучения, частота колебаний напряжённостей полей в волне

составляет примерно $10^{14} - 10^{15}$ Гц. При такой частоте даже использование самых быстродействующих приборов не позволяет измерить энергию за время менее, чем $10^5 - 10^6$ периодов колебаний. Поэтому вести речь о наблюдении и измерении мгновенных значений мощности излучения в оптическом диапазоне не имеет никакого смысла.

Под **средней мощностью излучения** (интенсивностью излучения) понимают энергию излучения, приходящуюся на единицу площади за время, много большее, чем период колебаний в электромагнитной волне

$$P = \frac{W}{\Sigma t},$$

где W – энергия излучения; Σ – площадь; t – время наблюдения, которое значительно превышает период колебаний электромагнитного поля в волне.

Энергию излучения, падающего на площадку площадью Σ , можно вычислить так:

$$W = \Sigma \int_{t_1}^{t_2} P(t) dt,$$

t_1 и t_2 – время начала и конца наблюдения, $P(t)$ – мгновенное значение мощности излучения. Время наблюдения $t = t_2 - t_1$. Таким образом, средняя мощность излучения, падающего на площадку Σ , равна

$$P_{cp} = \frac{1}{(t_2 - t_1)} \frac{\Sigma \int_{t_1}^{t_2} P(t) dt}{\Sigma} = \frac{1}{(t_2 - t_1)} \int_{t_1}^{t_2} P(t) dt.$$

Значение мгновенной мощности излучения $P(t)$ выразим через напряжённости электрического поля волны.

$$P = |\vec{S}| \cdot \Sigma = EN\Sigma = \Sigma \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} E^2.$$

Мы рассматриваем плоскую волну, распространяющуюся вдоль оси Ox , поэтому можно считать, что величина напряжённости электрического поля зависит от времени и координаты x по гармоническому закону

$$E = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi).$$

Тогда мгновенная мощность излучения

$$P(t) = \Sigma \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} E^2 = \Sigma \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} E_0^2 \cos^2(\omega t - kx + \varphi),$$

а средняя

$$P_{cp} = \frac{E_0^2 \Sigma}{(t_2 - t_1)} \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} \int_{t_1}^{t_2} \cos^2(\omega t - kx + \varphi) dt.$$

При вычислении интеграла в последней формуле удобно воспользоваться формулой из тригонометрии

$$2 \cos^2 \alpha = 1 + \cos 2\alpha.$$

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^{t_2} \cos^2(\omega t - kx + \varphi) dt &= \frac{1}{2} \int_{t_1}^{t_2} (1 + \cos(2(\omega t - kx + \varphi))) dt = \\ &= \frac{1}{2} \int_{t_1}^{t_2} dt + \frac{1}{2} \int_{t_1}^{t_2} \cos 2(\omega t - kx + \varphi) dt = \frac{(t_2 - t_1)}{2} + \frac{1}{2} \int_{t_1}^{t_2} \cos(2(\omega t - kx + \varphi)) dt. \end{aligned}$$

Теперь рассмотрим отдельно последний интеграл от гармонической функции и учтём, что интегрирование производится по промежутку времени $t = t_2 - t_1 \gg T$, где T – период электромагнитных колебаний в волне. Весь промежуток времени, по которому производится интегрирование, разделим на неравные отрезки Δt_1 и Δt_2 . Первый промежуток времени много больше второго $\Delta t_1 \gg \Delta t_2$. $\Delta t_1 = NT$, где N – число полных периодов колебаний, входящих в промежуток времени $t = t_2 - t_1$, в течение которого ведётся измерение энергии волны. $t = t_2 - t_1 = NT + \Delta t_2$. Иными словами, Δt_2 – часть одного (последнего) периода колебаний, а $\Delta t_1 = NT$ – всё остальное время наблюдения.

$$\frac{1}{2} \int_{t_1}^{t_2} \cos 2(\omega t - kx + \varphi) dt = \frac{1}{2} \int_0^{NT} \cos((\omega t - kx + \varphi)) 2dt +$$

$$+ \frac{1}{2} \int_{NT}^{t_2} \cos(2(\omega t - kx + \varphi)) dt.$$

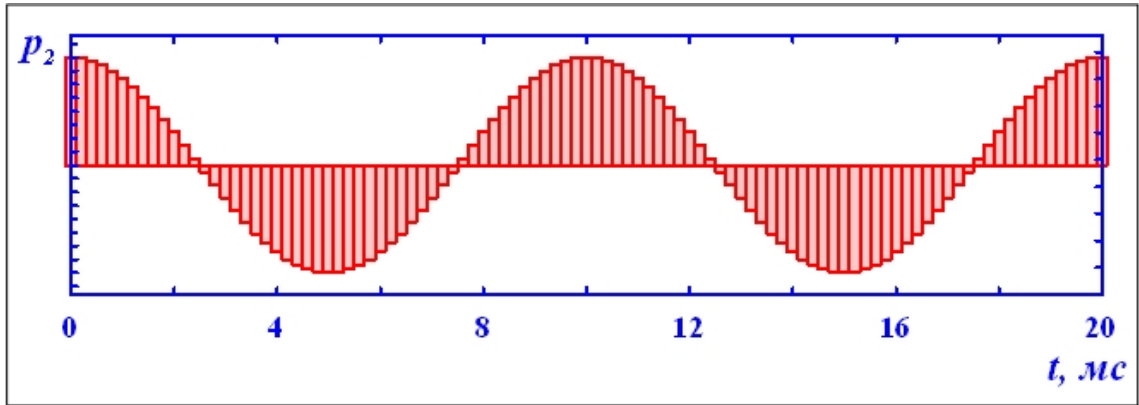


Рис. 9. Геометрический смысл интеграла от гармонической функции

Интеграл от гармонической функции по её полному периоду равен нулю. Иллюстрация этого факта приведена на рис. 9. Из геометрического смысла интеграла, как площади криволинейной трапеции, видно, что за один полный период площади, которые следует учитывать со знаком «плюс» равны площадям, которые следует учитывать со знаком «минус».

Таким образом, в нашем случае

$$\frac{1}{2} \int_{t_1}^{t_2} \cos(2(\omega t - kx + \varphi)) dt = \frac{1}{2} \int_{NT}^{t_2} \cos(2(\omega t - kx + \varphi)) dt.$$

Теперь

$$\int_{t_1}^{t_2} \cos^2(\omega t - kx + \varphi) dt = \frac{(t_2 - t_1)}{2} + \frac{1}{2} \int_{NT}^{t_2} \cos(2(\omega t - kx + \varphi)) dt,$$

а средняя мощность излучения

$$P_{cp} = \frac{E_0^2 \Sigma}{(t_2 - t_1)} \sqrt{\frac{\epsilon \epsilon_0}{\mu \mu_0}} \left(\frac{(t_2 - t_1)}{2} + \frac{1}{2} \int_{NT}^{t_2} \cos(2(\omega t - kx + \varphi)) dt \right) =$$

$$= \frac{E_0^2 \Sigma}{2} \sqrt{\frac{\epsilon \epsilon_0}{\mu \mu_0}} \left(1 + \frac{1}{(t_2 - t_1)} \int_{NT}^{t_2} \cos(2(\omega t - kx + \varphi)) dt \right).$$

В последнем выражении второе слагаемое в скобках очень мало (много меньше единицы). Это связано с тем, что промежуток времени $t_2 - t_1$ очень велик, он в несколько десятков или сотен тысяч раз больше периода колебаний, а интеграл вычисляется по интервалу времени меньше одного периода, а функция под знаком интеграла ограничена.

Итак, средняя мощность излучения, падающего на площадку Σ , равна

$$P_{cp} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{E_0^2 \Sigma}{2}.$$

Для подавляющего большинства диэлектриков $\mu = 1$. В этом случае

$$P_{cp} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \sqrt{\epsilon} \frac{E_0^2 \Sigma}{2}.$$

Учитывая, что показатель преломления среды

$$n = \sqrt{\epsilon \mu},$$

$$P_{cp} = n \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{E_0^2 \Sigma}{2}.$$

То есть средняя мощность излучения, а с ней и интенсивность излучения

$$P_{cp} = I(t) \sim n E_0^2.$$

В оптике считается, что *освещённость равна средней мощности излучения, падающего на единицу площади поверхности*, поэтому она пропорциональна квадрату напряженности электрического поля волны, умноженного на показатель преломления среды.

Основные выводы

1. Электромагнитные волны переносят энергию.

2. Величина и направление переноса энергии определяется вектором Умова-Пойнтинга

$$\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}].$$

3. Для плоской волны направление вектора Умова-Пойнтинга совпадает с направлением распространения волны.

4. Энергия плоской электромагнитной волны, проходящая через единицу площади в единицу времени, равна модулю вектора Умова – Пойнтинга.

$$\frac{W}{\Sigma t} = \left| [\vec{E}, \vec{H}] \right| = |\vec{S}|.$$

5. Плотность потока энергии электромагнитного поля, переносимая электромагнитной волной, пропорциональна квадрату напряжённости электрического либо магнитного поля волны.

6. В любой момент времени вблизи любой точки пространства, где распространяется плоская электромагнитная волна, плотность энергии электрического поля равна плотности энергии магнитного поля

$$w_M = w_E.$$

7. Под интенсивностью излучения (освещенностью) понимают среднюю мощность электромагнитной волны, проходящую через единицу площади поверхности.

$$I = \frac{W}{\Sigma t} = \frac{P_{cp}}{\Sigma} = \left| [\vec{E}, \vec{H}] \right|_{cp}.$$

8. Освещенность пропорциональна квадрату напряженности электрического поля волны, умноженного на показатель преломления среды.

$$P_{cp} = I(t) \sim nE_0^2.$$

2. Отражение и преломление электромагнитных волн

Во втором разделе нашего пособия мы рассмотрим процессы, происходящие при прохождении электромагнитной волной границы раздела двух прозрачных для электромагнитного излучения сред. Изучением процессов отражения и преломления света физики занимались ещё в XVII в. Экспериментально закон преломления и отражения света установил голландский физик Виллеборд Снеллиус (1591–1626). Закон преломления в современном виде был сформулирован французом Рене Декартом (1596–1650). Первое теоретическое обоснование этого закона дал Пьер Ферма, основываясь на сформулированном им же принципе наименьшего времени, согласно которому свет распространяется между двумя точками по такому пути, на прохождение которого требуется наименьшее время.

В XIX в. выдающийся французский физик Огюстен Френель (1788–1827) на основании представления о свете, как о поперечных волнах, распространяющихся в эфире, объяснил не только закон преломления и отражения, но и явление поляризации света при отражении. Но гипотеза поперечных световых волн плохо согласовывалась с представлениями об эфире. Электромагнитная теория света сняла эти противоречия. Как мы уже показали, электромагнитные волны являются поперечными волнами, что полностью согласуется с представлениями Френеля. И теперь мы рассмотрим, как можно объяснить явления, происходящие при взаимодействии световой волны с границей раздела двух прозрачных сред, исходя из электромагнитной теории света, из представления о свете, как об электромагнитной волне.

Сначала мы рассмотрим, что происходит при падении электромагнитной волны на границу раздела двух сред перпендикулярно этой границе.

2.1. Отражение при нормальном падении волны на границу раздела двух сред

Рассмотрим границу раздела двух однородных, изотропных, электрически нейтральных, непроводящих сред. Для диэлектрических и магнитных проницаемостей этих сред ($\epsilon_1, \epsilon_2, \mu_1, \mu_2$) выполняются следующие условия:

$$\epsilon_1 = \text{const.}; \quad \epsilon_2 = \text{const.}; \quad \epsilon_1 \neq \epsilon_2; \quad \mu_1 = \mu_2 = \text{const.} \approx 1.$$

Из первой среды с $\epsilon = \epsilon_1$ на границу раздела перпендикулярно к этой границе падает электромагнитная (световая) волна. Из опыта известно, что такая волна частично отражается от границы раздела, а частично проходит во вторую среду. Попробуем ответить следующие вопросы.

1. Изменяется ли скорость и частота волны при переходе из одной среды в другую?

2. Каково отношение интенсивности отражённой волны к интенсивности падающей? Каково отношение интенсивности волны, прошедшей во вторую среду, к интенсивности падающей волны?

Будем считать, что падающая, отражённая и прошедшая во вторую среду волны являются плоскими и падающая волна распространяется перпендикулярно плоской границе раздела сред. Рассмотрим такую систему отсчёта, в которой ось OX совпадает с направлением рас-

пространения падающей волны, а плоскость YZ совпадает с плоской границей раздела сред. Известно, что вектор Умова-Пойнтинга \vec{S} , совпадающий по направлению с вектором фазовой скорости

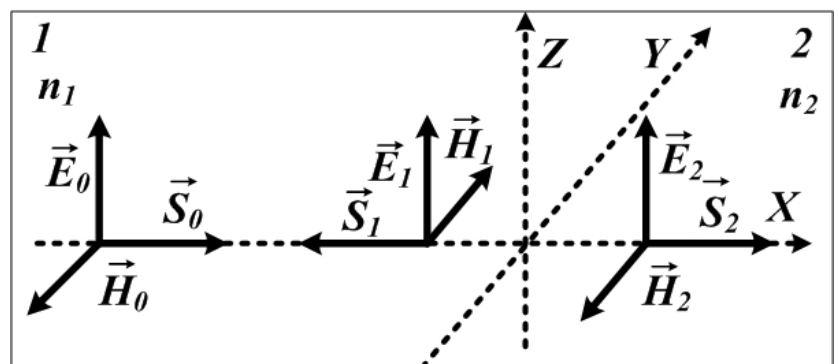


Рис. 10. Направления векторов напряжённостей электрического и магнитного полей падающей (0), отражённой (1) и прошедшей волн (2)

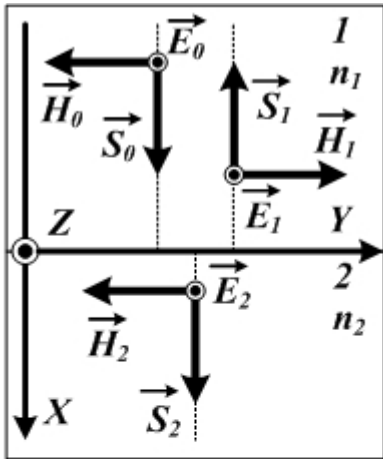


Рис. 11. Направления векторов напряжённостей электрического и магнитного полей падающей (0), отражённой (1) и прошедшей волн (2)

волны, вместе с векторами напряжённости электрического поля E и напряжённости магнитного поля H образуют правую тройку (см. разд. 1 настоящего пособия). Возможные направления распространения падающей, отражённой и проходящей волн вместе с направлениями векторов напряжённостей полей, удовлетворяющие этому требованию, показаны на рис. 10 и 11. Предположим, что именно так и направлены векторы напряжённостей полей в падающей, отражённой и прошедшей во вторую среду волнах.

Запишем уравнения падающей, отражённой и проходящей волн. Начальную фазу колебаний в каждой и рассматриваемых волн выберем так, чтобы при $x = 0$ фаза колебаний в волне $\varphi = 0$. Учитывая, что падающая волна распространяется вдоль оси OX , её уравнение имеет вид

$$E_0 = E_{00} \cos(\omega_0 t - k_0 x). \quad (2.1)$$

Здесь E_{00} – амплитуда колебаний вектора напряжённости электрического поля в падающей волне. Отражённая волна распространяется в направлении, противоположном оси OX , поэтому её уравнение выглядит так:

$$E_1 = E_{10} \cos(\omega_1 t + k_1 x). \quad (2.2)$$

И, наконец, волна, прошедшая во вторую среду, как и волна падающая, распространяется в направлении оси OX . Её уравнение

$$E_2 = E_{20} \cos(\omega_2 t - k_2 x). \quad (2.3)$$

Амплитуды электрической и магнитной составляющих каждой из волн связаны соотношением

$$\sqrt{\epsilon\epsilon_0} E_0 = \sqrt{\mu\mu_0} H_0.$$

Так как магнитные проницаемости обеих сред равны единице, то напряжённость магнитного поля в падающей, отражённой и прошедшей волнах равна

$$H_{00} = \sqrt{\frac{\epsilon_1 \epsilon_0}{\mu_0}} E_{00}; \quad H_{10} = \sqrt{\frac{\epsilon_1 \epsilon_0}{\mu_0}} E_{10}; \quad H_{20} = \sqrt{\frac{\epsilon_2 \epsilon_0}{\mu_0}} E_{20}. \quad (2.4)$$

Рассмотрим границу раздела двух сред. Она совпадает с началом координат. Можно считать, что точка $x = 0$ принадлежит как первой среде, так и второй (рис. 10 и 11). В первой среде существуют падающая волна и отражённая волна, во второй – прошедшая. Согласно граничным условиям для вектора напряжённости электрического поля на границе раздела двух сред должна сохраняться тангенциальная составляющая вектора напряжённости. Суммарная напряжённость электрического поля в первой среде, согласно принципу суперпозиции электрических полей, складывается из напряжённости поля падающей волны и напряжённости поля отражённой волны. Во второй среде существует только прошедшая волна (см. рис. 10 и 11), поэтому для проекций напряжённости на ось OZ выполняется равенство

$$E_0 + E_1 = E_2.$$

Здесь мы предположили, что направления векторов напряжённости электрического поля E_0 и E_1 совпадают, что соответствует ситуации, показанной на рис. 10 и 11.

Согласно граничным условиям, для вектора напряжённости магнитного поля на границе раздела двух сред должна сохраняться тангенциальная составляющая вектора напряжённости. Рассуждая аналогично случаю электрического поля и применяя принцип суперпозиции, для проекций вектора напряжённости магнитного поля на ось OY (см. рис. 10 и 11) получим

$$H_{00} - H_{10} = H_{20}.$$

На рис. 10 и 11 векторы напряжённости магнитного поля для падающей и отражённой волны имеют противоположные направления и поэтому их проекции на ось OY имеют различные знаки.

Итак, на границе раздела сред для векторов напряжённостей полей справедливы два уравнения:

$$\begin{cases} E_0 + E_1 = E_2, & (2.5) \\ H_0 - H_1 = H_2. & (2.6) \end{cases}$$

Подставим в уравнение (2.5) выражения для E_0 , E_1 , E_2 из (2.1), (2.2) и (2.3):

$$E_{00} \cos(\omega_0 t - k_0 x) + E_{10} \cos(\omega_1 t + k_1 x) = E_{20} \cos(\omega_2 t - k_2 x).$$

Мы рассматриваем границу раздела сред, точку $x = 0$, поэтому

$$E_{00} \cos(\omega_0 t) + E_{10} \cos(\omega_1 t) = E_{20} \cos(\omega_2 t).$$

Это равенство должно выполняться в любой момент времени (граничные условия для вектора напряжённости не зависят от его величины), поэтому

$$\omega_0 = \omega_1 = \omega_2 = \omega.$$

При переходе через границу раздела либо при отражении от границы раздела частота электромагнитной волны не изменяется.

Фазовая скорость электромагнитной волны изменяется при переходе из одной среды в другую

$$v_0 = v_1 = \frac{c}{n_1} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_1}}, \quad v_2 = \frac{c}{n_2} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_2}}.$$

Поэтому такие параметры плоской волны, как **волновое число и длина волны** также **изменяются**:

$$\begin{aligned} k_0 = k_1 = \frac{\omega}{v_1} = n_1 \frac{\omega}{c}, & \quad k_2 = \frac{\omega}{v_2} = n_2 \frac{\omega}{c}. \\ \lambda_0 = \lambda_1 = \frac{2\pi v_1}{\omega} = \frac{2\pi c}{\omega n_1}, & \quad \lambda_2 = \frac{2\pi v_2}{\omega} = \frac{2\pi c}{\omega n_2}. \end{aligned}$$

Индекс «0» по-прежнему относится к падающей волне, индекс «1» – к отражённой, а индекс «2» – к прошедшей.

Мы получили ответ на первый из поставленных нами вопросов, приступим к решению второго. Чтобы определить, как изменятся амплитуды отражённой и прошедшей волн, вернёмся к

уравнениям (2.5) и (2.6). Воспользуемся соотношениями (2.4) между амплитудами напряженностей электрического и магнитного полей, чтобы перейти в уравнении (2.6) к напряжённости электрического поля:

$$H_{00} - H_{10} = H_{20},$$

$$\sqrt{\frac{\epsilon_1 \epsilon_0}{\mu_0}} E_{00} - \sqrt{\frac{\epsilon_1 \epsilon_0}{\mu_0}} E_{10} = \sqrt{\frac{\epsilon_2 \epsilon_0}{\mu_0}} E_{20}.$$

$$E_{00} - E_{10} = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}} E_{20}.$$

Учитывая, что для немагнитных сред, у которых магнитная проницаемость $\mu = 1$ показатель преломления $n = \sqrt{\epsilon}$, можно систему уравнений (2.5) – (2.6) переписать так:

$$\begin{cases} E_0 + E_1 = E_2, \\ E_{00} - E_{10} = \frac{n_2}{n_1} E_{20}. \end{cases}$$

Сложим два уравнения этой системы:

$$E_{00} - E_{10} + E_{00} + E_{10} = \frac{n_2}{n_1} E_{20} + E_{20}.$$

Приведём подобные слагаемые:

$$2E_{00} = E_{20} \left(1 + \frac{n_2}{n_1} \right).$$

И получим выражение для амплитуды прошедшей волны:

$$E_{20} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} E_{00}. \quad (2.7)$$

Здесь n_1 и n_2 – показатели преломления двух сред.

Во второе уравнение системы подставим полученное нами выражение для амплитуды прошедшей волны (2.7):

$$E_{00} - E_{10} = \frac{n_2}{n_1} \frac{2n_1}{n_1 + n_2} E_{00}.$$

Сгруппируем слагаемые:

$$E_{10} = \left(1 - \frac{2n_2}{n_1 + n_2} \right) E_{00}.$$

Приведём к общему знаменателю:

$$E_{10} = \frac{n_1 + n_2 - 2n_2}{n_1 + n_2} E_{00}.$$

И получим выражение для амплитуды отражённой волны:

$$E_{10} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} E_{00}. \quad (2.8)$$

Коэффициентом отражения излучения называется отношение интенсивности отражённой волны к интенсивности падающей

$$R = \frac{I_1}{I_0}.$$

Как было показано ранее, интенсивность излучения, которая равна средней энергии излучения, падающей на единицу площади в единицу времени, пропорциональна квадрату напряжённости электрического поля волны.

$$I = \frac{W}{\Sigma t} = n \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{E_0^2}{2}.$$

Таким образом, из (2.8) следует, что в случае нормального падения волны на границу раздела

$$R = \frac{I_1}{I_0} = \left(\frac{n_1 E_{10}}{n_1 E_{00}} \right)^2 = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2. \quad (2.9)$$

Коэффициентом прохождения излучения называется отношение интенсивности прошедшей волны к интенсивности падающей

$$T = \frac{I_2}{I_0}.$$

Подставляя в эту формулу отношение амплитуд прошедшей и падающей волны из (2.7) и возводя это отношение в квадрат, получим, что в случае нормального падения на границу раздела двух сред коэффициент прохождения равен

$$T = \frac{I_2}{I_0} = \left(\frac{n_2 E_{20}}{n_1 E_{00}} \right)^2 = \frac{n_2^2}{n_1^2} \left(\frac{2n_1}{n_1 + n_2} \right)^2 = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}. \quad (2.10)$$

Отметим, что формулы (2.9) и (2.10) справедливы только в случае, *когда волна падает перпендикулярно границе раздела двух сред.*

Рассмотрим ещё один важный и интересный результат, который следует из формулы (2.8), определяющей отношение проекции амплитуды отражённой волны на ось OZ к проекции на эту же ось амплитуды падающей волны. Из (2.8) следует, что это отношение равно

$$\frac{E_{10}}{E_{00}} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}. \quad (2.11)$$

Как видно из формулы (2.11), это отношение может быть как положительным, так и отрицательным в зависимости от соотношения величин показателей преломления сред.

Если $n_1 > n_2$, то проекции амплитуды напряжённости электрического поля на ось OZ на границе раздела сред имеют *одинаковые* знаки. Это соответствует направлению векторов напряжённости полей на рис. 10, векторы напряжённости электрического поля падающей и отраженной волн имеют одинаковые направления. Отсюда следует, что фазы колебаний отражённой волны и падающей волны в точке падения совпадают.

Среда с большим показателем преломления называется *оптически более плотной*, а среда с меньшим показателем преломления – *оптически менее плотной*. *При отражении от оптически менее плотной среды фаза колебаний отражённой волны не меняется.*

Если $n_1 < n_2$, то проекции амплитуды напряжённости электрического поля на ось OZ на границе раздела сред имеют *различные* знаки. Это соответствует направлению векторов напряжённости полей на рис. 12 и означает, что фазы колебаний отражённой волны и падающей волны в точке падения отличаются на π , потому что

$$E_0 \cos(\omega t) = -E_0 \cos(\omega t \pm \pi).$$

При отражении от оптически более плотной среды фаза отражённой волны изменяется на π .

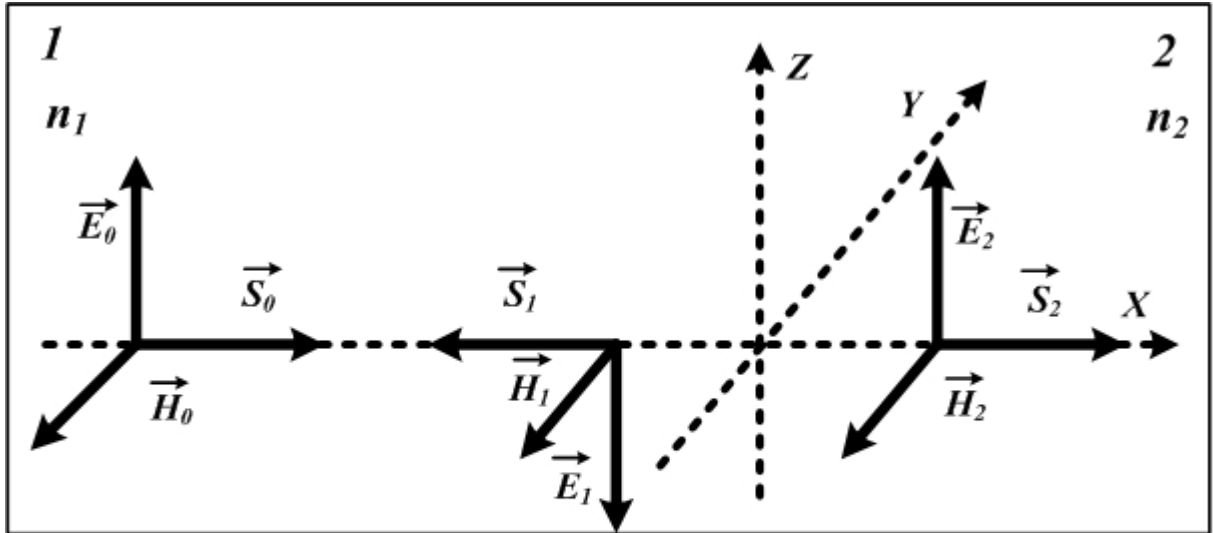


Рис. 12. Направления векторов напряжённостей полей в падающей (0), отражённой (1) и прошедшей (2) волнах в случае падения волны на оптически более плотную среду

Основные результаты и выводы

1. При переходе через границу раздела, либо при отражении от границы раздела частота электромагнитной волны не изменяется.

2. Фазовая скорость электромагнитной волны, волновое число и длина волны изменяется при переходе из одной среды в другую.

$$v_1 = \frac{c}{n_1} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_1}}, \quad v_2 = \frac{c}{n_2} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_2}}.$$

$$k_1 = \frac{\omega}{v_1} = n_1 \frac{\omega}{c}, \quad k_2 = \frac{\omega}{v_2} = n_2 \frac{\omega}{c}.$$

$$\lambda_1 = \frac{2\pi v_1}{\omega} = \frac{2\pi c}{\omega n_1}, \quad \lambda_2 = \frac{2\pi v_2}{\omega} = \frac{2\pi c}{\omega n_2}.$$

3. Относительная интенсивность отражённой волны при нормальном падении волны на границу раздела двух сред

$$\frac{I_1}{I_0} = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2.$$

4. Относительная интенсивность прошедшей волны при нормальном падении волны на границу раздела двух сред

$$\frac{I_2}{I_0} = \frac{4n_1n_2}{(n_1 + n_2)^2}.$$

Здесь n_1 и n_2 – показатели преломления сред.

5. При отражении от оптически менее плотной среды фаза колебаний отражённой волны не меняется.

6. При отражении от оптически более плотной среды фаза отражённой волны изменяется на π .

2.2. Закон преломления и отражения света

Снова рассмотрим границу раздела двух однородных, изотропных, электрически нейтральных, непроводящих сред. Для диэлектрических и магнитных проницаемостей этих сред ($\varepsilon_1, \varepsilon_2, \mu_1, \mu_2$) выполняются следующие условия:

$$\varepsilon_1 = \text{const.}; \quad \varepsilon_2 = \text{const.}; \quad \varepsilon_1 \neq \varepsilon_2; \quad \mu_1 = \mu_2 = \text{const.} \approx 1.$$

Особо отметим, что, так как диэлектрические проницаемости этих сред различаются, различаются и их показатели преломления,

$$n_1 \neq n_2.$$

Из первой среды с показателем преломления $n = n_1$ на границу раздела под произвольным углом к этой границе падает световая (электромагнитная) волна. Из опыта известно, что такая волна частично отражается от границы раздела, а частично проходит во вторую среду. Поставим перед собой следующие вопросы.

1. Как изменится направление распространения волны при отражении от границы раздела?

2. Как изменится направление распространения волны при прохождении через границу раздела?

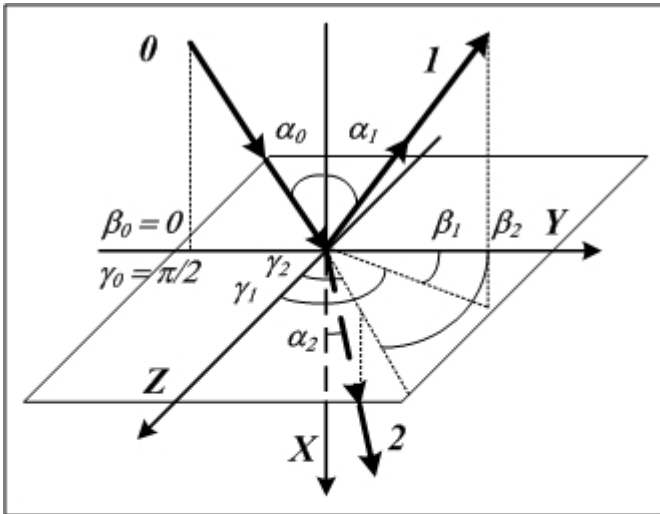


Рис. 13. Направления падающей (0), отражённой (1) и преломлённой (2) волн вблизи границы раздела двух сред

Систему координат выберем так, чтобы падающая волна распространялась в плоскости XZ , а граница раздела лежала в плоскости YZ ,

$$\beta_0 = 0, \quad \gamma_0 = \pi/2.$$

Как известно из граничных условий для вектора напряжённости электрического поля, на границе раздела двух сред *тангенциальные составляющие вектора напряжённости электрического поля сохраняются.*

$$E'_{1t} = E'_{2t}.$$

Здесь E'_{1t} – тангенциальная составляющая суммарного вектора напряжённости электрического поля в первой среде, а E'_{2t} – тангенциальная составляющая вектора напряжённости электрического поля во второй среде. В нашем случае напряжённость поля в первой среде складывается из напряжённости поля падающей волны и напряжённости поля

Мы рассматриваем волну, падающую на границу раздела под произвольным углом (рис.13). Здесь $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ – углы между направлением распространения падающей волны и осями OX, OY, OZ соответственно; $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ – углы между направлением распространения отражённой волны и осями OX, OY, OZ ; $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ – углы между направлением распространения волны, прошедшей во

отражённой волны, а напряжённость поля во второй среде – из напряжённости поля прошедшей волны.

$$E_{0t} - E_{1t} = E_{2t}. \quad (2.12)$$

Как и в предыдущем параграфе, индекс «0» относится к падающей волне, «1» – к отражённой волне, «2» – к прошедшей (преломлённой) волне. Будем считать также, что происходит падение волны на среду с показателем преломления $n_2 > n_1$. В этом случае при отражении фаза волны изменяется на π , что соответствует знаку «-» у проекции напряжённости поля отражённой волны.

Напряжённости электрического поля падающей, отражённой и прошедшей волн:

$$E_0 = E_{00} \cos(\omega_0 t - (\vec{k}_0 \vec{r}) + \varphi_0); \quad (2.13)$$

$$E_1 = E_{10} \cos(\omega_1 t - (\vec{k}_1 \vec{r}) + \varphi_1); \quad (2.14)$$

$$E_2 = E_{20} \cos(\omega_2 t - (\vec{k}_2 \vec{r}) + \varphi_2). \quad (2.15)$$

Подставим в условие равенства тангенциальных составляющих напряжённостей полей (2.12) выражения (2.13) – (2.15):

$$\begin{aligned} E_{00t} \cos(\omega_0 t - (\vec{k}_0 \vec{r}) + \varphi_0) - E_{10t} \cos(\omega_1 t - (\vec{k}_1 \vec{r}) + \varphi_1) = \\ = E_{20t} \cos(\omega_2 t - (\vec{k}_2 \vec{r}) + \varphi_2). \end{aligned}$$

Начальные фазы колебаний в волнах выберем так, чтобы выполнялось равенство

$$\varphi_0 = \varphi_1 = \varphi_2 = 0.$$

Тогда

$$E_{00t} \cos(\omega_0 t - (\vec{k}_0 \vec{r})) - E_{10t} \cos(\omega_1 t - (\vec{k}_1 \vec{r})) = E_{20t} \cos(\omega_2 t - (\vec{k}_2 \vec{r})). \quad (2.16)$$

На границе раздела двух сред равенство (2.16) должно выполняться в любой момент времени, потому что это равенство – следствие граничных условий для векторов напряженностей электрического поля, а выполнение условия (2.16) в любой момент времени возможно, если только

$$\omega_0 = \omega_1 = \omega_2 = \omega.$$

Мы получили подтверждение уже известного нам вывода о том, что частота электромагнитной (световой) волны не изменяется при переходе из одной среды в другую.

Равенство тангенциальных составляющих напряжённостей электрического поля (2.16) должно выполняться в любой точке плоскости раздела. Это возможно, если

$$(\vec{k}_0 \vec{r}) = (\vec{k}_1 \vec{r}) = (\vec{k}_2 \vec{r}).$$

Напомним, что скалярные произведения можно записать в виде проекций на оси координат:

$$(\vec{k}_0 \vec{r}) = k_{0x}x + k_{0y}y + k_{0z}z;$$

$$(\vec{k}_1 \vec{r}) = k_{1x}x + k_{1y}y + k_{1z}z;$$

$$(\vec{k}_2 \vec{r}) = k_{2x}x + k_{2y}y + k_{2z}z.$$

Проекции волнового вектора на оси координат можно, в свою очередь, выразить через направляющие косинусы (рис.13):

$$(\vec{k}_0 \vec{r}) = k_0 \cos \alpha_0 x + k_0 \cos \beta_0 y + k_0 \cos \gamma_0 z;$$

$$(\vec{k}_1 \vec{r}) = k_1 \cos \alpha_1 x + k_1 \cos \beta_1 y + k_1 \cos \gamma_1 z;$$

$$(\vec{k}_2 \vec{r}) = k_2 \cos \alpha_2 x + k_2 \cos \beta_2 y + k_2 \cos \gamma_2 z.$$

Итак, равенство (2.16) выполняется в любой точке плоскости, разделяющей две среды, если

$$\begin{aligned} k_0 \cos \alpha_0 x + k_0 \cos \beta_0 y + k_0 \cos \gamma_0 z &= k_1 \cos \alpha_1 x + k_1 \cos \beta_1 y + k_1 \cos \gamma_1 z = \\ &= k_2 \cos \alpha_2 x + k_2 \cos \beta_2 y + k_2 \cos \gamma_2 z. \end{aligned}$$

В рассматриваемой нами системе координат плоскость раздела сред совпадает с плоскостью YZ , следовательно, во всей этой плоскости координата $x = 0$. В этом случае условие выполнения равенства (2.16) упрощается:

$$k_0 \cos \beta_0 y + k_0 \cos \gamma_0 z = k_1 \cos \beta_1 y + k_1 \cos \gamma_1 z = k_2 \cos \beta_2 y + k_2 \cos \gamma_2 z.$$

Это условие можно переписать, как два одновременно выполняющихся условия для проекций волнового вектора на оси OY и OZ :

$$\begin{cases} k_0 \cos \beta_0 y = k_1 \cos \beta_1 y = k_2 \cos \beta_2 y; \\ k_0 \cos \gamma_0 z = k_1 \cos \gamma_1 z = k_2 \cos \gamma_2 z. \end{cases}$$

Рассмотрим условие для проекций на ось OZ . При этом вспомним, что $k = \omega/v$.

$$\frac{\omega \cos \gamma_0}{v_1} z = \frac{\omega \cos \gamma_1}{v_1} z = \frac{\omega \cos \gamma_2}{v_2} z.$$

Мы выбрали систему координат так, что $\gamma_0 = \pi/2$. Это означает, что при любом значении скорости волны во второй среде v_2

$$\gamma_0 = \gamma_1 = \gamma_2 = \frac{\pi}{2},$$

так как

$$\cos \gamma_0 = \cos \gamma_1 = \cos \gamma_2 = \cos \frac{\pi}{2} = 0.$$

Следовательно, все три луча, падающий, отражённый и преломлённый лежат в одной плоскости – плоскости XU , которая перпендикулярна границе раздела сред.

Падающий, отражённый и преломлённый лучи лежат в одной плоскости.

Для проекций на ось OY должно выполняться условие

$$k_0 \cos \beta_0 y = k_1 \cos \beta_1 y = k_2 \cos \beta_2 y.$$

Волновые векторы k_1 , k_2 и k_3 образуют с осью OY углы β_0 , β_1 , β_2 , а с осью OX эти же волновые векторы образуют углы α_0 , α_1 , α_2 (рис. 14). При этом

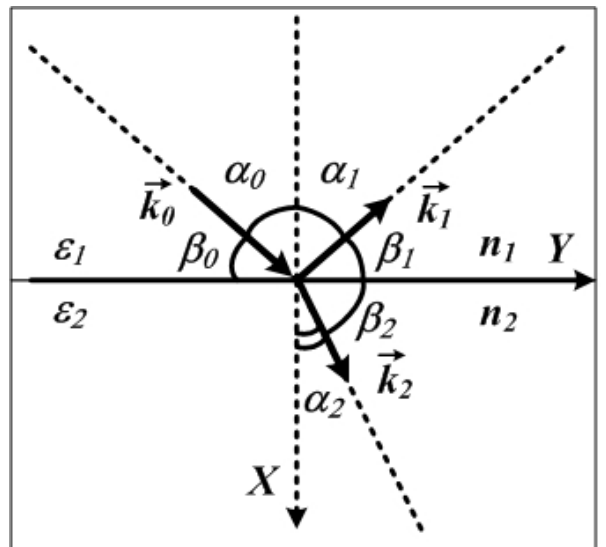


Рис. 14. Направления волновых векторов падающей (0), отражённой (1) и преломлённой (2) волн

$$\alpha_0 = \frac{\pi}{2} - \beta_0, \quad \alpha_1 = \frac{\pi}{2} - \beta_1, \quad \alpha_2 = \frac{\pi}{2} - \beta_2.$$

Следовательно

$$\cos \beta_0 = -\sin \alpha_0, \quad \cos \beta_1 = -\sin \alpha_1, \quad \cos \beta_2 = -\sin \alpha_2.$$

Откуда

$$k_0 \sin \alpha_0 y = k_1 \sin \alpha_1 y = k_2 \sin \alpha_2 y.$$

Эти равенства должны выполняться при любом значении координаты y , поэтому

$$k_0 \sin \alpha_0 = k_1 \sin \alpha_1 = k_2 \sin \alpha_2.$$

$k = \omega/v$, следовательно,

$$\frac{\omega}{v_0} \sin \alpha_0 = \frac{\omega}{v_1} \sin \alpha_1 = \frac{\omega}{v_2} \sin \alpha_2, \quad \frac{\sin \alpha_0}{v_0} = \frac{\sin \alpha_1}{v_1}.$$

Скорости распространения падающей и отражённой волны равны, так как обе волны распространяются в одной среде, $v_1 = v_0$. Следовательно

$$\alpha_0 = \alpha_1.$$

Угол, который падающий луч образует с перпендикуляром, проведённым к границе раздела сред, называется **углом падения луча**. На рис. 14 этот угол обозначен α_0 . Угол, который отражённый луч образует с перпендикуляром, проведённым к границе раздела сред, называется **углом отражения луча**. На рис. 14 этот угол обозначен α_1 . Таким образом, мы доказали, что **угол падения луча равен углу отражения**.

Одновременно с только что рассмотренным равенством выполняется и второе равенство:

$$\frac{\sin \alpha_0}{v_0} = \frac{\sin \alpha_2}{v_2}.$$

Скорости распространения падающей и преломлённой волны уже не равны, так как обе волны распространяются в разных средах. Следовательно

$$\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha_2} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Фазовые скорости волны связаны с показателем преломления среды соотношением

$$v = \frac{c}{n},$$

где c – скорость света в вакууме. Поэтому можно записать:

$$\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Величина

$$\frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$

называется относительным показателем преломления двух сред. Таким образом,

$$\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}.$$

Угол, который преломлённый луч образует с перпендикуляром, проведённым к границе раздела сред, называется *углом преломления луча*. На рис. 14 этот угол обозначен α_2 . ***Отношение синуса угла падения к синусу угла преломления равно относительному показателю преломления двух сред.***

Вывод

Таким образом, исходя из представлений о свете, как об электромагнитной волне, мы доказали эмпирический закон преломления и отражения света, известный также, как закон Снеллиуса.

Падающий, отражённый и преломлённый лучи лежат в одной плоскости. Угол падения равен углу отражения. Отношение синуса угла падения к синусу угла преломления равно относительному показателю преломления двух сред.

2.3. Явление полного внутреннего отражения света

Исследуем формулу закона Снеллиуса

$$\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}. \quad (2.17)$$

В зависимости от величин показателей преломления сред n_1 и n_2 угол преломления α_2 может быть меньше или больше угла падения α_0 . Так, если свет падает из оптически менее плотной среды на оптически более плотную, то $n_1 < n_2$. Следовательно,

$$\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1} > 1, \quad \sin \alpha_0 > \sin \alpha_2, \quad \alpha_0 > \alpha_2.$$

Ход лучей, соответствующий этому случаю, показан на рис. 15.

Если же свет падает из оптически более плотной среды на оптически менее плотную, то есть $n_1 > n_2$, то угол преломления больше угла падения (рис. 16), так как

$$\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1} < 1, \quad \sin \alpha_0 < \sin \alpha_2, \quad \alpha_0 < \alpha_2.$$

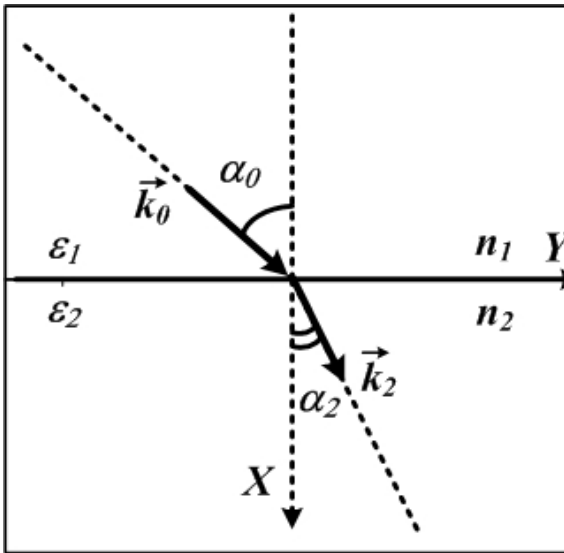


Рис. 15. Падение световой волны из оптически менее плотной среды на оптически более плотную среду, $n_2 > n_1$

В случае падения волны

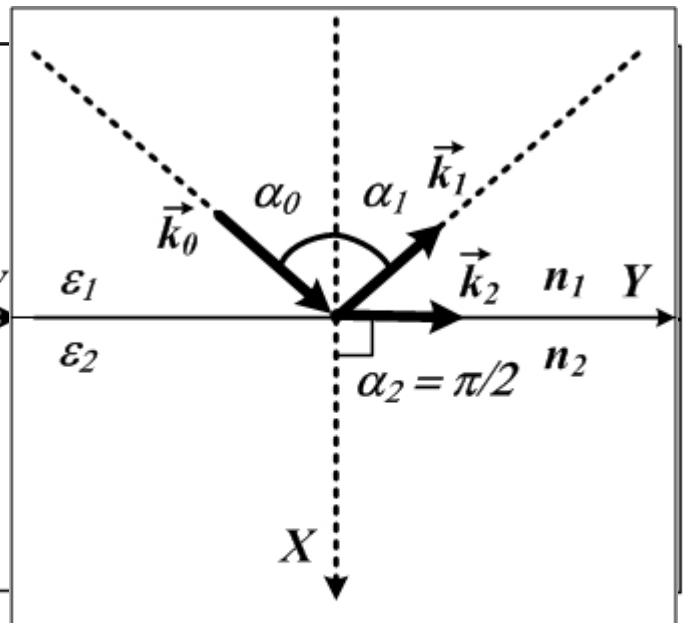


Рис. 17. Полное внутреннее отражение; $n_2 < n_1$; α_0 – предельный угол полного внутреннего отражения

из оптически более плотной среды на оптически менее плотную (рис. 16) с ростом угла падения α_0 будет расти и угол α_2 , причём этот угол будет расти быстрее, чем α_0 . В конце концов может оказаться так, что угол α_2 достигнет величины $\pi/2$ (рис. 17). В этом случае свет не проникнет во вторую среду, а, напротив, полностью отразится от границы раздела. Такое явление наблюдается в эксперименте и называется **полным внутренним отражением** света. Наименьший угол падения, при котором происходит полное внутреннее отражение света, называется **предельным углом полного внутреннего отражения**. При углах падения, больших предельного угла полного внутреннего отражения, свет не проникает через границу раздела сред и тоже наблюдается полное внутреннее отражение. Закон отражения света, согласно которому угол падения светового луча равен углу его отражения, выполняется во всех рассмотренных случаях.

Величину предельного угла полного внутреннего отражения можно найти, предположив, что в формуле (2.17) закона Снеллиуса угол преломления

$$\alpha_2 = \pi / 2, \quad \sin \alpha_2 = 1,$$

тогда

$$\sin \alpha_{np} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}.$$

Из последней формулы очевидно, что полное внутреннее отражение возможно только тогда, когда $n_2 < n_1$.

Вывод

При падении светового луча из оптически более плотной среды на оптически менее плотную среду возможна такая ситуация, что свет не проникает во вторую среду, а полностью отражается от границы раздела. Предельный (наименьший) угол падения луча, при котором это может произойти, определяется формулой

$$\sin \alpha_{np} = \frac{n_2}{n_1},$$

где n_1 – показатель преломления среды, из которой падает свет, n_2 – показатель преломления среды, на которую падает свет.

2.4. Поляризация света при отражении (закон Брюстера)

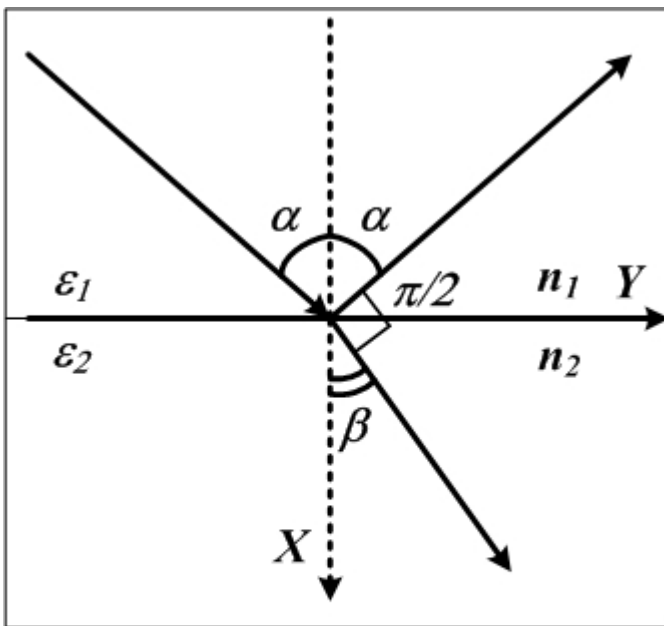


Рис.18. Если угол между отражённым и преломлённым лучами равен $\pi/2$, то отражённый луч линейно поляризован

Из эксперимента известно, что при отражении луча, падающего под определённым углом, называемым углом Брюстера, отражённый луч оказывается поляризованным даже в том случае, если падающий свет является естественным, не поляризованным. При этом отражённый и преломлённый лучи перпендикулярны. Попробуем объяснить этот экспериментальный факт, исходя из представления о свете, как об электромагнитной волне.

Напомним, что если колебания вектора напряжённости электрического поля в волне каким-либо образом упорядочены, волна называется **поляризованной**. Если колебания вектора напряжённости электрического поля в волне происходят в одной плоскости, волна называется **линейно-поляризованной**. Если плоскость, в которой происходят колебания вектора напряжённости электрического поля в волне, вращается, волна называется **поляризованной по кругу (по эллипсу)**.

Ещё раз рассмотрим границу раздела двух однородных, изотропных, электрически нейтральных, непроводящих сред. Для диэлектрических и магнитных проницаемостей этих сред (ε_1 , ε_2 , μ_1 , μ_2) выполняются следующие условия:

$$\varepsilon_1 = \text{const.}; \quad \varepsilon_2 = \text{const.}; \quad \varepsilon_1 \neq \varepsilon_2; \quad \mu_1 = \mu_2 = \text{const.} \approx 1.$$

Показатели преломления рассматриваемых сред различны,

$$n_1 \neq n_2.$$

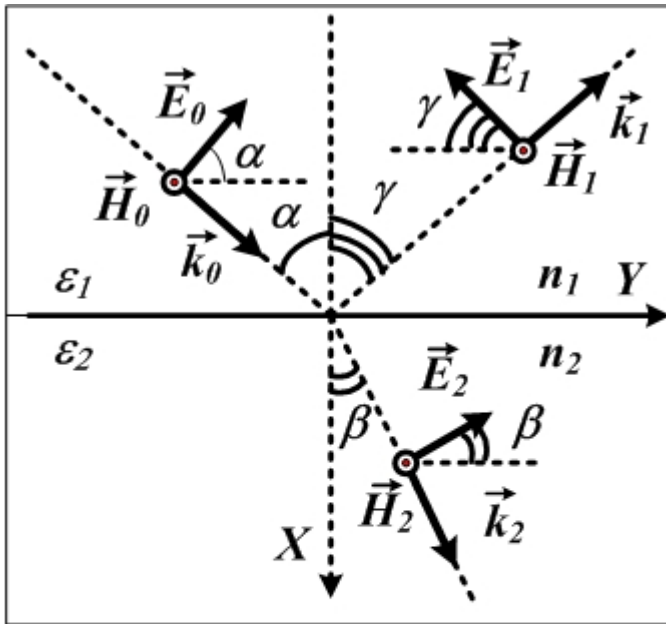


Рис. 19. Отражение и преломление линейно-поляризованной волны. Стрелками показаны направления колебаний векторов E и H и направление волнового вектора

взаимно-перпендикулярных направления, одно совпадает с плоскостью падения луча (то есть с плоскостью, в которой лежат падающий, отражённый и преломлённый лучи), второе – с плоскостью, разделяющей две различные среды. Затем рассмотрим проекции вектора E на эти два направления. Это будет соответствовать рассмотрению двух линейно-поляризованных волн, плоскости поляризации которых взаимно-перпендикулярны. В одной из таких волн вектор E совершает колебания в плоскости падения луча, во второй – в плоскости границы раздела сред. Затем мы выясним, каковы коэффициенты отражения этих волн и, если при каких-то условиях один из этих коэффициентов окажется равным нулю, то при этих условиях одна из составляющих вектора E в отражённой волне будет отсутствовать, что и будет означать, что отражённая волна линейно поляризована.

Пусть из первой среды с показателем преломления $n = n_1$ на границу раздела под произвольным углом к этой границе падает линейно-поляризованная световая (электромагнитная) волна.

Для того чтобы объяснить факт поляризации естественного света после отражения от поверхности раздела двух сред вспомним, что колебания вектора напряжённости электрического поля в неполяризованной волне происходят во всех направлениях в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны.

Выделим в плоскости, в которой происходят колебания вектора E , два

Волна поляризована таким образом, что вектор напряжённости электрического поля совершает колебания в плоскости падения (плоскость XU на рис. 19). В этом случае вектор напряжённости магнитного поля совершает колебания в плоскости, параллельной границе раздела. Волна частично отражается от границы раздела, а частично проходит во вторую среду. На границе раздела выполняются граничные условия для векторов напряжённостей полей, а также для векторов электрической и магнитной индукции.

$$\begin{aligned} E_{1t} &= E_{2t}, & H_{1t} &= H_{2t}, \\ D_{1n} &= D_{2n}, & B_{1n} &= B_{2n}. \end{aligned}$$

Здесь и далее индекс «1» относится к первой среде, «2» – ко второй, индекс « t » обозначает тангенциальную составляющую вектора, а индекс « n » – нормальную.

При переходе границы раздела сред сохраняется тангенциальная составляющая вектора напряжённости электрического поля. В первой среде существует падающая и отражённая волна, во второй – прошедшая волна. С учётом направлений векторов (рис. 19) получаем

$$\begin{aligned} E_{1t} &= E_{00} \cos \alpha - E_{10} \cos \gamma; \\ E_{2t} &= E_{20} \cos \beta. \end{aligned}$$

Исходя из требования непрерывности тангенциальной составляющей вектора напряжённости электрического поля, получаем уравнение

$$E_{00} \cos \alpha - E_{10} \cos \gamma = E_{20} \cos \beta. \quad (2.18)$$

E_{00} , E_{10} , E_{20} – амплитуды колебаний вектора напряжённости электрического поля в падающей, отражённой и преломлённой волнах соответственно.

Сохраняется также и тангенциальная составляющая вектора напряжённости магнитного поля. И в этом случае в первой среде существует падающая и отражённая волна, во второй – только прошедшая волна. С учётом направлений векторов напряжённости

магнитного поля в падающей, отражённой и преломлённой волнах (рис. 19) получаем

$$H_{00} + H_{10} = H_{20}. \quad (2.19)$$

H_{00} , H_{10} , H_{20} – амплитуды колебаний вектора напряжённости магнитного поля в падающей, отражённой и преломлённой волнах.

Далее мы объединим уравнения (2.18) и (2.19) в систему уравнений, выразим амплитуды колебаний векторов напряжённости магнитного поля через амплитуды векторов напряжённостей электрического поля, а затем найдём коэффициент отражения для волны, поляризованной таким образом.

Итак, записываем систему уравнений:

$$\begin{cases} E_{00} \cos \alpha - E_{10} \cos \gamma = E_{20} \cos \beta, \\ H_{00} + H_{10} = H_{20}. \end{cases}$$

Теперь воспользуемся полученными ранее соотношениями между амплитудами колебаний векторов E и H

$$\sqrt{\epsilon\epsilon_0} E = \sqrt{\mu\mu_0} H.$$

Следовательно, для напряжённостей полей в любой из сред можно записать:

$$H = \sqrt{\frac{\epsilon\epsilon_0}{\mu\mu_0}} E. \quad (2.20)$$

Перепишем второе уравнение системы:

$$\sqrt{\frac{\epsilon_1\epsilon_0}{\mu_1\mu_0}} E_{00} + \sqrt{\frac{\epsilon_1\epsilon_0}{\mu_1\mu_0}} E_{10} = \sqrt{\frac{\epsilon_2\epsilon_0}{\mu_2\mu_0}} E_{20}.$$

Разделим правую и левую части уравнения на постоянные величины и учтём, что обе среды не обладают магнитными свойствами $\mu_1 \approx \mu_2 \approx 1$:

$$\sqrt{\epsilon_1} E_{00} + \sqrt{\epsilon_1} E_{10} = \sqrt{\epsilon_2} E_{20}.$$

Теперь вспомним, что для немагнитных сред показатель преломления

$$n = \sqrt{\epsilon},$$

и второе уравнение системы можно будет записать так:

$$n_1 E_{00} + n_1 E_{10} = n_2 E_{20}.$$

В первом уравнении учтём, что угол падения луча равен углу отражения, $\alpha = \gamma$. После этого система уравнений приобретёт следующий вид:

$$\begin{cases} (E_{00} - E_{10}) \cos \alpha = E_{20} \cos \beta, \\ n_1 (E_{00} + E_{10}) = n_2 E_{20}. \end{cases}$$

Из полученной системы уравнений, как и было намечено, найдём отношение амплитуды отражённой волны E_{10} к амплитуде падающей E_{00} . Квадрат этого отношения и определяет величину коэффициента отражения падающей волны.

Раскроем скобки в обоих уравнениях, перегруппируем слагаемые и разделим первое уравнение на $\cos \alpha$, а второе – на n_1 .

$$\begin{cases} E_{00} - E_{10} = E_{20} \frac{\cos \beta}{\cos \alpha}, \\ E_{00} + E_{10} = \frac{n_2}{n_1} E_{20}. \end{cases}$$

Разделим первое уравнение на второе:

$$\frac{E_{00} - E_{10}}{E_{00} + E_{10}} = \frac{n_1 \cos \beta}{n_2 \cos \alpha}.$$

Согласно закону Снеллиуса

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta},$$

поэтому

$$\frac{E_{00} - E_{10}}{E_{00} + E_{10}} = \frac{\sin \beta \cos \beta}{\sin \alpha \cos \alpha}.$$

Воспользуемся хорошо известной из тригонометрии формулой

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

и получим:

$$E_{00} (\sin (2\alpha) - \sin (2\beta)) = E_{10} (\sin (2\beta) + \sin (2\alpha)).$$

Далее преобразуем сумму и разность синусов в произведения, для чего применим следующие тригонометрические формулы:

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2},$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}.$$

В результате получим:

$$\frac{E_{10}}{E_{00}} = \frac{2 \cos \left(\frac{2\alpha + 2\beta}{2} \right) \sin \left(\frac{2\alpha - 2\beta}{2} \right)}{2 \sin \left(\frac{2\alpha + 2\beta}{2} \right) \cos \left(\frac{2\alpha - 2\beta}{2} \right)} = \frac{\cos(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)}.$$

Откуда

$$\frac{E_{10}}{E_{00}} = \frac{\cos(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)} = \frac{\operatorname{ctg}(\alpha + \beta)}{\operatorname{ctg}(\alpha - \beta)} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta)}.$$

Окончательно, для волны поляризованной так, что вектор напряжённости электрического поля колеблется в плоскости падения луча (т. е. в плоскости, в которой лежат падающий и отраженный лучи), отношение амплитуды отражённой волны к амплитуде падающей, равно

$$\frac{E_{10}}{E_{00}} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta)},$$

где α – угол падения, а β – угол преломления луча.

Интенсивность света пропорциональна квадрату напряжённости, умноженной на показатель преломления, поэтому коэффициент отражения для волны с такой поляризацией будет равен

$$R = \left(\frac{n_1 E_{10}}{n_1 E_{00}} \right)^2 = \frac{\operatorname{tg}^2(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}^2(\alpha + \beta)}.$$

В числителе и знаменателе последней формулы стоит показатель преломления среды, из которой падает свет, потому что отражённый луч распространяется в той же среде.

Функция $y = \operatorname{tg}(x)$ имеет особенность при $x = \pi/2$. В этом случае она стремится к бесконечности. При $\alpha + \beta = \pi/2$ знаменатель дроби стремится к бесконечности, а коэффициент отражения R стремится к нулю. Это означает, что *волна с такой поляризацией, когда вектор E лежит в плоскости падения и перпендикулярен плоскости раздела сред в отражённом свете не существует при $\alpha + \beta = \pi/2$* . Физический смысл этого утверждения состоит в том, что если бы такая волна существовала, вектор напряжённости электрического поля в ней должен был бы совершать колебания вдоль направления распространения волны, такая волна была бы продольной. А, как известно, продольных электромагнитных волн в природе не существует. Из рис. 19 видно, что в этом случае отражённый луч перпендикулярен преломлённому.

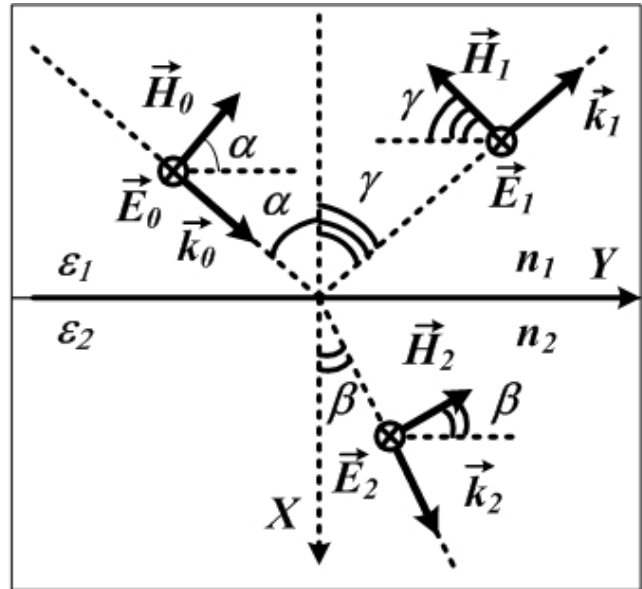


Рис. 20. Отражение и преломление волны, поляризованной так, что вектор напряжённости электрического поля колеблется в плоскости границы раздела сред

Теперь рассмотрим волну, линейно поляризованную так, что вектор напряжённости электрического поля колеблется в плоскости границы раздела сред и перпендикулярен плоскости падения луча (рис.20). Для такой волны граничные условия для тангенциальных составляющих векторов E и H можно записать так:

$$\begin{cases} E_{00} + E_{10} = E_{20}, \\ H_{00} \cos \alpha - H_{10} \cos \gamma = H_{20} \cos \beta. \end{cases}$$

Перепишем систему уравнений, учтём, что угол падения луча равен углу отражения, $\alpha = \gamma$.

$$\begin{cases} E_{00} + E_{10} = E_{20}, \\ (H_{00} - H_{10}) \cos \alpha = H_{20} \cos \beta. \end{cases}$$

Величины векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} связаны соотношением (2.20), поэтому второе уравнение системы можно переписать так:

$$\sqrt{\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_0}{\mu_1 \mu_0}} (E_{00} + E_{10}) \cos \alpha = \sqrt{\frac{\varepsilon_2 \varepsilon_0}{\mu_2 \mu_0}} E_{20} \cos \beta.$$

Учитывая, что среды немагнитные, и, следовательно $\mu_1 \approx \mu_2 \approx 1$, получим:

$$\sqrt{\varepsilon_1} (E_{00} + E_{10}) \cos \alpha = \sqrt{\varepsilon_2} E_{20} \cos \beta.$$

Для немагнитных сред показатель преломления $n = \sqrt{\varepsilon}$, получим:

$$n_1 (E_{00} + E_{10}) \cos \alpha = n_2 E_{20} \cos \beta.$$

Теперь система уравнений для определения относительной интенсивности отражённой волны принимает вид:

$$\begin{cases} E_{00} + E_{10} = E_{20}, \\ n_1 (E_{00} - E_{10}) \cos \alpha = n_2 E_{20} \cos \beta. \end{cases}$$

Разделим второе уравнение системы на $n_1 \cos \alpha$. Угол падения α не может принимать значения $\alpha = \pi/2$ и $\cos \alpha \neq 0$.

$$\begin{cases} E_{00} + E_{10} = E_{20}, \\ E_{00} - E_{10} = E_{20} \frac{n_2 \cos \beta}{n_1 \cos \alpha}. \end{cases}$$

Согласно закону Снеллиуса

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}.$$

$$\begin{cases} E_{00} + E_{10} = E_{20}, \\ E_{00} - E_{10} = E_{20} \frac{\sin \alpha \cos \beta}{\sin \beta \cos \alpha}. \end{cases}$$

Разделив второе уравнение системы на первое, получим

$$\frac{E_{00} - E_{10}}{E_{00} + E_{10}} = \frac{\sin \alpha \cos \beta}{\sin \beta \cos \alpha}.$$

Перемножая слагаемые по правилу пропорции, раскрывая скобки и группируя слагаемые, получим

$$E_{00} (\cos \alpha \sin \beta - \sin \alpha \cos \beta) = E_{10} (\cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta).$$

Применим далее тригонометрические формулы синуса суммы двух аргументов и синуса разности:

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta,$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta.$$

После применения этих формул получаем:

$$-E_{00} \sin(\alpha - \beta) = E_{10} \sin(\alpha + \beta).$$

Откуда коэффициент отражения для линейно-поляризованной волны, у которой вектор напряжённости электрического поля колеблется в плоскости границы раздела сред, равен

$$R = \frac{n_1^2 E_{10}^2}{n_1^2 E_{00}^2} = \left(\frac{E_{10}}{E_{00}} \right)^2 = \frac{\sin^2(\alpha - \beta)}{\sin^2(\alpha + \beta)}.$$

Функция $y = \sin(x)$ не имеет особенности при $x = \pi/2$. При $\alpha + \beta = \pi/2$ знаменатель дроби равен единице. Это означает, что *волна с такой поляризацией, когда вектор E совершает колебания в плоскости раздела сред и перпендикулярен плоскости падения луча существует в отражённом свете при $\alpha + \beta = \pi/2$.*

Таким образом, если сумма угла падения и угла преломления $\alpha + \beta = \pi/2$, то в отражённом луче отсутствуют волны, поляризованные так, что вектор напряжённости электрического поля колеблется

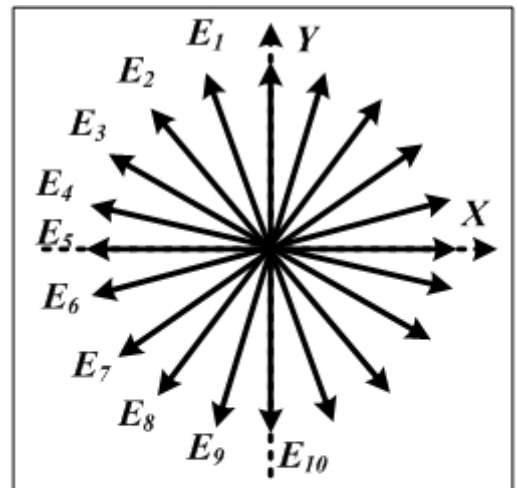


Рис. 21. Направления колебаний векторов напряжённости электрического поля в естественном свете

в плоскости падения луча, но присутствуют волны, у которых вектор напряжённости электрического поля колеблется в плоскости, параллельной границе раздела сред.

Что произойдёт с естественным светом при падении на поверхность под таким углом? Естественный (неполяризованный) свет можно представить как сумму очень большого (возможно, бесконечного) числа линейно-поляризованных волн с различной поляризацией (рис. 21).

$$E_{ест} = \sum_{i=1}^N E_i^{лин.пол.}.$$

Предположим, что в результате отражения коэффициент отражения для волны, поляризованной вдоль оси OY на рис. 21, равен нулю. В этом случае не только интенсивность волны, в которой вектор напряжённости колеблется параллельно оси OY , но и амплитуда колебаний равна нулю. Каждую из линейно-поляризованных составляющих естественного света можно представить как сумму двух взаимно перпендикулярных составляющих (рис.22):

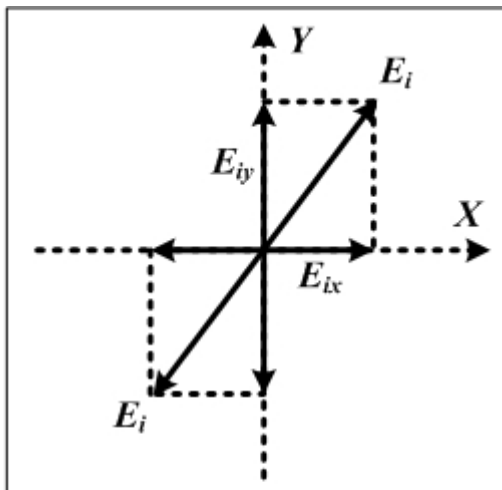


Рис. 22. Проекция вектора напряжённости электрического поля на оси координат в линейно поляризованной волне

$$E_{ест} = \sum_{i=1}^N E_{ix}^{лин.пол.} + \sum_{i=1}^N E_{iy}^{лин.пол.}.$$

Для отражённого света

$$E_{ест}^{отр} = \sum_{i=1}^N r_x E_{ix}^{лин.пол.} + \sum_{i=1}^N r_y E_{iy}^{лин.пол.},$$

где r_x и r_y показывают, во сколько раз амплитуда колебаний проекции вектора E на оси OX и OY в отражённом свете отличается от амплитуды колебаний проекции вектора E на оси OX и OY в падающем. Если для y -компоненты коэффициент отражения $r_y = 0$, то

$$E_{ест}^{omp} = \sum_{i=1}^N r_x E_{ix}^{лин.пол.}$$

Таким образом, естественный свет превратится в линейно-поляризованный.

Если естественный свет падает на поверхность раздела двух сред, то в случае, когда сумма угла падения и угла отражения равна $\alpha + \beta = \pi/2$, отражённая волна *линейно поляризована так, что вектор E лежит в плоскости раздела сред и перпендикулярен плоскости падения.*

Угол падения α , при котором сумма угла падения и угла отражения равна $\alpha + \beta = \pi/2$, а отражённая волна *линейно поляризована так, что вектор E лежит в плоскости раздела сред и перпендикулярен плоскости падения, называется углом Брюстера.*

При падении луча под углом Брюстера, когда $\alpha + \beta = \pi/2$, и угол падения равен углу отражения, отражённый и прошедший лучи *взаимно перпендикулярны* (рис.24).

Из закона Снеллиуса

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}.$$

При падении луча под углом Брюстера

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha,$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \alpha_B}{\sin(\pi/2 - \alpha_B)} = \frac{\sin \alpha_B}{\cos \alpha_B} = \operatorname{tg} \alpha_B.$$

Откуда можно определить величину угла Брюстера

$$\alpha_B = \operatorname{arctg} \frac{n_2}{n_1}.$$

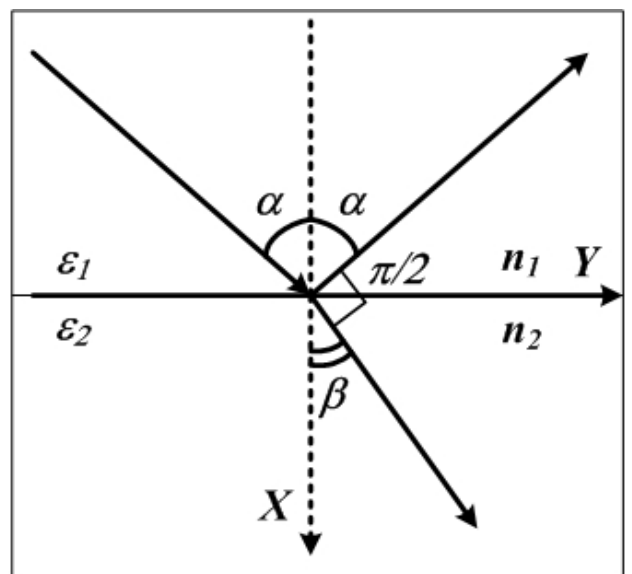


Рис. 23. Направления падающего, отражённого и преломлённого лучей при падении на границу раздела под углом Брюстера

Наблюдение поляризованного света. Поляризаторы.

Наблюдать явление поляризации света можно с помощью устройств, называемых поляризаторами. **Поляризатор** – любое устройство, превращающее естественный свет в поляризованный. Рассмотрим действие простого поляризатора, в котором используется явление поляризации света при отражении. Такой поляризатор получил название поляризатора Норренберга. Оптическая схема поляризатора Норренберга приведена на рис. 24.

Естественный свет падает на пластину из чёрного стекла S_1 под углом Брюстера φ_6 . Стекло должно быть чёрным, чтобы прошедшая в стекло волна полностью поглощалась и были полностью исключены отражения от дальней грани пластины. Отражённый луч полностью поляризован.

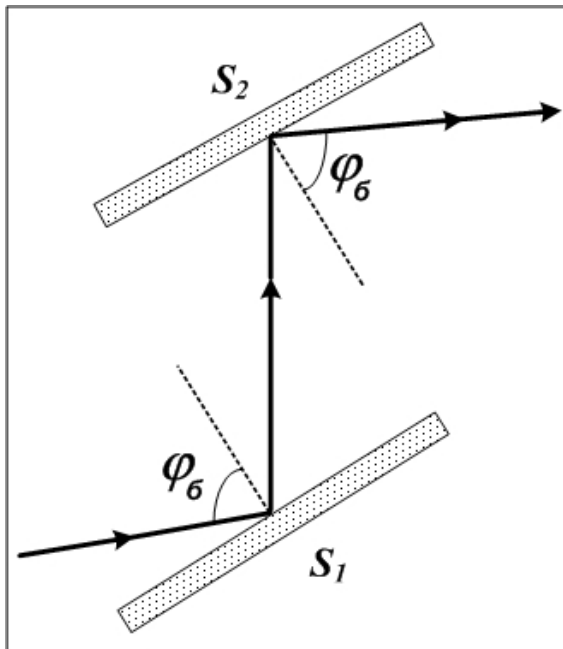


Рис. 24. Оптическая схема поляризатора Норренберга

Если пластинка S_2 параллельна S_1 , то луч отражается от неё, оставаясь полностью поляризованным. Вращая пластину S_2 вокруг этого луча, как вокруг оси, можно добиться максимальной интенсивности отражённого от второй пластины света. Это будет соответствовать положению, когда плоскости поляризации света после отражения от первой и от второй пластины параллельны.

Если пластинку S_2 , не меняя её наклона по отношению к лучу, вращать вокруг этого луча, как вокруг оси, то интенсивность света будет меняться и при

некотором угле поворота уменьшится до нуля. Это будет соответствовать положению, когда плоскости поляризации света после отражения от первой и от второй пластины взаимно перпендикулярны.

Основные выводы

1. Если естественный свет падает на поверхность раздела двух сред, то в случае, когда сумма угла падения и угла отражения равна $\alpha + \beta = \pi/2$, отражённая волна линейно поляризована так, что вектор E лежит в плоскости раздела сред и перпендикулярен плоскости падения.
2. Угол падения α , при котором сумма угла падения и угла отражения равна $\alpha + \beta = \pi/2$, а отражённая волна линейно поляризована так, что вектор E лежит в плоскости раздела сред и перпендикулярен плоскости падения, называется углом Брюстера.
3. При падении луча под углом Брюстера, когда $\alpha + \beta = \pi/2$, и угол падения равен углу отражения, отражённый и прошедший лучи взаимно перпендикулярны.
4. Величина угла Брюстера определяется по формуле:

$$\alpha_B = \operatorname{arctg} \frac{n_2}{n_1}.$$

2.6. Распространение света в анизотропной среде

Важное свойство кристаллов – анизотропия их свойств. Анизотропия свойств означает, что вдоль разных направлений в кристалле одна и та же величина, характеризующая свойства кристалла, может принимать различные значения. Так, например, от направления может зависеть значение диэлектрической проницаемости вещества.

Пусть электромагнитная волна распространяется вдоль некоторого направления в кристалле. Направим ось OX вдоль этого

направления. Тогда колебания векторов напряженности электрического и магнитного полей происходят в плоскости YZ . В этой плоскости колебания вектора напряженности электрического поля могут происходить в различных направлениях (рис. 25). Если среда изотропна, то для всех векторов \mathbf{E} , лежащих в плоскости YZ , значение диэлектрической проницаемости ε одинаково. Если же среда анизотропная, то для каждого из векторов, изображенных на рисунке, значение диэлектрической проницаемости будет отличаться от других. Известно,

что физический смысл диэлектрической проницаемости состоит в том, что она показывает, во сколько раз величина напряженности электрического поля в некоторой среде E уменьшается по сравнению с напряженностью электрического поля E_0 , создаваемого теми же зарядами в вакууме, $\varepsilon = E_0/E$. Если диэлектрическая проницаемость для векторов напряженности электрического поля, имеющих разные направления, различна, то и величина векторов напряженности электрического поля, имеющих различные направления, тоже будет различаться.

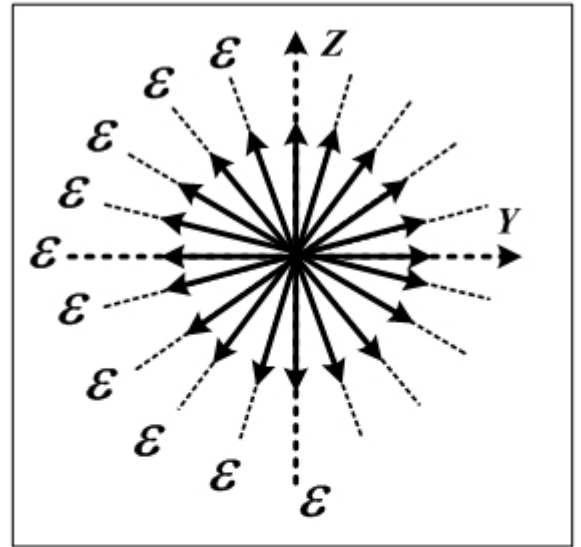


Рис. 25. По всем направлениям в плоскости YZ значение диэлектрической проницаемости одинаково. Величина напряженности поля также одинакова

Рассмотрим ситуацию, показанную на рис. 26. Здесь величины диэлектрической проницаемости, соответствующие трем различным направлениям вектора напряженности поля в кристалле, связаны соотношением $\epsilon_1 < \epsilon_2 < \epsilon_3$. Это приводит, в частности, и к тому, что величина амплитуды колебаний вектора напряженности

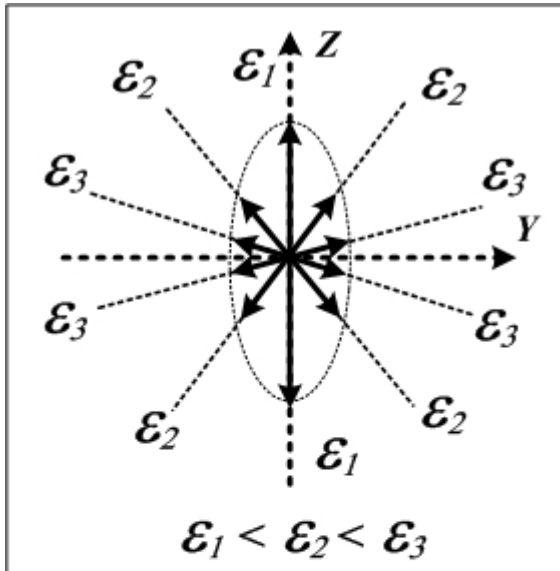


Рис. 26. В анизотропном кристалле по разным направлениям в плоскости YZ значение диэлектрической проницаемости различно. Величина вектора напряженности также различна

электрического поля, происходящих вдоль оси OZ , больше, чем амплитуда колебаний, происходящих вдоль оси OY . Различие значений диэлектрической проницаемости для векторов напряженности электрического поля, совершающих колебания в различных направлениях, свидетельствует о различии показателей преломления для электромагнитных волн, поляризованных так, что вектор напряженности электрического поля (на рис. 26) в одной из них совершает колебания вдоль оси OZ , а в другой – вдоль оси OY . Показатель преломления для немагнитной ($\mu = 1$) среды

$$n = \sqrt{\epsilon},$$

следовательно, величина показателя преломления для волн, линейно-поляризованных так, что колебания вектора напряженности электрического поля происходят вдоль оси OY больше, чем показатель преломления для линейно-поляризованной волны, в которой колебания вектора напряженности электрического поля происходят вдоль оси OZ . Это свойство анизотропных кристаллов лежит в основе объяснения явления *двойного лучепреломления*.

Двойное лучепреломление. Бипризма Николя

Важнейшим следствием анизотропии кристаллов является двойное лучепреломление, которое наблюдается в некоторых кристаллах. Это явление было обнаружено и описано ещё в 1670 г. Эразмом Бартолином. Явление двойного лучепреломления используется для получения поляризованного света в устройстве, называемом бипризмой (двойной призмой) Николя.

Оптическая схема бипризмы Николя приведена на рис. 27. Это устройство состоит из двух призм, вырезанных из прозрачного минерала – исландского шпата (одна из структурных модификаций кальцита, химическая формула CaCO_3), склеенных прозрачным органическим веществом канадским бальзамом. На поверхность бипризмы падает естественный свет, L , и в результате двойного лучепреломления разделяется на два луча, L_o и L_e , названные

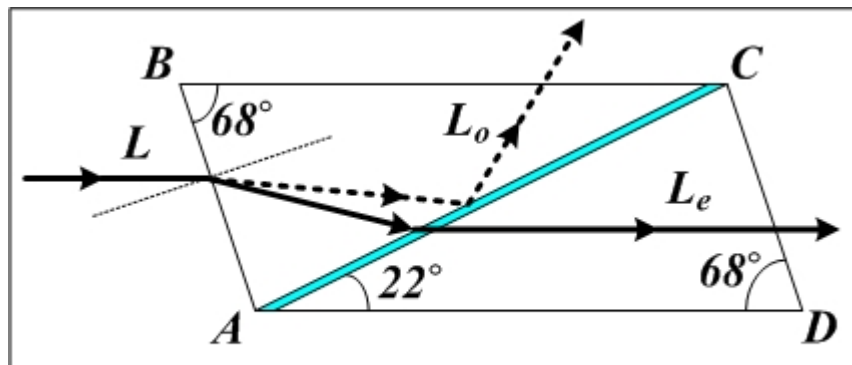


Рис. 27. Оптическая схема бипризмы Николя

«обыкновенным» и «необыкновенным». Углы преломления обыкновенного и необыкновенного лучей различны. Это говорит о том, что показатели преломления исландского шпата для обыкновенного и необыкновенного лучей также различны. Кроме того, эксперимент показывает, что обыкновенный и необыкновенный лучи линейно поляризованы в двух взаимно-перпендикулярных плоскостях. Для обыкновенного луча (L_o) показатель преломления равен $n_o = 1,658$; для необыкновенного луча (L_e) показатель преломления $n_e = 1,486$. Показатель преломления канадского бальзама – $n_b = 1,550$. Углы призмы и показатели

преломления подобраны таким образом, чтобы обыкновенный луч испытывал полное внутреннее отражение, а необыкновенный проходил через границы раздела. Таким образом, можно разделить естественный свет на два луча, поляризованных в перпендикулярных плоскостях.

Объяснить явление двойного лучепреломления можно, если учесть, что исландский шпат является кристаллом с ярко выраженной анизотропией диэлектрической проницаемости. Следовательно, если рассмотреть две волны, распространяющиеся в двух направлениях, вдоль которых величина диэлектрической проницаемости ϵ различна, то скорость распространения света, которая равна

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\epsilon_0\mu\mu_0}},$$

также будет различна для этих направлений. Показатель преломления, который для немагнитных прозрачных сред равен

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon},$$

также будет различаться для разных направлений распространения волны.

Поляризация света при распространении в анизотропном кристалле. Дихроизм

Еще одним проявлением анизотропии свойств кристаллов является *дихроизм*. Дихроизм – это различие поглощения света в зависимости от его поляризации. Так, в рассмотренном выше примере (рис. 26) различаться могут не значения диэлектрической проницаемости, а коэффициенты поглощения для волн, имеющих различные поляризации. Пусть, например, более интенсивно поглощаются волны, поляризованные так, что колебания вектора напряженности электрического поля в них происходят вдоль оси OY . Тогда после того, как волна пройдет некоторое расстояние в такой среде, амплитуда таких колебаний существенно ослабнет по сравнению с колебаниями, происходящими вдоль оси OZ . Свет из естественного превратится в значительной степени поляризованный. Интенсивность поглощения света зависит также и от длины волны, поэтому анизотропные кристаллы, обладающие свойством дихроизма, оказываются различно окрашенными при наблюдениях по разным направлениям, откуда и происходит название "дихроизм" (от греч. *dichroos* - двухцветный).

Это явление также используется для получения линейно-поляризованного света с помощью пластинок, вырезанных из кристаллов турмалина и пленочных поляризаторов. В турмалине обыкновенный луч поглощается сильнее необыкновенного. Поэтому после прохождения через пластинку турмалина естественный свет становится частично поляризованным. При достаточно большой толщине пластинки (около 1 мм), в области видимого света обыкновенный луч поглощается практически полностью, и прошедший свет становится полностью линейно-поляризованным. Турмалин одновременно действует не только как поляризатор, но и как светофильтр, пропускающий преимущественно желто-зеленую область спектра.

В случае, когда полной поляризации света достичь не удаётся и можно говорить о преимущественной (или частичной)

поляризации света. Для количественного описания частично поляризованного света вводят параметр, называемый **степенью поляризации** света. Интенсивность волны с преимущественной поляризацией можно представить, как сумму интенсивности ее двух компонентов, поляризованного света I_p и естественного I_n , $I = I_p + I_n$. Степень поляризации

$$\alpha = \frac{I_p}{I} \cdot 100 \text{ \%}.$$

На практике при помощи поляризаторов (кроме бипризмы Николя), полной поляризации света часто достичь не удаётся и можно говорить о преимущественной поляризации света.

Основные выводы

1. Следствием анизотропии среды является различие показателей преломления для разных направлений распространения световой волны в кристаллах. Это приводит к явлению двойного лучепреломления. Явление двойного лучепреломления в свою очередь может быть использовано для получения линейно поляризованного света.

2. В процессе распространения в анизотропной среде естественный свет может стать преимущественно поляризованным в результате дихроизма среды, то есть различий в поглощении волн, поляризованных по-разному.

2.6. Изменение интенсивности поляризованного света.

Правило Малюса

Если на поляризатор падает естественный свет, то на выходе из поляризатора мы имеем линейно-поляризованный свет, в котором колебания вектора напряжённости электрического поля происходят главным образом в одной плоскости. Эту плоскость будем называть **плоскостью поляризации** данного поляризатора.

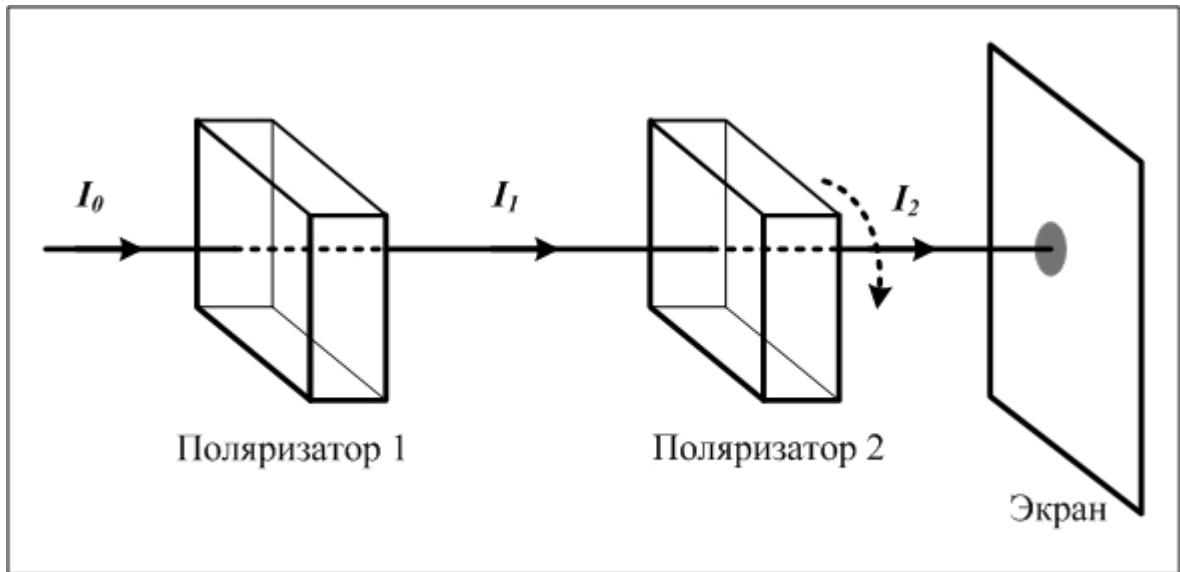


Рис. 28. Схема опыта, иллюстрирующего правило Малюса

Идеальным будем называть поляризатор, на выходе из которого свет полностью поляризован и не имеет примеси колебаний других поляризаций. В качестве идеального поляризатора можно рассматривать бипризму Николя.

Эксперименты с поляризаторами показывают, что если на поляризатор падает не естественный, а уже линейно-поляризованный свет, то его интенсивность зависит от угла между плоскостью поляризации падающего излучения и плоскостью поляризации самого поляризатора. В случае, когда этот угол равен 90° , интенсивность света после поляризатора равна нулю. Можно проделать такой опыт. Естественный свет падает на систему из двух поляризаторов. В качестве поляризаторов лучше всего использовать бипризмы Николя.

Для экспериментального установления зависимости интенсивности света от угла между плоскостями поляризации света и поляризатора можно проделать следующий опыт (рис. 28). Естественный свет падает на поляризатор 1, откуда выходит линейно-поляризованным. Далее линейно-поляризованный свет попадает на поляризатор 2. Сначала, вращая второй поляризатор вокруг направления светового луча (по пунктирной стрелке на рис. 28), следует добиться такого положения, при котором

интенсивность света на экране максимальна. В этом положении плоскости поляризации света и второго поляризатора совпадают. Затем, поворачивая второй поляризатор на малые углы, нужно измерять интенсивность света и следить, как изменяется её величина в зависимости от угла поворота поляризатора. На рисунке не показано, как измеряют интенсивность света, однако это можно с помощью специального прибора, измеряющего освещённости и называемого болометром. Относительную интенсивность можно определить с помощью калиброванного фотосопротивления, измеряя ток через это сопротивление. Измерения показывают, что интенсивность поляризованного излучения после прохождения второго поляризатора I_2 можно выразить через интенсивность поляризованного излучения, падающего на второй поляризатор I_1 следующим образом:

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha, \quad (2.21)$$

где α – угол между плоскостями поляризации падающего света и поляризатора. Эта формула отражает **правило Малюса**, которое иногда называют законом Малюса.

Объяснить этот факт, с точки зрения волновой теории света, несложно. Интенсивность света пропорциональна произведению квадрата напряжённости электрического поля на показатель преломления среды, поэтому

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{n_2 E_2^2}{n_1 E_1^2}.$$

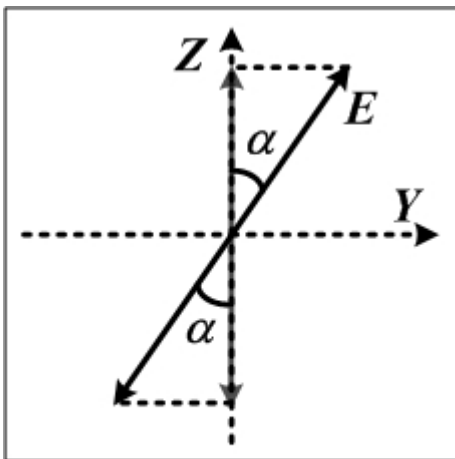


Рис. 29. К объяснению правила Малюса

Показатели преломления среды до поляризатора и за ним одинаковы,

$$n_1 = n_2,$$

поэтому в данном случае

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{E_2^2}{E_1^2}.$$

Рассмотрим, как меняется напряжённость поля линейно-поляризо-

ванной волны при прохождении поляризатора. Пусть плоскость поляризации, создаваемой поляризатором, совпадает с осью OZ (рис.29) и перпендикулярно плоскости рисунка, а плоскость поляризации света образует угол α с плоскостью поляризации поляризатора, что показано на рисунке стрелкой. Составляющая вектора напряжённости, параллельная оси OY , через поляризатор не проходит, «на выходе» из поляризатора содержится только составляющая, совершающая колебания вдоль оси OZ , поэтому

$$E_2 = E_1 \cos \alpha.$$

Следовательно,

$$I_2 = I_1 \frac{E_2^2}{E_1^2} = I_1 \frac{E_1^2 \cos^2 \alpha}{E_1^2} = I_1 \cos^2 \alpha.$$

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha.$$

Эта формула показывает, как изменяется интенсивность линейно-поляризованного света при прохождении поляризатора. Как изменится интенсивность естественного света при прохождении поляризатора? Естественный свет содержит волны всех возможных поляризаций (рис. 30). Здесь AB – плоскость поляризации поляризатора. В падающем луче содержатся волны различных поляризаций, условно показанные векторами, наклоненными под разными углами к AB . В то же время «на выходе» поляризатора содержатся волны одной поляризации. Для каждой из множества линейно поляризованных волн естественного света выполняется правило Малюса. Пусть E_{0i} – напряжённость электрического поля в одной из плоско поляризованных волн естественного света, падающего на первый поляризатор на рис. 28. Тогда напряжённость поля волны естественного света равна

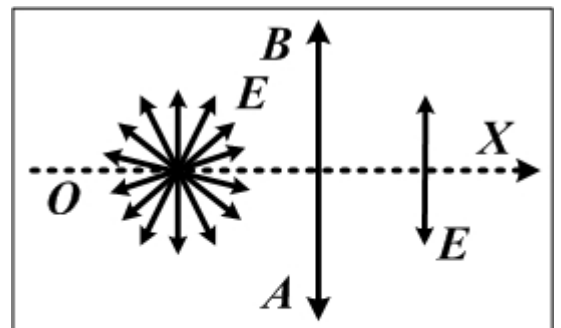


Рис. 30. Прохождение естественного света через поляризатор

$$E_0^{ecm} = \sum_{i=1}^N E_{0i}.$$

При прохождении поляризатора напряжённость поля каждой из линейно-поляризованных волн меняется

$$E_{1i} = E_{0i} \cos \alpha_i,$$

где α_i – угол между линейно плоскостью колебаний линейно поляризованной волны номер i и плоскостью поляризации поляризатора. Напряжённость поля плоскополяризованной волны после прохождения поляризатора в этом случае равна

$$E_1 = \sum_{i=1}^N E_{1i} = \sum_{i=1}^N E_{0i} \cos \alpha_i.$$

Интенсивность излучения

$$I_1 = \sum_{i=1}^N I_{1i} = \sum_{i=1}^N I_{0i} \cos^2 \alpha_i.$$

Так как угол α изменяется непрерывно, от суммы следует перейти к интегралу:

$$\begin{aligned} I_1 &= \sum_{i=1}^N I_{0i} \cos^2 \alpha_i = 2 \int_0^{\pi/2} I_i \cos^2 \alpha d\alpha = 2 \frac{I_0}{\pi} \int_0^{\pi/2} \cos^2 \alpha d\alpha = \\ &= 2 \frac{I_0}{\pi} \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} (1 - \cos 2\alpha) d\alpha = 2 \frac{I_0}{\pi} \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} d\alpha - 2 \frac{I_0}{\pi} \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \cos 2\alpha d\alpha = \\ &= 2 \frac{I_0}{\pi} \frac{1}{2} \frac{\pi}{2} = \frac{I_0}{2}. \end{aligned}$$

Итак, при прохождении естественного света через поляризатор его интенсивность уменьшается в два раза.

$$I_1 = \frac{I_0}{2}. \quad (2.22)$$

Основные результаты и выводы

1. Интенсивность линейно-поляризованного света при прохождении поляризатора изменяется согласно формуле (правило Малюса):

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha.$$

Здесь α – угол между плоскостями поляризации волны и поляризатора.

2. Интенсивность естественного света при прохождении поляризатора уменьшается в 2 раза,

$$I_1 = \frac{I_0}{2}.$$

2.7. Искусственная анизотропия. Эффект Керра

Как мы уже отмечали ранее (см. раздел 2.6), естественный свет при распространении в анизотропной среде может стать преимущественно поляризованным. При этом степень поляризации его может быть достаточно высокой. В то же время, анизотропия в прозрачных телах может возникнуть искусственно, например, при деформации (при одностороннем сжатии или растяжении) тела или при помещении тела во внешнее электрическое поле.

На рис. 31 показано, как можно с помощью двух поляризаторов наблюдать поляризацию света, вызванную искусственной анизотропией при сжатии. Этот метод применяется при исследовании остаточных напряжений прозрачных тел и при моделировании механических напряжений в нагруженных телах.

Эффектом Керра (1875 г.) называется возникновение искусственной анизотропии под действием электрического поля. Если молекулы прозрачного вещества обладают дипольным моментом, то под действием внешнего электрического поля дипольные моменты этих молекул ориентируются так, что за счет электрического поля дипольных моментов этих молекул возникает

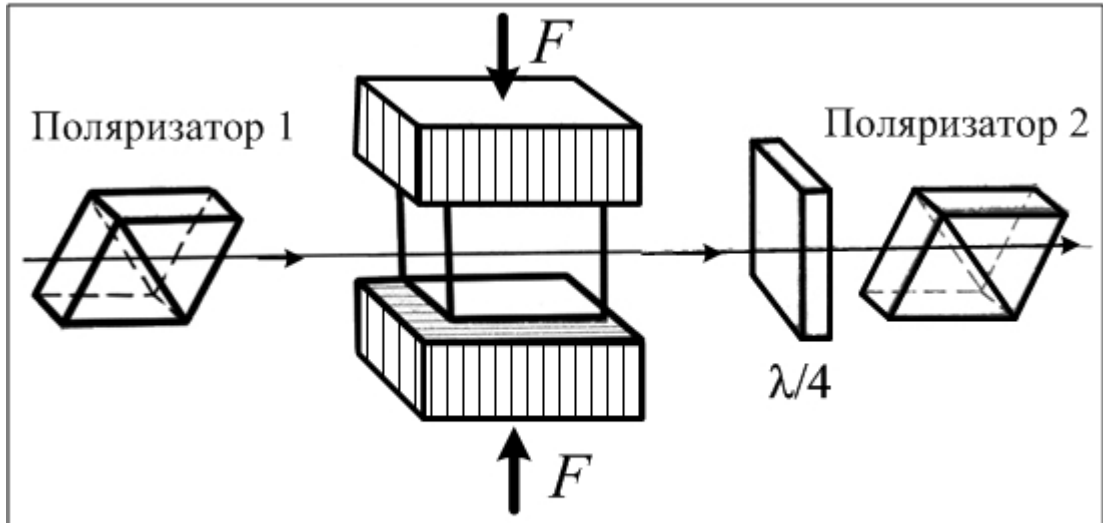


Рис. 31. Оптическая схема опыта по наблюдению анизотропии, возникающей при деформации прозрачного тела

анизотропия. В результате может возникнуть и двойное лучепреломление и дихроизм. На рис. 32 показана схема, иллюстрирующая опыт по наблюдению эффекта Керра.

Естественный свет падает на первый поляризатор, затем проходит через кювету с исследуемым веществом, помещенную внутрь плоского конденсатора, затем – через так называемую четвертьволновую пластинку свет падает на второй поляризатор. При подаче напряжения на конденсатор среда в кювете становится анизотропной, кювета вместе с четвертьволновой пластинкой (она необходима для превращения света, поляризованного по эллипсу, в

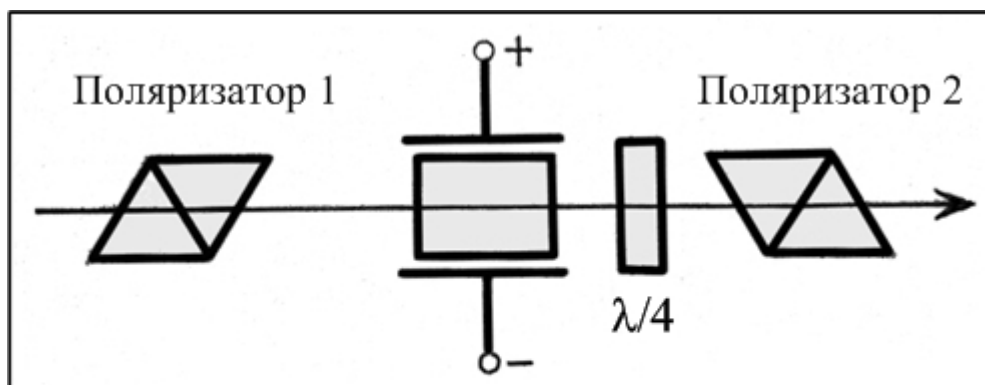


Рис. 32. Схема опыта по наблюдению возникновения искусственной анизотропии среды под действием электрического поля

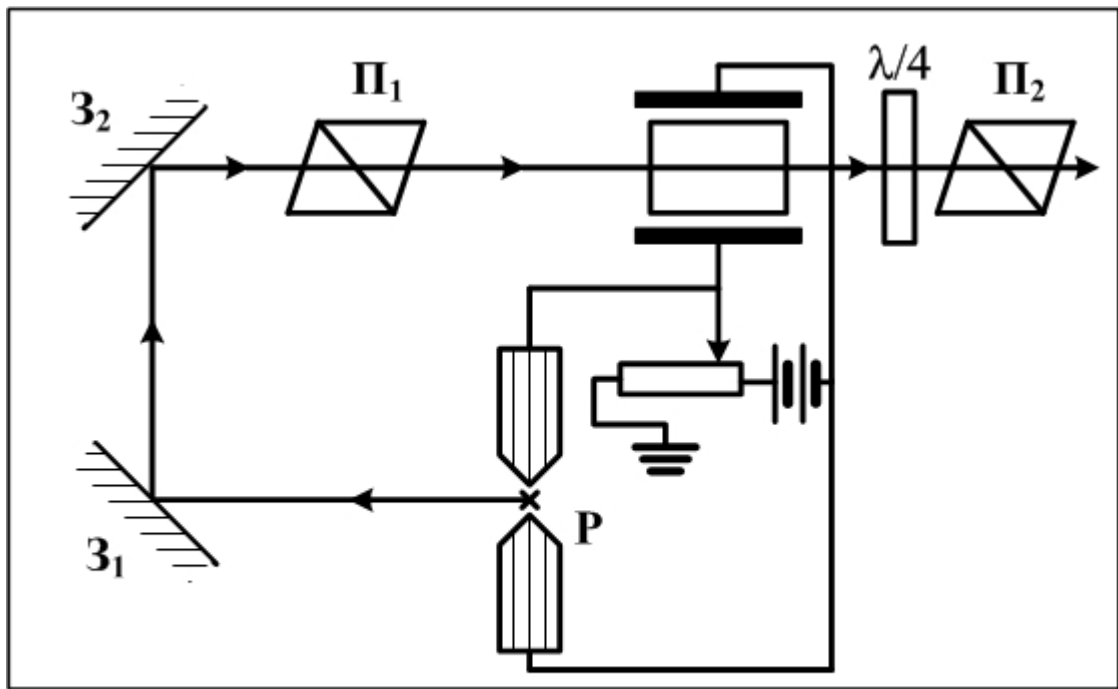


Рис. 33. Схема опыта по измерению времени срабатывания ячейки Керра

линейно-поляризованный свет) приобретает свойства поляризатора. Вращая второй поляризатор, можно изменять освещенность на выходе.

Характерная особенность ячейки Керра – малая инерционность. Время переключения (возникновения анизотропии и превращения кюветы в поляризатор) составляет около 1 нс. На рис. 33 показана схема опыта по измерению инерционности ячейки Керра.

Высокое напряжение подается одновременно на разрядник P и на конденсатор. Поляризаторы Π_1 и Π_2 ориентированы так, чтобы при включении напряжения поляризованный свет не проходил через ячейку Керра. С помощью зеркал можно регулировать расстояние, проходимое световым лучом от разрядника до ячейки Керра, а, следовательно, время прохождения света до ячейки. Напряжение подаётся одновременно на ячейку и на разрядник. Возникает анизотропия. Напряжение выключают. Пока свет проходит расстояние 4 м, все следы двойного лучепреломления исчезают и свет начинает проходить через ячейку. Подобная

быстрота переключения позволяет создавать импульсы света мощностью порядка 1 ГВт при энергии около 10 Дж.

Основные выводы

1. Искусственная анизотропия возникает при возникновении механических напряжений в веществе. Этот эффект используется для исследования распределения механических напряжений в твердых телах.

2. Искусственная анизотропия возникает также при воздействии электрического поля. Эффект Керра используется для создания сверхбыстродействующих переключателей.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Калитеевский Н.И. Волновая оптика. – М.: Высшая школа, 1978. – 384 с.
2. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. – М.: Наука, 1973. – 719 с.
3. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Теория поля. – М.: Наука, 1973, – 504 с.
4. Ландсберг Г.С. Оптика. – М.: Наука, 1976. – 848 с.
5. Королев Ф.А. Курс физики. Оптика и атомная физика. – М.: Просвещение, 1974. – 608 с.
6. Савельев И.В. Курс физики. Т.2., – СПб.: Лань, 2007. – 496 с.
7. Сивухин Д.В. Общий курс физики, Т.4. Оптика. – М.: Наука, 1980. – 752 с.
8. Матвеев А.Н. Оптика. – М.: Высшая школа, 1985. – 352 с.
9. Кудрявцев П.С. Курс истории физики. – М.: Просвещение, 1982. – 448 с.
10. Уколов А.С. Лекции по общему курсу физики. Часть V. Электромагнитное поле. Колебания и волны. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2001. – 129 с.
11. Заичкин Н.Н. Лекции по общему курсу физики. Часть VI. Оптика. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2006. – 138 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1. Электромагнитные волны.	5
1.1. Уравнения Максвелла и волновое уравнение.....	5
1.2. Поперечность электромагнитных волн.....	14
1.3. Поляризация электромагнитных волн	20
1.4. Соотношение между величинами векторов напряженностей электрического и магнитного поля в электромагнитной волне.....	22
1.5. Энергия, переносимая электромагнитной волной.....	26
2. Отражение и преломление электромагнитных волн	40
2.1. Отражение при нормальном падении волны на границу раздела двух сред.....	41
2.2. Закон преломления и отражения света.....	49
2.3. Явление полного внутреннего отражения света.....	56
2.4. Поляризация света при отражении (закон Брюстера).....	58
2.5. Распространение света в анизотропной среде.....	71
2.6. Изменение интенсивности поляризованного света. Правило Малюса.....	76
2.7. Искусственная анизотропия. Эффект Керра.....	81
3. Библиографический список	85

Учебное издание

Колпачёв Алексей Борисович
Колпачёва Ольга Валериевна

ВОЛНОВАЯ ОПТИКА КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ. Ч.1.

Для студентов, обучающихся по направлениям
«Приборостроение», «Электронная техника, радиотехника и связь»,
«Электроника и наноэлектроника», «Информационная
безопасность»

Ответственный за выпуск Колпачёв А.Б.
Редактор Кочергина Т.Ф.
Корректор Чиканенко Л.В.

ЛР № 020565 от 23 июня 1997 г. Подписано к печати 2013 г.

Формат 60×84 ¹/₁₆ . Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. п.л.– 5,5. Уч.-изд. л. – 5,0.

Заказ № . Тираж экз.

«С»

Издательство ЮФУ
ГСП 17А, Таганрог, 28, Некрасовский, 44
Типография ЮФУ
ГСП 17А, Таганрог, 28, Энгельса, 1