

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Инженерно-технологическая академия

**А. Б. КОЛПАЧЁВ**  
**О. В. КОЛПАЧЁВА**

## **КВАНТОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ОПТИКЕ**

*Учебное пособие*

Ростов-на-Дону – Таганрог  
Издательство Южного федерального университета  
2021

УДК 530.145;535(075.78)

ББК 22.31я73

К615

*Печатается по решению кафедры физики  
Института нанотехнологий, электроники и приборостроения  
Южного федерального университета  
(протокол № 6 от 5 февраля 2020 г.)*

**Рецензенты:**

заведующий кафедрой электротехники и электроники  
Донского государственного технического университета,  
доктор физико-математических наук, профессор *А. А. Лаврентьев*  
заведующий кафедрой теоретической, общей физики и технологии  
Таганрогского института им. А. П. Чехова (филиала)  
Ростовского государственного экономического университета (РИНХ),  
кандидат технических наук, доцент *С. Н. Кихтенко*

**Колпачёв, А. Б.**

К615 Квантовые явления в оптике : учебное пособие / А. Б. Колпачёв, О. В. Колпачёва ; Южный федеральный университет. – Ростов-на-Дону ; Таганрог : Издательство Южного федерального университета, 2021. – 129 с.

ISBN 978-5-9275-3803-4

Учебное пособие содержит изложение разделов курса физики, касающихся квантовых свойств излучения и корпускулярно-волнового дуализма.

Пособие предназначено для студентов ЮФУ, обучающихся по направлениям «Приборостроение», «Электронная техника, радиотехника и связь», «Электроника и нанoeлектроника».

УДК 530.145;535(075.78)

ББК 22.31я73

ISBN 978-5-9275-3803-4

© Южный федеральный университет, 2021  
© Колпачёв А. Б., Колпачева О. В., 2021  
© Оформление. Макет. Издательство  
Южного федерального университета, 2021

## ВВЕДЕНИЕ

С построением теории электромагнитного поля Дж. К. Максвеллом в физике окончательно утвердилась волновая теория света. После того, как было доказано, что свет и другие виды излучения представляют собой электромагнитные волны, волновая оптика получила прочный теоретический и практический фундамент. Теперь явления преломления света, интерференции, дифракции, поляризации в рамках одной теории электромагнитных волн исчерпывающе объясняли свойства разных видов излучений.

В то же время развитие экспериментальной техники, тесно связанное с прогрессом технологий, привело к открытию и исследованию новых физических и в том числе оптических явлений. Прогресс в развитии вакуумной техники позволил изучить свойства сильно разреженных газов, и в ходе этих исследований были открыты так называемые катодный лучи, свойства которых не укладывались в рамки волновой оптики. Исследование взаимодействия света с веществом привело к открытию внешнего фотоэлектрического эффекта, который также невозможно было объяснить в рамках волновой теории света.

Блестяще подтвердилось предположение Фарадея, полученное им при исследовании электролиза, о том, что электрический заряд может изменяться только дискретно, т.е. строго определенными малыми порциями. Был открыт электрон и определен элементарный электрический заряд. Такой вывод, если задуматься, противоречит основным идеям непрерывного изменения физических величин, лежащих в основании классической физики.

Новые физические явления требовали объяснения, и оно было получено. Но оказалось, что новые подходы, позволяющие получить такие объяснения, вступают в противоречие со ставшей уже классической волновой теорией света. Настоящее пособие посвящено рассмотрению тех оптических явлений, которые выходят за рамки классической волновой теории и которые послужили основой для формирования идей корпускулярно-волнового дуализма и последующего прогресса квантовой физики.

# 1. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ КЛАССИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ И НЕОБХОДИМОСТЬ РАСШИРЕНИЯ КЛАССИЧЕСКИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ О ПРИРОДЕ СВЕТА

## 1.1. Непрерывность изменения физических величин

В разделах курса физики, посвященных механике, термодинамике, электричеству и магнетизму, колебаниям и волнам, мы рассматривали физические явления, исходя из так называемых принципов классической физики. Иногда утверждают, что эти основополагающие принципы «очевидны», вытекают из опыта наблюдения физических явлений и «не требуют обоснования». Возможно, впервые классическое описание физических явлений во всей своей силе было продемонстрировано Ньютоном при математическом описании механических явлений, в том числе при формулировке закона всемирного тяготения и описании движения космических тел, планет, комет и т.д. В чем же состоят эти фундаментальные основания классического описания физических явлений? Не претендуя на исчерпывающую точность, можно сформулировать основные принципы классического описания физических объектов: 1) непрерывность изменения любых физических величин, описывающих поведение объекта; 2) принцип классического детерминизма; 3) независимость свойств изучаемого объекта от процесса проведения физических измерений; 4) аналитический метод исследования объектов и явлений. Рассмотрим, в чем состоят эти основные положения.

В механике состояние объекта, например, материальной точки, в любой момент времени полностью определено заданием его координат и проекций вектора скорости. Движение объекта есть изменение его состояния, происходящее с течением времени. Изменение состояния объекта есть изменение его координат и проекций скорости с течением времени. Как следует из многочисленных наблюдений движения макроскопических тел, значения координат тела и величины проекций его скорости на координатные оси могут изменяться за очень короткие промежутки времени на очень малые величины. Так, нас не удивит тот факт, что за время  $t = 1$  мкс координата шарика массой  $m = 1$  г изменилась на  $\Delta x = 1$  мкм, а проекция его

скорости на ось  $OX$  увеличилась или уменьшилась на  $\Delta v_x = 0,01$  мкм/с. Из того, что в природе случаются очень маленькие изменения координат объекта, а также очень маленькие изменения величин проекций его скорости на оси координат, в классической механике делают вывод, что изменение состояния объекта может быть связано не просто с маленьким, а с математически бесконечно малыми изменениями параметров, следовательно, его координаты и проекции скорости объекта могут изменяться непрерывно. При этом предполагается, что изменение времени также может быть бесконечно малой величиной.

Использование понятий бесконечно малых изменений координат и проекций скорости позволило применить для описания механических явлений математический аппарат дифференциального и интегрального исчисления, дифференциальных уравнений. Применение таких математических методов позволило решить огромное число задач механики. Даже простое понятие траектории, как непрерывной геометрической линии, вдоль которой движется материальная точка, невозможно ввести, не предполагая возможности непрерывного изменения ее механического состояния. В то же время понятие «малое изменение координаты» или «значительное изменение координаты» на практике всегда относительно и связано с характерными размерами тел и расстояниями в решаемой задаче. Вопрос о том, чему же равно это бесконечно малое изменение координаты и существует ли предел уменьшения этих изменений в классической механике либо не ставится вовсе, либо решается приближенно. То же относится к измерению промежутков времени и изменений проекций скорости точки.

Создание теории электромагнитного поля также связано с применением концепции бесконечно малых изменений координат, с которыми связано бесконечно малое изменение напряженности поля, а следовательно, и силы, действующей на тело. Принцип непрерывности изменения физических величин присутствует и тут. Малое изменение параметров системы приводит к малому изменению ее состояния.

В классической термодинамике состояние термодинамической системы описывается набором таких параметров, как давление  $P$ , объем  $V$  и температура  $T$ . При этом считается, что значения этих параметров также могут изменяться на сколь угодно малые величины. И такой подход, так же

как и в механике, позволяет успешно решать огромное число практических задач. Развитие молекулярно-кинетической теории вещества привело к тому, что на первый взгляд, изменение некоторых параметров термодинамической системы должно происходить не непрерывно, а малыми фиксированными порциями. Объем некоторого количества жидкости или твердого вещества не может увеличиться или уменьшиться на величину меньшую, чем составляет объем одной молекулы. Однако объемы молекул оказались настолько малы, что даже если в систему (жидкость или твердое тело) добавить очень большое число молекул, то изменение ее объема останется в миллиарды раз меньше объема самой системы, и такое добавление не повлияет на макроскопические свойства системы. Поэтому абсолютно справедливо можно считать, что изменения макроскопических параметров термодинамической системы происходят непрерывно, как и в механике.

В то же время в процессах перехода термодинамических систем из одного состояния в другое, особенно в случае нестабильных состояний, возрастает роль так называемых флуктуаций или очень малых, случайных, зачастую локальных отклонений параметров системы от среднего равновесного значения. В таких ситуациях иногда очень малые отклонения параметров системы от равновесных значений могут привести к весьма существенным, порой даже катастрофическим для системы изменениям. В таких случаях, характерных для фазовых переходов в термодинамической системе, в отличие от большинства задач классической механики малые непрерывные изменения некоторых параметров системы приводят к очень большим изменениям других ее параметров. Но и в этих случаях удастся описать поведение системы в рамках классического подхода с вполне приемлемой степенью точности.

### **Контрольные вопросы**

1. На каких представлениях основан классический метод описания физических объектов?
2. Как трактует классическая механика и электродинамика проблему непрерывности и бесконечно малых величин? Как с точки зрения классической теории должны изменяться физические величины?

3. Существуют ли в классическом описании пределы измерений физических величин, например, наименьшие возможные интервалы времени, наименьшие возможные величины заряда, массы тела? Существуют ли пределы точности определения координат тела, импульса тела?

4. Как связана классическая непрерывность изменения макроскопических параметров термодинамических систем с характером изменения микроскопических параметров системы?

5. Как решается проблема прерывности и непрерывности в классической термодинамике?

6. Какова роль бесконечно малых флуктуаций в неравновесных термодинамических процессах?

## **1.2. Классический детерминизм**

В классической механике со времен Ньютона применяется динамический метод описания систем. Этот метод включает три основных этапа. Во-первых, нужно определить начальные условия для системы, т.е. определить начальные значения координат и импульсов всех частиц системы. Во-вторых, на основе второго закона Ньютона записать динамические уравнения движения частиц, учитывая силы взаимодействия между ними. В-третьих, необходимо решить полученную систему дифференциальных уравнений, проанализировать результат. Применение этого метода создает иллюзию того, что можно предсказать поведение всех тел, о которых идет речь в поставленной задаче. На основании такого подхода фактически общепринятым стало представление о том, что пользуясь динамическим описанием системы можно однозначно предсказать ее будущее.

В XIX в. сформировалось целое философское направление, называемое классическим или механистическим детерминизмом. Так, французский математик и философ Пьер-Симон Лаплас (1749–1827) писал [1]: «Ум, которому были бы известны для какого-либо данного момента все силы, одушевляющие природу, и относительное положение всех ее составляющих частей, если бы он вдобавок оказался достаточно обширным, чтобы подчинить эти данные анализу, обнял бы в одной формуле движения величайших тел Вселенной наравне с движениями легчайших атомов: не осталось бы ничего, что было бы для него недостоверно, и будущее так

же, как и прошедшее, предстало бы перед его взором». Классическая физика устанавливает жесткую связь прошлого, настоящего и будущего любого объекта. Следствие классического детерминизма – тотальная предопределённость всех событий во Вселенной. Практика показывает, что это бесконечно далеко от истины.

На практике динамический метод применим только для систем с очень малым числом степеней свободы. Аналитически точно можно решить задачу взаимодействия двух тел. Для большого (трех и более) числа взаимодействующих тел приходится прибегать к разного рода приближениям. Системы, состоящие из очень большого числа частиц такие, как газы, жидкости, твердые тела, невозможно описать динамически. Значения координат и импульсов частиц дают наиболее полную информацию о системе частиц, однако эта информация, во-первых, необозрима даже для фиксации, во-вторых, она непригодна для теоретического анализа. Так, например, несущественные изменения скоростей небольшой группы молекул не приведут к изменению макроскопического состояния системы, но очень скоро изменят положение и скорости всех молекул.

Очень важно также и то, что в системах, состоящих из очень большого числа частиц (очень большим будем называть число частиц порядка числа Авогадро), начинают проявляться закономерности, которые никак невозможно вывести из суммы свойств отдельных частиц. Примером этого служит второй закон термодинамики. Законам динамики и закону сохранения энергии не противоречат процессы, в ходе которых энергия самопроизвольно передавалась бы от менее нагретого тела к более нагретому, однако в природе такие процессы не происходят. Объяснение этому факту невозможно дать в рамках динамического описания системы, требуется специальный статистический, вероятностный подход.

### **Контрольные вопросы**

1. Как в механике Ньютона решается задача динамического описания поведения частиц системы? Какие этапы включает в себя этот метод?
2. В чем состоят согласно Лапласу основные следствия классического детерминизма?
3. В чем состоят затруднения классического детерминизма в описании физических процессов?

4. Приведите примеры, подвергающие сомнению принцип классического детерминизма.

### **1.3. Аналитический метод исследования**

Аналитический метод исследования предполагает, что любой объект может быть выделен из окружающей среды и при этом его свойства не изменятся. Взаимодействие между объектами и взаимодействие объектов с внешней средой не изменяет свойств объектов или воздействие внешних тел на исследуемый объект не слишком существенно и его можно учесть. Очевидно, что даже в типичных ситуациях, рассматриваемых в классической механике, это соблюдается не всегда. Примером может служить движение тела с учетом сил трения. В ходе такого движения от тела могут отделиться как небольшие, так и весьма существенные его части, тело может частично или полностью расплавиться, или испариться от нагревания и так далее. Другая особенность аналитического метода состоит в том, что объект при необходимости может быть расчленен на составляющие части, исследование которых позволит понять природу самого объекта. Следствие классического принципа анализа – возможность бесконечного дробления любого объекта. Посмотрим, как это происходит на практике. Молекулу можно разделить на атомы, атом – на элементарные частицы, электроны, протоны и т.д., их, в свою очередь, можно представить состоящими из кварков. Но дробление ли это, если порой части больше целого? При объединении частей в целое свойства целого не равны сумме свойств частей.

Частным проявлением принципа анализа является независимость измерительного прибора и объекта измерения. Считается, что процесс измерения никак не влияет на свойства объекта, а если это влияние и существует, оно не значительно изменяет свойства объекта измерения и это влияние можно учесть, как это происходит при измерении силы электрического тока или напряжения в электрической цепи. Когда же речь заходит об измерении характеристик движения микрочастиц (электронов, атомов, ионов и т.д.), то оказывается, что сам процесс измерения координаты или величины скорости такой частицы меняет ее свойства кардинально. После измерения координаты движущегося электрона зачастую

он перестает двигаться и просто поглощается детектором. Таким образом, существуют ситуации, когда независимость (квазинезависимость) объекта и инструмента исследования невозможна.

Как видно из приведенных выше рассуждений, по мере развития науки, в частности, физики и химии, стали возникать ситуации, в которых исправно работавшие ранее методы классической физики стали давать сбои. Потребовались новые подходы для описания и объяснения наблюдаемых явлений. Это привело к так называемой революции в физике и созданию квантовой механики, а затем – квантовой электродинамики, теории элементарных частиц, современной квантовой теории твердого тела и других разделов современной физики.

В предлагаемом учебном пособии мы рассмотрим фундаментальные эксперименты и открытия, которые и привели к созданию современной квантовой физики, а также обоснуем необходимость введения квантовых представлений для объяснения физических явлений. Мы обсудим границы применения классического и квантового подходов к описанию физических явлений. Эти явления преимущественно связаны с оптикой, теорией излучения, свойствами электромагнитного излучения в различных частотных диапазонах. Кроме того, мы рассмотрим открытие первых субатомных частиц – электронов и определение величины элементарного заряда, что свидетельствует о дискретности изменения такой физической величины, как электрический заряд. В то же время мы не ставим задачу изложить в настоящем пособии основы квантовой механики. Это предполагается сделать отдельно.

### **Контрольные вопросы**

1. В чем состоят основные идеи аналитического метода исследования?
2. С какими проблемами сталкивается метод классического анализа в физике микромира?
3. Как трактуется процесс измерения физических величин в классической физике? Как в этом случае взаимодействуют измерительный прибор и объект измерения?
4. Какие трудности возникают в процессе измерений в микромире?

## 2. ОТКРЫТИЕ ЭЛЕКТРОНА

### 2.1. Эволюция представлений об электрическом заряде



**Фото 2.1.**  
Джозеф Джон Томсон  
(1856–1940)

Исторически сложилось так, что первой физической величиной, которая изменяется не непрерывно, а дискретно, т.е. малыми но конечной величины порциями, оказался электрический заряд. И связано это с открытием в 1897 г. Британским физиком Джозефом Джоном Томсоном (1856–1940) [2, 3] электрона, частицы, обладающей наименьшим из возможных по величине электрическим зарядом. Это открытие оказалось результатом большой и кропотливой работы по исследованию электрических разрядов в газах при чрезвычайно низких давлениях, проводившейся на протяжении нескольких десятилетий во многих физических лабораториях по всему миру ведущими учеными и изобретателями.

В XVIII в. усилиями многих выдающихся ученых было установлено, что существует два рода электричества – «стеклянное» и «смоляное» [1, 4]. Стеклоэлектричество возникает при натирании стекла мехом и соответствует современному понятию положительного электрического заряда, а «смоляное» электричество возникает при натирании смолы или янтаря мехом и соответствует современному понятию отрицательного электрического заряда. Считалось, что одна или две (в другом варианте теории) электрические жидкости могут перетекать с одного тела на другое, вызывая электростатическое взаимодействие этих тел. Жидкости могут протекать по проводникам и не могут протекать по диэлектрикам. Позднее был открыт закон Кулона, введено понятие электрического тока, но очень долгое время модель электрической жидкости, текущей по проводникам оставалась неизбежной. Само название «электрический ток» происходит из этой модели. Разумеется, количество электрической жидкости, прошедшей по проводнику, может быть сколь угодно малым. Величина силы тока изменяется

непрерывно. С использованием этой модели были получены законы постоянного тока, правильно описывающие это физическое явление.

Открытие в 1833 году Фарадеем законов электролиза дало основания предполагать, что ток может представлять собой поток заряженных частиц, например, ионов. Предположение о том, что электрический ток, возможно, имеет дискретную структуру, выдвинул в 1874 г. ирландский физик и математик Джордж Стоуни (1826–1911) [1]. Позднее, опираясь на результаты опытов по электролизу, он оценил величину элементарного электрического заряда. Согласно Стоуни, она составила примерно  $1 \cdot 10^{-20}$  Кл. Частицу с таким зарядом Стоуни сначала именовал «атомом электричества», а в 1891 г. предложил для нее название «электрон». Пользуясь гипотезой Стоуни, в 1875 г. голландский физик Хендрик Антон Лоренц (1853–1928) определил силу, которая должна действовать на заряженную частицу, движущуюся в магнитном поле. Эту силу мы сейчас называем силой Лоренца.

Однако результаты Стоуни и Лоренца были сугубо теоретическими и требовали экспериментального обоснования. Не стоит забывать, что в то время понятие атома еще не стало общепринятым и само существование атомов вызывало острые споры, не говоря об электронах.

### Контрольные вопросы

1. В чем состоит суть модели электрической жидкости? Имела ли эта модель какую-либо научную ценность?
2. Исследование каких явлений и процессов дало толчок для развития представлений о дискретности электрического заряда?

### 2.2. Катодные лучи

Еще во времена Ньютона, в 1709 г., английский физик Фрэнсис Хоксби (1666–1713) установил, что если откачать воздух в баллоне до давления, равного  $1/60$  части нормального атмосферного давления и присоединить баллон к электрической машине, то в баллоне возникает свечение, которое позже называли «дугой колеблющегося пламени» [1]. Существенный прогресс в исследовании процесса протекания тока в газах и в вакууме стал возможным только после того, как физики смогли достигать существенно меньших давлений в откачанном сосуде.

В 1858 г. немецкий физик и изобретатель Генрих Иоганн Гейсслер (1815–1879) сконструировал насос, в котором роль поршня играл ртутный столб, что позволило достигать давлений в закрытом сосуде, составляющих около  $1/10000$  от нормального атмосферного давления. В 1858–1859 гг. другой немецкий физик Юлиус П्लюккер (1801–1868) с помощью насоса Гейсслера провел ряд экспериментов по исследованию проводимости газов при низком давлении. Согласно результатам исследования П्लюккера при прохождении тока разреженный газ светится, при дальнейшем понижении давления свечение газа ослабевает, но когда газ откачан из трубки почти полностью, вблизи катода (т.е. электрода, подключенного к отрицательному полюсу батареи) возникает другое, зеленоватое свечение, уже не являющееся свечением газа, который к этому моменту практически полностью откачан из сосуда. Плюккер предположил, что из катода трубки что-то испускается, сталкивается со стеклом, а затем собирается на аноде. Несколько лет спустя другой немецкий физик, изучавший это явление, Эуген Гольдштейн (1850–1930) назвал его катодными лучами [1].

Изучению природы катодных лучей было посвящено много исследований. В частности, было установлено, что твердые тела, установленные на пути катодных лучей, отбрасывают на стенки трубки тени (И. В. Гитторф, У. Крукс). На рис. 2.1 показан результат эффектного опыта, выполненного английским физиком Уильямом Круксом (1832–1919) с катодными лучами и получившего название «Крест Крукса». На пути катодных лучей установлена металлическая преграда в виде креста, которая отбрасывает тень на светящуюся стенку трубки. Согласно результатам Гитторфа и Крукса катодные лучи распространяются прямолинейно.

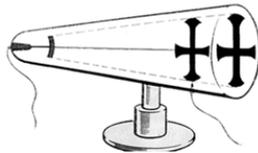


Рис. 2.1. Крест Крукса, тень от катодных лучей

Выдвигались различные предположения о природе катодных лучей. Плюккер считал, что лучи – поток молекул материала катода. Крукс предполагал, что лучи – ионизированные молекулы газа, остающегося в трубке. Гольдштейн показал, что лучи распространяются на расстояние

много больше длины свободного пробега молекул в трубке при имеющемся в трубке давлении, следовательно, они не могут быть молекулами газа. Генрих Герц установил, что лучи сколько-нибудь заметно не отклоняются наэлектризованными пластинами и проходят сквозь тонкую золотую фольгу, поэтому он считал эти лучи электромагнитными волнами. Однако вывод Герца о том, что электромагнитное поле не оказывает воздействия на катодные лучи, оказался ошибочным. В опытах Герца на отклоняющие пластины подавалось недостаточно большое напряжение, а внутри трубки – недостаточно низкое давление. Остатки газа влияли на распространение катодных лучей. В 1895 г. французский физик и будущий нобелевский лауреат Жан-Батист Перрен (1870–1942) доказал, что под действием катодных лучей на коллекторе, установленном внутри лучевой трубки, накапливается отрицательный заряд. Это означало, что катодные лучи – поток отрицательно заряженных частиц, но не ионов. Если бы это был поток ионов, то на коллекторе не только накапливался бы электрический заряд, но выделялось бы какое-нибудь вещество, как это происходит в процессе электролиза.

Отметим, что в 1895 г. в ходе опытов с «трубкой Крукса» и источником высокого напряжения сделал свое знаменитое открытие Вильгельм Конрад Рентген (1845–1923). Он обнаружил новый вид электромагнитного излучения, названного *X*-лучами или рентгеновскими лучами.

В 1897 г. Дж. Дж. Томсон, применив в опытах более совершенные вакуумные насосы, сумел зафиксировать отклонение катодных лучей электрическим полем. Его выводы совпали с результатами Перрена. Катодные лучи вели себя как поток частиц, обладающих отрицательным электрическим зарядом. Вскоре аналогичные результаты получил и Гольдштейн.

Томсон пошел еще дальше. Вскоре он объявил о том, что ему удалось измерить отношение заряда к массе для частиц, из которых состоят катодные лучи. Рассмотрим подробнее, как это было сделано.

### Контрольные вопросы

1. Что такое катодные лучи? В каких условиях их возможно наблюдать? В чем разница между тлеющим разрядом в разреженном газе и катодными лучами?

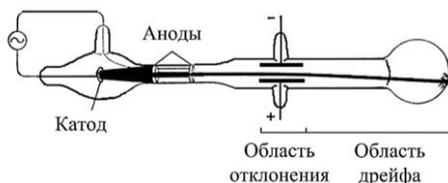
2. Каковы экспериментально наблюдаемые свойства катодных лучей? Что означает выражение «крест Крукса»?

3. Какие предположения выдвигались для объяснения наблюдаемых свойств катодных лучей? Какие из этих предположений подтвердились, а какие оказались неверными?

4. Каких технических усовершенствований потребовали исследования катодных лучей? Какой вид излучения попутно был открыт при исследовании катодных лучей?

### 2.3. **Определение отношения заряда к массе для частиц катодных лучей**

На рис. 2.2 представлена схема опыта Томсона по исследованию катодных лучей [4]. Установки представляла собой герметичную вакуумную трубку, откачанную до очень низкого давления около 0,0001 от нормального атмосферного давления. В трубке размещались катод, аноды и отклоняющая система. В случае электростатического отклонения это был плоский конденсатор, как это показано на рис. 2.2, в случае магнитного отклонения на месте конденсатора находилась катушка, создающая магнитное поле. Катушка может находиться и вне вакуумной системы. Нагреваемый катод вместе с анодами является источником катодных лучей. С помощью катодов, имеющих отверстие посередине, которые еще называют коллиматорами, создавался узкий направленный пучок катодных лучей. Лучи проходили через отклоняющую систему или область отклонения, а затем двигались прямолинейно, не подвергаясь каким-либо воздействиям. Такое свободное движение будем называть дрейфом. Чем длиннее область дрейфа, тем заметнее отклонение катодных лучей на задней стенке трубки.



**Рис. 2.2.** Схема опытов Томсона с катодными лучами

Томсон предполагал, что катодные лучи являются потоком отрицательно заряженных частиц. Рассмотрим, как должна двигаться такая частица в описанной выше установке. На рис. 2.3 показана траектория движения частицы в электрическом поле в области отклонения и в области дрейфа. Будем использовать следующие обозначения. Скорость частицы до ее попадания в отклоняющую систему обозначим  $v_0$ . Вектор скорости  $v_0$  направлен вдоль оси  $OX$ . Скорость частицы на выходе из отклоняющей системы –  $v$ . Эта скорость имеет проекции на оси  $OX$  и  $OY$ . Причем ненулевую проекцию скорости на ось  $OY$  частица приобретает благодаря воздействию однородного электрического поля, возникающего между пластинами плоского конденсатора. Пусть величина напряженности этого поля равна  $E$ . Заряд частицы обозначим буквой  $q$ , массу –  $m$ . Длина области отклонения (длина пластин конденсатора) –  $l$ ; длина области дрейфа –  $L$ ;  $y_1$  – величина отклонения от первоначальной прямолинейной траектории, которое приобретает частица в области отклонения;  $y_e$  – величина отклонения, возникающего в результате дрейфа.

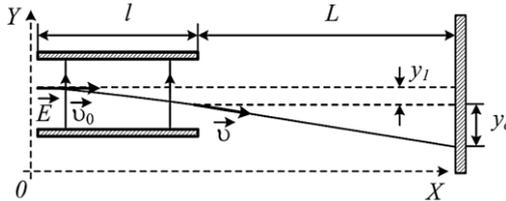


Рис. 2.3. Отклонение заряженной частицы в электрическом поле

В процессе движения частицы внутри конденсатора на нее действует электрическая сила, величина которой равна  $F = qE$ , направленная к положительной пластине конденсатора, на рис. 2.3 – вниз. Траектория движения частицы внутри конденсатора представляет собой ветвь параболы. Под воздействием электрической силы частица движется с вертикальным ускорением, величина которого из второго закона Ньютона равна

$$a_y = \frac{qE}{m} .$$

Действием силы тяжести на частицы в сравнении с электрическими силами можно пренебречь. В результате этого вертикальная составляющая скорости частицы возрастает от нуля до величины

$$v_y = a_y t_1,$$

где  $t_1$  – время движения частицы внутри конденсатора. Так как на частицу не действуют горизонтальные силы, вдоль оси  $OX$  она движется равномерно и прямолинейно, следовательно время движения частицы внутри конденсатора равно  $t_1 = \ell/v_0$ . Вертикальная составляющая скорости частицы на выходе из конденсатора равна

$$v_{1y} = a_y t_1 = a_y \frac{\ell}{v_0} = \frac{qE\ell}{mv_0}.$$

Для определения величины ускорения мы воспользовались вторым законом Ньютона, согласно которому

$$a_y = \frac{qE}{m}.$$

Далее, в области дрейфа частица движется равномерно и прямолинейно, следовательно, ее смещение вдоль оси  $OY$  составит

$$y_e = v_{1y} t_2 = \frac{qE\ell}{mv_0} t_2,$$

где  $t_2$  – время дрейфа частицы. Оно равно  $t_2 = L/v_0$ . Поэтому смещение частицы по вертикали под воздействием электрического поля составит

$$y_e = \frac{qE\ell L}{mv_0^2}. \quad (1)$$

Величиной смещения частицы при движении внутри конденсатора можно пренебречь, если размеры конденсатора, как это и было в эксперименте, более чем в 20 раз меньше длины области дрейфа. Предоставим читателям самостоятельно убедиться в этом, помня, что движение частицы внутри конденсатора равноускоренное, а начальная скорость вертикального движения равна нулю.

Из формулы (1) невозможно найти не только заряд частицы, но и даже отношение ее заряда к массе, потому что не известна начальная скорость частицы  $v_0$ . Отношение заряда частицы к ее массе можно найти, если провести еще один эксперимент, в котором отклонение катодных лучей будет производиться не электрическим, а магнитным полем. На рис. 2.4 показана траектория движения заряженной частицы в таком эксперименте.

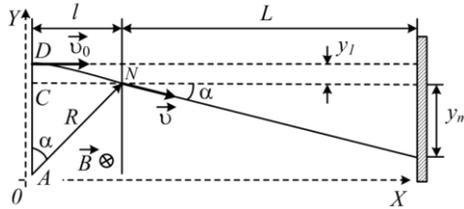


Рис. 2.4. Отклонение заряженной частицы магнитным полем

При попадании в магнитное поле, под действием силы Лоренца, которая всегда перпендикулярна скорости частицы, частица будет двигаться по дуге окружности  $DN$ , радиусами этой окружности являются отрезки  $OD$  и  $ON$ . Длина этих отрезков равна  $R$ . Протяженность области отклонения частицы, в которой на нее действует магнитное поле, равна  $\ell$ . Пусть длина области отклонения будет такой же, как и в опыте с электрическим полем.  $L$  – длина области дрейфа частицы. Она такая же, как в опыте с отклонением частицы электрическим полем. Так как сила Лоренца перпендикулярна скорости частицы, она не изменяет величину этой скорости, а только изменяет ее направление. Поэтому величина вертикальной проекции скорости, которая определяет величину смещения луча в процессе дрейфа, равна  $v_y = v_0 \sin \alpha$ . На рис. 2.4 вектор  $\vec{v}_0$  перпендикулярен радиусу окружности  $DN$ , а  $\vec{v}$  – перпендикулярен радиусу  $AN$ , так как скорость направлена по касательной к окружности, а касательная всегда перпендикулярна радиусу окружности. Поэтому угол  $DAN$  равен углу  $\alpha$ , как углы с перпендикулярными сторонами. Поэтому  $\sin \alpha = \frac{|CN|}{|AN|} = \frac{\ell}{R}$ .

Величина смещения луча при отклонении его магнитным полем равна  $y_m = v_y t_2$ , где  $t_2$  – время дрейфа. Время равно

$$t_2 = \frac{L}{v_0 \cos \alpha}$$

Смещение луча под действием магнитного поля

$$y_m = v_0 \sin \alpha t_2 = \frac{L v_0 \sin \alpha}{v_0 \cos \alpha} = L \operatorname{tg} \alpha$$

Для малого угла  $\alpha$  можно считать, что  $\sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha = \ell/R$ .

Величину радиуса окружности найдем из второго закона Ньютона. Сила Лоренца создает центростремительное ускорение, поэтому

$$m \frac{v_0^2}{R} = q v_0 B,$$

где  $B$  – величина вектора индукции магнитного поля. Отсюда радиус окружности равен

$$R = \frac{m v_0}{q B}.$$

Смещение частицы в результате дрейфа

$$y_m = L \operatorname{tg} \alpha = L \frac{\ell}{R} = \frac{q B \ell L}{m v_0}. \quad (2)$$

При вводе формулы (2) также считалось, что смещение частицы в области отклонения много меньше ее смещения в области дрейфа. Это предположение соответствует тому, что угол отклонения вектора скорости  $\alpha$  был мал.

Величины  $y_e$  и  $y_m$ , которые можно рассчитать по формулам (1) и (2), определяются экспериментально. Используем формулы (1) и (2) для определения отношения заряда частицы к ее массе. Из (2) определим, что

$$v_0 = \frac{q B \ell L}{m y_m}, \quad (3)$$

и подставим найденное выражение для скорости  $v_0$  в формулу (1). После несложных преобразований получим

$$\frac{q}{m} = \frac{E y_m^2}{B^2 \ell L y_e}. \quad (4)$$

Входящие в формулу (4) величины напряженности электрического поля  $E$  и индукции магнитного поля  $B$  легко определить, зная напряжение на конденсаторе, а также ток в катушке и число витков в ней.

В качестве примера приведем результаты одного из многочисленных измерений Томсона, сделанных в 1897 г. Данные взяты из книги [4] и переведены в систему единиц СИ. Напряженность электрического поля  $E = 1,0 \cdot 10^4$  В/м, индукция магнитного поля  $B = 3,6 \cdot 10^{-4}$  Тл. Смещения лучей под действием обоих полей Томсон делал одинаковыми  $y_e = y_m = 0,07$  м. Протяженность областей отклонения как в магнитном, так и в

электрическом поле  $\ell = 0,05$  м. Протяженность областей дрейфа для обоих полей равна  $L = 1,1$  м. Подставив эти данные в (4), мы получаем следующий результат:

$$\frac{q}{m} \approx 1 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг.}$$

Как мы видим, этот результат только по порядку величины совпадает с известным ныне значением для электрона  $q/m = 1,76 \cdot 10^{11}$  Кл/кг. Отклонение от истинного значения связано, по-видимому, с неточностями измерений и проведения экспериментов. Приближения, сделанные нами вслед за Томсоном, не оказывают такого влияния на результат. Убедимся в этом. По формуле (3) можно рассчитать начальную скорость электронов. Согласно приведенным данным она составляет примерно  $2,8 \cdot 10^7$  м/с. Это намного меньше скорости света и учет релятивистских эффектов не даст поправку, обеспечивающую согласие с истинным значением. Если по этим данным рассчитать вертикальную составляющую скорости в области дрейфа  $v_y$ , (а она была одинаковой как в случае электрического, так и магнитного поля, потому что результирующие смещения одинаковы!), то она составит примерно  $1,8 \cdot 10^6$  м/с, что примерно в 15 раз меньше величины начальной скорости электронов  $v_x$ . Это вполне соответствует приближению малых углов отклонения и малых смещений электрона вне области дрейфа.

Для определения отношения заряда частиц катодных лучей к массе Томсон применял еще один метод. Трубка для наблюдения отклонения катодных лучей в магнитном поле (см. рис. 2.2) дополнительно была оборудована еще одним электродом, который размещался в том месте, где поток катодных лучей ударялся в колбу. Этот электрод назывался коллектором. На нем накапливался и измерялся заряд, принесенный катодными лучами. Кроме того, измерялось изменение температуры коллектора, которая повышалась по мере накопления заряда. Согласно закону сохранения энергии, повышение температуры связано с тем, что коллектор поглощает частицы катодных лучей и их кинетическая энергия переходит в тепловую энергию коллектора.

Количество теплоты, полученное коллектором в результате поглощения  $N$  частиц, массой  $m$  каждая, двигавшихся со скоростью  $v_0$ , составляет

$$W = N \frac{m v_0^2}{2}.$$

Заряд, накопленный на коллекторе в результате попадания в него  $N$  частиц катодных лучей с зарядом  $q$  каждая,  $Q = Nq$ . Отношение этих величин равно

$$\frac{Q}{W} = \frac{2Nq}{Nm v_0^2} = \frac{q}{m} \frac{2}{v_0^2}.$$

Откуда получаем отношение заряда частицы к ее массе

$$\frac{q}{m} = \frac{Q}{W} \frac{v_0^2}{2}.$$

Скорость частицы может быть определена из данных по отклонению частицы магнитным полем и вычислена по формуле (3). Подставим в последнее выражение формулу (3):

$$\frac{q}{m} = \frac{Q}{W} \frac{v_0^2}{2} = \frac{Q}{2W} \frac{q^2}{m^2} \frac{B^2 \ell^2 L^2}{y_m^2}.$$

Отсюда получаем, что

$$\frac{q}{m} = \frac{2W}{Q} \frac{y_m^2}{B^2 \ell^2 L^2}.$$

По этой формуле Томсон также рассчитывал отношение заряда к массе для частиц катодных лучей. Результаты колебались от одного опыта к другому в пределах от  $1,1 \cdot 10^{11}$  до  $2,1 \cdot 10^{11}$  Кл/кг [4].

### Контрольные вопросы и упражнения

1. Кто, когда и с помощью какой экспериментальной установки открыл электрон?
2. Каково назначение отклоняющей системы в установке Томсона? Какие элементы в установке служили отклоняющей системой? Каков принцип действия этой отклоняющей системы?
3. Как в опыте Томсона создавался узкий направленный пучок электронов?
4. В какой части установки Томсона наблюдался дрейф (свободное движение) электронов?
5. Опишите движение электронов в установке Томсона.

6. Выведите формулу для результирующего смещения электрона при отклонении его электрическим полем.

7. Заряженная частица, прошедшая ускоряющую разность потенциалов 1 кВ, влетает в перпендикулярное к ее скорости электрическое поле. Поле создано пластинами плоского конденсатора, на которые подано напряжение 50 В. Расстояние между пластинами 1 см, длина пластин в направлении движения частицы – 5 см. На какой угол отклонится частица от направления первоначального движения при вылете из конденсатора? Зависит ли угол отклонения от величин заряда и массы частицы?

8. Используя решение предыдущей задачи, ответьте на вопрос, можно ли определить, какие частицы входят в состав катодных лучей, используя только метод отклонения частиц в электрическом поле?

9. Опишите движение электронов в установке с отклонением магнитным полем.

10. Выведите формулу для результирующего смещения электрона при отклонении его магнитным полем.

11. Покоившиеся первоначально заряженные частицы проходят ускоряющую разность потенциалов 400 В и влетают в область магнитного поля шириной 5,0 см. Скорость частиц на границе отклоняющей области перпендикулярна как линиям индукции поля, так и границам области. Вылетают из отклоняющей области частицы под углом  $15^\circ$  к направлению первоначального движения. Индукция магнитного поля имеет величину 0,40 мТл. Найдите по этим данным отношение заряда частицы к ее массе.

12. Выведите формулу для вычисления отношения заряда электрона к его массе основанную на измерении отклонения электрона электрическим и магнитным полем.

13. На экспериментальной установке Томсона исследовали отклонение потока частиц в электрическом и магнитном полях. Параметры установки: длина области отклонения как в электрическом, так и в магнитном поле 5 см, длина области дрейфа 1 м, величина индукции магнитного поля 0,4 мТл, расстояние между обкладками отклоняющего конденсатора 2 см, напряжение на его обкладках 300 В. Отклонение потока частиц в электрическом поле составило 0,06 м, а в магнитном поле – 0,10 м. Каково отношение заряда к массе для этих частиц?

14. Как можно определить отношение заряда электрона к его массе с помощью коллектора с контролируемой температурой? Какие фундамен-

тальные физические законы использовались при определении отношения заряда электрона к его массе?

## 2.4. Открытие электрона

Из полученных результатов Томсон сделал вывод о том, что им открыта особая частица, «атом электричества», за которой позже закрепилось название «электрон». При этом он опирался на следующие соображения. Во-первых, найденная им величина отношения заряда частицы к ее массе не зависела от условий проведения эксперимента. Одинаковые с учетом погрешности значения получались в опытах с трубкой, содержащей алюминиевый катод и заполненной углекислым газом при сверхнизком давлении и для трубки с платиновым катодом и заполненной воздухом при таком же низком давлении.

Во-вторых, полученное значение отношение  $q/m$  очень сильно отличалось от аналогичной величины для ионов, которую можно получить из данных по электролизу. Для открытых Томсоном электронов это отношение превышало соответствующее отношение для ионов более чем в 1000 раз.

В-третьих, полученные выводы Томсона о массе электронов совпадали с результатами Э. Гольдштейна, который в 1894 г. доказал, что длина свободного пробега частиц катодных лучей в разреженном газе примерно в 1000 раз больше, чем у ионов, что можно объяснить малой массой этих частиц.

Рассмотрим подробнее вопрос об определении отношения  $q/m$  для ионов. Согласно закону Фарадея для электролиза, масса  $m$ , выделяющегося в процессе электролиза вещества пропорциональна заряду  $Q$ , прошедшему по электрической цепи

$$m = kQ.$$

Здесь  $k$  – электрохимический эквивалент, который равен

$$k = \frac{1}{F} \frac{M}{z},$$

где  $F = 96580$  Кл/моль – постоянная Фарадея;  $M$  – молярная масса выделяющегося вещества;  $z$  – валентность. Так, для одного моля водорода

( $M = 1,008 \cdot 10^{-3}$  кг/моль,  $z = 1$ ) получаем отношение заряда к массе  $q/m = 0,958 \cdot 10^8$  Кл/кг, что более чем в 1000 раз меньше, чем полученное Томсоном отношение для электронов. Очевидно, что для более тяжелых ионов это отношение будет еще меньше.

Мы видим, что у Дж. Дж. Томсона было достаточно оснований считать, что он открыл новую элементарную частицу. Так случилось, что название этой частице дал не ее первооткрыватель, а ирландский физик Дж. Стоуни (1826–1911). Этим термином Стоуни еще до открытия Томсона предлагал называть мельчайшую порцию электрического заряда, на которую может изменяться заряд иона в ходе химических реакций. Название закрепилось за частицами, открытыми Томсоном.

В то же время оставалась актуальной задача определения точных значений заряда этой частицы и ее массы. Первыми попытались это сделать Дж. Дж. Томсон и С. Э. Таунсенд (1868–1957) в Кавендишской лаборатории [4]. Известно, что капельки воды могут конденсироваться из тумана вокруг отдельных ионов. При этом заряд капельки становится равен заряду иона. Зная плотность воды и радиус капельки, можно определить ее массу. Заряд капель можно было измерить, когда все капли упадут на какую-либо пластину. Радиус водяной капли мал и его Таунсенд и Томсон измеряли косвенно, по времени падения капли в воздухе под действием сил тяжести и трения о воздух. Однако их эксперименты были недостаточно точны. В 1897 г. Таунсенд установил, что величина минимального заряда положительных ионов составляет  $0,9 \cdot 10^{-19}$  Кл, а величина минимального отрицательного заряда ионов равна  $1,0 \cdot 10^{-19}$  Кл. Первым решить эту задачу удалось американскому физiku Роберту Эндрюсу Милликену (1858–1953).

### Контрольные вопросы

1. Как можно определить отношение заряда к массе ионов из данных по электролизу?
2. Какие выводы можно сделать из того факта, что данные об отношении заряда к массе частиц катодных лучей, полученные Томсоном и

его сотрудниками, значительно отличались от результатов, полученных для ионов из опытов по электролизу?

3. Какие еще экспериментальные факты служили обоснованием того, что открытые Томсоном частицы не являются ионами?

## 2.5. Определение величины заряда электрона



**Фото 2.2.** Роберт Эндрюс Милликен (1858–1953)

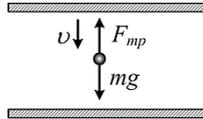
Американский физик Р. Э. Милликен [2, 3] в 1906–1911 гг. провел ряд экспериментов и с высокой точностью смог определить заряд электрона. Милликен существенно усовершенствовал методику определения заряда, применявшуюся Томсоном Таунсендом и Вильсоном для определения заряда электрона из наблюдений за движением заряженных капель в электрическом поле. Усовершенствования методики эксперимента, примененные Милликеном сводились к следующему.

Во-первых, вместо водяных капель Милликен использовал капли минерального масла, которые распылялись пульверизатором. В процессе распыления капли электризовались от трения о воздух и приобретали некоторый заряд. Использование масляных капель вместо водяных кардинальным образом снижает интенсивность процесса испарения вещества с поверхности капли. Масса масляной капли в процессе наблюдения в отличие от массы водяных капель становится постоянной. Это существенно повышает точность измерений. Во-вторых, Милликен нашел возможность наблюдать с помощью микроскопа за движением одной отдельной капли и, следовательно, находить не усредненное значение заряда капель, а величину заряда одной конкретной капли.

В экспериментах Милликена [4] капли масла, полученные путем распыления пульверизатором и наэлектризованные от трения о воздух, попадают в пространство между пластинами плоского конденсатора. Между пластинами находится воздух при нормальном атмосферном давлении. За каплями ведется наблюдение с помощью микроскопа. Выбирают одну из капель и измеряют время прохождения ею определенного рас-

стояния по вертикали вниз под действием силы тяжести и силы вязкого трения. Зная это время, можно найти скорость движения капли и ее массу. Далее, капле не дают упасть на нижнюю пластину конденсатора, подавая на конденсатор напряжение. Возникающее между пластинами электрическое поле заставляет каплю подниматься вверх. Зная массу капли, напряженность электрического поля и время прохождения каплей определенного расстояния под действием электрического поля, определяют ее заряд. Затем пространство внутри конденсатора облучают рентгеновскими лучами. В результате такого воздействия воздух ионизируется, заряд капли изменяется, так как свободные электроны и ионы могут присоединиться к капле. Далее поле выключают, капля падает, потом поле снова включают и еще раз определяют время ее движения вверх, что позволяет вычислить величину нового заряда капли. Такое движение капли повторяют много раз и каждый раз определяют заряд капли, который она получает в результате ионизации. В ходе такого процесса заряд капли изменяется на различные величины. Сравнивая эти изменения заряда, удалось определить минимальную величину, на которую может меняться заряд капли. Эта величина и равна элементарному электрическому заряду, или заряду электрона. Рассмотрим подробнее отдельные этапы эксперимента Милликена.

*Движение капли в отсутствие электрического поля.* Силы, действующие на каплю, показаны на рис. 2.5.



**Рис. 2.5.** Силы, действующие на каплю в отсутствие электрического поля

Под действием силы тяжести капля начинает двигаться вертикально вниз. Скорость капли возрастает. На каплю действует сила вязкого трения со стороны воздуха, которая препятствует росту скорости. Согласно закону Стокса величина силы вязкого трения, действующая на тело сферической формы равна

$$F_{mp} = 6\pi\eta a v,$$

где  $a$  – радиус капли;  $v$  – скорость капли;  $\eta$  – коэффициент вязкого трения для сферического тела. Его величина зависит от свойств среды, в которой

движется тело. Для воздуха этот коэффициент хорошо известен. Для нас важно, что величина силы вязкого трения прямо пропорциональна скорости тела. Поэтому с ростом скорости величина силы сопротивления движению возрастает и достаточно быстро скорость падающего тела достигает такой величины, что сила вязкого трения становится равна силе тяжести. После этого под действием сил тяжести и трения капля будет двигаться равномерно. Разгон капли длится очень короткое время. Большую часть пути капля движется равномерно. При этом из второго закона Ньютона следует, что

$$\begin{aligned} mg - F_{mp} &= 0, \\ mg &= 6\pi\eta a v. \end{aligned}$$

Массу капли выразим через плотность масла  $\rho$ :

$$m = \rho V = \frac{4}{3} \pi a^3 \rho,$$

и подставим это выражение в последнюю формулу. Тогда из полученного уравнения можно определить радиус капли:

$$a = \sqrt{\frac{9\eta v}{2\rho}}. \quad (5)$$

Скорость движения капли вниз Милликен определял экспериментально, измеряя микроскопом расстояние, пройденное каплей и время, за которое это расстояние было пройдено. Масса капли также может быть определена из этих данных,

$$m = \frac{4}{3} \pi a^3 = \frac{4}{3} \pi \left( \frac{9\eta v}{2\rho} \right)^{3/2}. \quad (6)$$

*Движение капли под воздействием электрического поля.* Когда включают электрическое поле между обкладками конденсатора, на каплю помимо сил тяжести и трения действует электрическая сила. На рис. 2.6 показаны все силы, действующие на каплю в этом случае. Стрелкой на рисунке указано направление движения капли. Считается, что заряд капли отрицательный. Скорость капли, как и в случае движения вниз, очень быстро устанавливается. После установления скорости из второго закона Ньютона можно получить уравнение

$$F_{el} - mg - F_{mp} = 0.$$

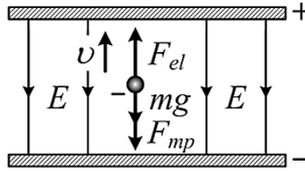


Рис. 2.6. Силы, действующие на каплю при наличии электрического поля

Выразив величину электрической силы через модуль напряженности электрического поля  $E$ , получим

$$qE = mg + 6\pi\eta v'$$

Здесь  $v'$  – скорость равномерного движения капли вверх. Теперь можно определить величину заряда капли:

$$q = \frac{mg + 6\pi\eta v'}{E} \quad (7)$$

Величина массы капли  $m$  определялась по формуле (6) из результатов измерения скорости падения капли. Скорость подъема капли определялась из наблюдения ее движения.

В одном из опытов Милликена [4] расстояние, пройденное каплей в электрическом поле, составляло  $h = 10,21$  мм, время падения капли –  $t = 11,88$  с, скорость движения капли в электрическом поле была равна  $0,859$  мм/с, плотность масла  $9,199$  кг/м<sup>3</sup>, коэффициент вязкости воздуха  $18,25$  мкН·с/м<sup>2</sup>. Напряженность электрического поля составляла при этом  $318$  кВ/м. Числовые значения экспериментальных данных позволяют сделать вывод о том, что все использованные при выводе формул (6) и (7) приближения были справедливы и не внесли сколько-нибудь существенных погрешностей в результат. По этим данным можно определить скорость падения капли, ее массу, и, по формуле (7) – ее заряд.

Заряд капли, определенный по формуле (7), может существенно отличаться от заряда одного электрона. Дело в том, что в процессе ионизации к капле может присоединиться или отделиться несколько ионов, причем заранее неизвестно, сколько их будет.

В табл. 2.1 приведены результаты измерения Милликоном зарядов капель в одной из серии опытов [4]. Во второй колонке таблицы приведены величины заряда  $q$ , капли после очередной ионизации. В третьей – абсолютная величина изменения заряда капли в текущем опыте по срав-

## 2.5. Определение величины заряда электрона

нению с предыдущим измерением, т.е. величина того заряда  $\Delta q$ , который приобрела капля в последнем акте ионизации. Приобретенный заряд мог быть как положительным (присоединение положительно заряженных ионов и воздуха, или потеря электронов или отрицательно заряженных ионов), так и отрицательным (присоединение отрицательно заряженных ионов или электронов, потеря положительно заряженных ионов). Так как нам известно, что заряд электрона отрицателен, для нас важна только абсолютная величина заряда капли. В четвертой колонке – величина  $\Delta q$ , деленная на предполагаемую величину элементарного заряда  $e = 1,665 \cdot 10^{-19}$  Кл. Величина  $e$  была определена, как наименьшее общее кратное всех величин  $\Delta q$ , приведенных в таблице с учетом погрешности. В последней колонке модуль изменения заряда капли в процессе ионизации приблизительно выражен в единицах элементарного заряда  $e$ .

Таблица 2.1

**Результаты опыта Милликена [4]**

№ опыта	Заряд капли, $ q , 10^{-19}$ Кл	$ \Delta q  \cdot 10^{-19}$ Кл	$\frac{ \Delta q }{e}$	$N$
1	29,87	–	–	–
2	39,86	9,99	6,0	6
3	28,25	11,61	6,97	7
4	29,91	1,66	0,997	1
5	34,91	5,0	3,003	3
6	36,59	1,68	1,009	1
7	28,28	8,31	4,991	5
8	34,95	6,67	4,006	4
9	39,97	5,02	3,015	3
10	26,65	13,32	8,0	8
11	41,74	15,09	9,063	9
12	30,00	11,74	7,051	7
13	33,55	3,55	2,015	2

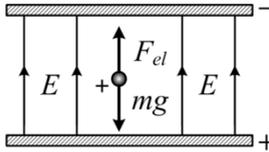
Как видно из приведенных результатов одного из экспериментов Милликена, минимальная величина изменения заряда капли в процессе ионизации составила  $e = 1,665 \cdot 10^{-19}$  Кл. Позднее эта величина была уточнена путем более точного вычисления силы вязкого трения о воздух, а также в опытах А. Ф. Иоффе (1890–1960), выполненных в 1913 г. В опы-



**Фото 2.3.** Абрам Федорович Иоффе (1890–1960)

тах Иоффе использовались не капельки масла, а частицы (пылинки) металла. Ионизация металлических частиц в опытах Иоффе производилась под воздействием ультрафиолетового излучения. Это приводило к отделению электронов от пылинок в результате фотоэффекта. Таким образом, заряд пылинок всегда был положительным. Так как плотность металла намного больше плотности масла, это уменьшало влияние силы Архимеда на точность измерений. Кроме того, Иоффе не измерял время падения частиц, а добивался путем регулирования величины напряженности прикладываемого

электрического поля равновесия частиц внутри конденсатора. Это позволяло избежать влияния силы вязкого трения и необходимости ее правильного учета.



**Рис. 2.7.** Условие равновесия металлических частиц в опыте Иоффе

Согласно современным данным величина элементарного заряда составляет  $e = 1,602176634 \cdot 10^{-19}$  Кл. Масса электрона по современным данным составляет  $m_e = 9,10938356 \cdot 10^{-31}$  кг. Частиц, обладающих зарядом, меньшим, чем заряд электрона, до сих пор не обнаружено. Согласно представлениям теории элементарных частиц, существуют частицы, называемые кварками, с зарядом  $\pm\frac{1}{3}$  и  $\pm\frac{2}{3}$  от элементарного заряда, однако в свободном состоянии они не наблюдаются. Можно говорить, что они входят в состав электрона, протона и других элементарных частиц.

Открытие электрона и измерение его заряда и массы подтвердило атомистические представления о строении вещества. Существование элементарного заряда доказывает, что такая важная физическая величина, как электрический заряд изменяется дискретно, невозможно существование частицы с произвольным бесконечно малым зарядом. Из-за того, что величина сил взаимодействия электрических зарядов определяется величи-

ной зарядов, следует, что сила электрического взаимодействия должна меняться дискретно, хотя, так как в выражение для такой силы входят величины двух электрических зарядов, тут речь идет о произведении двух дискретно изменяющихся величин. В то же время величина элементарного заряда очень мала, и в случаях, когда речь идет о взаимодействии макроскопических тел, дискретность изменения заряда не проявляется. Именно поэтому все рассуждения и выводы классической электродинамики Максвелла очень хорошо описывают поведение даже малых, но макроскопических тел, изменение электрических полей при взаимодействии таких тел, процессы протекания тока и так далее. Как показало дальнейшее развитие физики, изменения потребовались для описания поведения микроскопических частиц на молекулярном, атомном и субатомном уровнях.

Важнейшим открытием, символически завершившим XIX в., стало открытие дискретности процесса излучения и поглощения энергии нагретыми телами. Этой проблеме будет посвящен следующий раздел нашего пособия.

### **Контрольные вопросы**

1. Каким образом в опытах Милликена использовались капли минерального масла? Как каплям сообщался электрический заряд?
2. Как движется капля в опыте Милликена в отсутствие электрического поля? Какие силы действуют на каплю?
3. Как при определении электрического заряда капель учитывалась сила вязкого трения капель о воздух? Как зависит от скорости капли сила вязкого трения?
4. Как в опытах Милликена определяли радиус капли? Получите формулы, из которых можно определить радиус и массу капли.
5. Каким образом электрическое поле изменяло характер движения капель?
6. Зачем пространство внутри конденсатора облучалось рентгеновскими лучами?
7. Как в опытах Милликена определялась скорость движения капель?

8. Выведите формулу, определяющую заряд капли.

9. Как определялась в опыте Милликена величина минимального изменения заряда капли? Как из данных о зарядах многих капель удалось определить величину элементарного заряда?

10. Какие факторы вносили наибольшую погрешность при определении элементарного заряда в эксперименте Милликена?

11. Какие изменения внес Иоффе в опыт Милликена? Какие источники погрешностей это позволило устранить?

12. Обнаружены ли в природе частицы, обладающие зарядом меньшим, чем заряд электрона? Используется ли представление о частицах с зарядом меньше заряда электрона в теории элементарных частиц?

## 3. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

### 3.1. Проблема излучения света. Виды излучения

В предыдущих разделах нашего курса мы рассмотрели многие оптические явления, такие как отражение и преломление света, поляризацию [5], интерференцию [6], дифракцию и дисперсию света [7]. Эти явления получают исчерпывающее объяснение в рамках волновой теории, основанной на уравнениях Максвелла [5]. Более того, эти явления служат яркими доказательствами волновой природы света. К концу XIX в., после построения теории электромагнитного поля, основанной на уравнениях Максвелла, представление о свете, как об электромагнитных волнах, стало общепринятым. В то же время представления о механизмах излучения световых электромагнитных волн практически отсутствовали.

Согласно теории Максвелла, излучать электромагнитные волны может заряженное тело, движущееся с ускорением, либо переменный электрический ток, существующий в некотором ограниченном объеме какого-либо тела. При этом никаких формальных ограничений на частоту излучения не существует. Если тело излучает электромагнитные волны, то оно может излучать волны с самыми разными частотами колебаний. Частоты эти определяются только свойствами излучающей системы, т.е. условиями протекания переменного тока, либо условиями движения зарядов внутри излучающего тела. Никаких экспериментальных данных о внутреннем строении излучающих тел, о наличии в них каких-либо заряженных частиц и существовании переменных токов внутри веществ в то время не существовало. Более того, представления об атомном строении вещества еще не получили всеобщего признания несмотря на значительные успехи, достигнутые Максвеллом, Больцманом и их последователями, в построении молекулярно-кинетической теории газов. Исследование процессов излучения проводилось в основном эмпирически.

Явления испускания видимого света, инфракрасного или ультрафиолетового излучения можно разделить на тепловое излучение нагретых тел и люминисценцию. Тепловым излучением называется свечение тел,

возникающее в результате их нагревания. Так, металлы, нагретые до высоких температур при ковке, литье и при других видах обработки, начинают светиться. С открытием инфракрасного и ультрафиолетового электромагнитного излучения стало ясно, что нагретые тела излучают не только свет, но эти виды излучения. С ростом температуры интенсивность теплового излучения быстро растет.

Люминисценцией называется свечение тел, не связанное с их нагреванием и возбуждаемое различными внешними воздействиями за счет различных видов энергии, исключая тепловую. Хемолюминисценцией называется свечение, возникающее при протекании некоторых химических реакций и возникающее за счет энергии, выделяющейся при таких реакциях. Фотолюминисценция – это свечение, возникающее под воздействием света или ультрафиолетового излучения. Электролюминисценция возникает при пропускании электрического тока через некоторые вещества. К электролюминисценции относится также свечение газов при пропускании через них электрического тока. Катодолюминисценция вызвана воздействием катодных лучей (потока электронов) на различные металлы. Отличительной чертой любого вида люминисценции является то, что при относительно низких температурах интенсивность люминисцентного излучения гораздо больше, чем теплового излучения. Поэтому люминисценцию называют также холодным свечением. Другим важнейшим отличием люминисценции является спектральный состав излучения. Спектр теплового излучения непрерывен, т.е. длина волны излучения изменяется непрерывно, в то время, как при люминисценции излучается дискретный набор спектральных линий, в каждом конкретном случае этот набор длин волн излучения индивидуален.

Интересно отметить, что исследования различных видов излучения прямо или косвенно привели к величайшим открытиям конца XIX – начала XX вв. Иногда это было делом случая, как, например, это произошло при открытии А. Беккерелем радиоактивности. В других случаях это было прямым следствием исследований излучения, как это случилось при открытии Дж. Дж. Томсоном электронов при изучении катодных лучей или при выдвижении Планком квантовой гипотезы и построении им теории равновесного теплового излучения.

### Контрольные вопросы

1. Какие явления служат доказательством волновой природы света?
2. Какие объекты согласно теории Максвелла могут быть источником электромагнитных волн?
3. Какое явление называется люминесценцией? Почему люминесценцию называют холодным свечением?
4. Какое явление называется хемилюминесценцией?
5. Какое явление называется фотолюминесценцией?
6. Какое явление называется электролюминесценцией?
7. Какое явление называется катодолюминесценцией?
8. В чем отличие люминесцентного спектра излучения от теплового?

### 3.2. Экспериментальные методы исследования интенсивности излучения



**Фото 3.1.** Фредерик Уильям Гершель (1738–1822). Портрет XIX века

С давних пор всем хорошо известно, что свет, падая на различные тела, нагревает их. В 1800 г. английский астроном и физик немецкого происхождения Ф. У. Гершель [2] проделал опыт, в котором он попытался определить, какое количество тепла сообщает телу видимый свет, принадлежащий к различным частям спектра [1]. В его эксперименте из солнечного света с помощью линз формировался параллельный пучок, который преломлялся в стекляннй призме, в результате чего разлагался в спектр. Затем излучение из разных частей спектра нагревало термометры, покрытые зачерненными пластинами.

На рис. 3.1 представоена схема этого опыта. В источнике света ИС формируется параллельный пучок света. Он падает на призму П, преломляется и разлагается в спектр от красного (Кр) до фиолетового (Ф) цвета. Термометры ( $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ ) располагались в таких местах, куда падало

излучение, соответствующее определенному цвету. Далее Гершель определял, до какой температуры нагревался тот или иной термометр. Так как они были одинаковыми и резервуары с ртутью у этих термометров были закрыты одинаковыми зачерненными пластинами, можно было судить, как зависит передаваемая излучением тепловая энергия от цвета. Гершель установил, что сильнее всего нагревается термометр, освещаемый красным светом, а слабее всего – термометр, освещаемый синим или фиолетовым светом. Конечно, рассматривая этот эксперимент с современных позиций, можно предъявить претензии к точности измерений, недостаточному учету различных побочных факторов и т.д., однако один важнейший результат неоспоримо был получен Гершелем. Когда он поместил термометр в месте, куда видимый свет не попадал, а именно выше той области, где на рис. 3.1 показан красный луч, он обнаружил, что термометр весьма интенсивно нагревается. Так было открыто инфракрасное излучение, длина волны которого больше длины волны видимого красного излучения. Такое излучение не видно глазом и его также называют тепловым излучением.

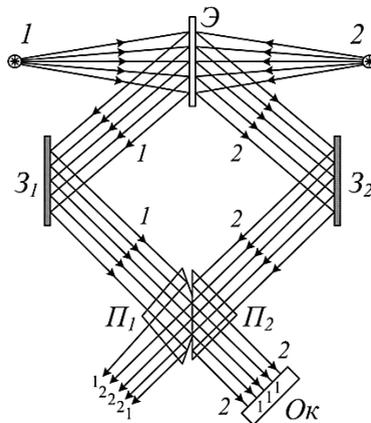
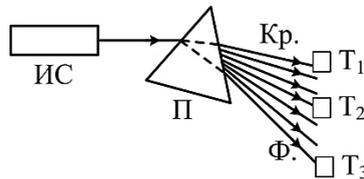


Рис. 3.1. Оптическая схема опыта Гершеля

Позднее термометры в подобных экспериментах стали заменять чувствительными калориметрами. Это позволило делать количественные выводы о величине энергии, переносимой световым излучением с той или иной длиной волны.

Для измерения интенсивности светового излучения в настоящее время применяются приборы, называемые фотометрами. Приборы, предназначенные для измерения интенсивности светового излучения в различных частях спектра, называются спектрофотометрами. Все фотометры можно разделить на два класса – субъективные или визуальные и объективные. В субъективных фотометрах производится сравнение интенсивности исследуемого излучения с излучением эталонного источника. Сравнение производится путем простого наблюдения человеческим глазом. В объективных фотометрах человеческий глаз заменен электрическим фотоэлементом, термоэлементом или болометром. Все перечисленные устройства чувствительны к свету и изменяют свои объективно измеряемые характеристики при освещении. Можно сказать, что первым объективным спектрофотометром было устройство, подобное тому, которое использовал Гершель (см. рис. 3.1), в котором термометры были заменены чувствительными калори-метрами.



**Рис. 3.2.** Оптическая схема фотометра Люммера – Бродхуна

На рис. 3.2 приведена оптическая схема визуального (субъективного) фотометра, называемого светоизмерительной головкой Люммера – Бродхуна или кубиком Люммера – Бродхуна. Этот фотометр, изобретенный еще во второй половине XIX в., получил очень широкое распространение и используется до сих пор. Принцип действия этого прибора основан на визуальном сравнении интенсивности излучения эталонного источника 1 и интенсивностью излучения от исследуемого источника 2. Свет от обоих источников падает на непрозрачный идеально отражающий белый экран Э и рассеивается на нем. Часть рассеянного света от эталонного источника 1 отражается от зеркала З1 и падает на призму П1 кубика Люммера, который состоит из двух призм П1 и П2. Свет от исследуемого источника отражается от зеркала З2 и падает на призму П2 кубика Люммера. Края призмы П1 сточены и две призмы плотно соприкасаются только в сере-

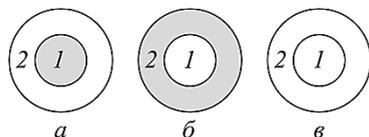
дине. Призмы изготовлены из одного сорта стекла, и в области их соприкосновения преломления и отражения света не происходит. Свет от источника 1, пройдя через кубик Льюмера, попадает в окуляр. Эти лучи на (см. рис. 3.1) обозначены цифрой 1. Часть лучей от источника 1 испытывает полное внутреннее отражение на спиленных участках призмы П1 и не попадает в окуляр. Они также обозначены цифрой 1. Лучи, исходящие из исследуемого источника 2, обозначены цифрой 2. Часть из них, проходя через соприкасающиеся части двух призм, не попадает в окуляр, а другая часть отражается от внутренней поверхности призмы П2 и проходит в окуляр.

В результате в окуляре видны две освещенные области – одна освещается светом от эталонного источника 1. Эта область располагается в середине поля окуляра. Другая область освещена светом от исследуемого источника 2 и располагается по краям окуляра (см. рис. 3.3). В общем случае эти области освещены по-разному, одна ярче, другая – более тускло. Для измерения интенсивности излучения от исследуемого источника следует получить равные освещенности полей, соответствующих каждому из источников. Этого можно добиться, перемещая исследуемый источник. Если источники света можно считать точечными, то освещенность, которая равна энергии излучения, падающей на единицу площади поверхности в единицу времени, обратно пропорциональна квадрату расстояния от источника до точки наблюдения. Обозначим  $I_{01}$  – энергию, излучаемую в единицу времени по всем направлениям эталонным источником, а  $I_{02}$  – энергию, излучаемую в единицу времени по всем направлениям исследуемым источником. Тогда в случае равенства освещенностей двух полей в окуляре фотометра имеем

$$\frac{I_{01}}{r_1^2} = \frac{I_{02}}{r_2^2},$$

где  $r_1$  и  $r_2$  – расстояния до источников света от экрана. Отсюда следует, что энергия, излучаемая исследуемым источником в единицу времени по всем направлениям, равна

$$I_{02} = I_{01} \frac{r_2^2}{r_1^2}.$$



**Рис. 3.3.** Изображение в окуляре фотометра: а – освещенность от исследуемого источника выше; б – освещенность от эталонного источника выше; в – освещенности равны

В объективных фотометрах человеческий глаз заменен фотоэлементом, сила тока в котором или величина фото-ЭДС зависит от освещенности. Сравнение освещенности различных полей в окуляре заменено измерениями силы тока или фото ЭДС. В то же время во всех фотометрах используется сравнение интенсивности исследуемого излучения с интенсивностью излучения эталонного источника. Для получения точного абсолютного значения освещенности нужно проводить очень точные калориметрические измерения. Первым объективным фотометром был изобретенный в 1886 г. американским астрономом, физиком и одним из пионеров авиации Самюэлом Лэнгли (1834–1906) болометр. В болометре тонкая зачерненная металлическая пластина нагревается потоком излучения и ее температура возрастает. В результате изменяется электрическое сопротивление пластины. Измеряя сопротивление, можно определить температуру пластины, и, следовательно, количество теплоты, полученное от излучения. В современных болометрах вместо металлической пластины часто используются полупроводниковые материалы. Перед проведением измерений болометр требует калибровки, т.е. выполнения измерений с эталонным калиброванным источником излучения. В случаях, когда требуется исследование интенсивности излучения с различными длинами волн, предпочтителен болометр с чувствительным элементом, поглощательные свойства которого не зависят от длины волны излучения, например, болометр с металлическим элементом.

### Контрольные вопросы

1. Опишите опыт Гершеля. Нарисуйте оптическую схему опыта.
2. Что можно измерить фотометром?

3. На какие классы делятся фототометры? В чем их отличие? На каком принципе строится работа фототометра?

4. Расскажите о работе фототометра Люммера – Бродхуна. Нарисуйте оптическую схему.

5. В чем особенность работы болометра Лэнгли? Как в болометре Лэнгли определялось количество теплоты, полученное от источника излучения?

6. Какие требования предъявляются к чувствительному элементу болометра? Какие материалы используют в качестве чувствительного элемента болометра в наше время?

### **3.3. Основные величины, используемые для описания процессов теплового излучения**

Начнем с того, что еще раз напомним, что тепловым называется электромагнитное излучение, испускаемое нагретыми телами в любом спектральном диапазоне. Иногда тепловыми лучами называют только инфракрасное излучение. Отсюда происходит название приборов, регистрирующих такое излучение – «тепловизоры». Но в физике под тепловым понимается излучение с любой длиной волны, испускаемое нагретым телом. Систематическое исследование такого излучения стало возможным с изобретением приборов, с помощью которых можно измерять интенсивность электромагнитного излучения. Некоторые из этих приборов, а также некоторые методы экспериментального исследования излучения нагретых тел были описаны выше.

В процессе теплового излучения нагретое тело одновременно излучает и поглощает электромагнитные волны с самыми различными частотами. Нагретое тело окружено электромагнитным излучением. Между нагретым телом и электромагнитным излучением постоянно происходит обмен энергией – тело излучает электромагнитные волны, и оно же поглощает волны, падающие на его поверхность. Рассмотрим физические величины, которые мы будем использовать для описания этих процессов.

Для описания энергетических свойств излучения используют величину, которая называется плотностью энергии электромагнитного поля.

Будем обозначать ее буквой  $w$ . Плотность энергии электромагнитного поля равна энергии  $\Delta E$  единицы объема  $\Delta V$ , заполненного электромагнитным излучением всех возможных частот:

$$w = \frac{\Delta E}{\Delta V}. \quad (8)$$

Спектральная плотность энергии излучения – средняя энергия единицы объёма электромагнитного поля, приходящаяся на электромагнитные волны с частотами в интервале от  $\nu$  до  $\nu + d\nu$ . Спектральную плотность энергии будем обозначать  $w_\nu$ ,

$$w_\nu = \frac{1}{V} \frac{dE}{d\nu}. \quad (9)$$

Спектральную плотность энергии излучения можно так же определить, как среднюю энергию единицы объёма электромагнитного поля, приходящуюся на электромагнитные волны с длинами в интервале от  $\lambda$  до  $\lambda + d\lambda$ . В этом случае имеем

$$w_\lambda = \frac{1}{V} \frac{dE}{d\lambda}. \quad (10)$$

Плотность энергии электромагнитного поля и спектральная плотность энергии электромагнитного поля являются характеристиками электромагнитного излучения, окружающего нагретое тело. Процесс испускания энергии нагретым телом будем описывать с помощью таких величин, как поток лучистой энергии  $\Phi$ , спектральная плотность потока излучения  $r_\nu$  и интегральная энергетическая светимость  $R$ . Спектральную плотность потока излучаемой телом энергии  $r_\nu$  также называют излучательной способностью тела. Для того чтобы рассматривать процессы излучения и поглощения электромагнитных волн телами, по-разному поглощающими излучение, введем понятие коэффициента поглощения излучения телом.

Пусть  $\Phi$  – поток энергии излучения, или поток лучистой энергии. Это энергия, излучаемая в единицу времени с единицы площади поверхности тела в направлении нормали к поверхности на всех частотах, или в виде волн со всеми возможными длинами, равна

$$\Phi = \frac{1}{S} \frac{dE}{dt}. \quad (11)$$

Здесь  $S$  – площадь, с которой происходит излучение электромагнитных волн;  $E$  – энергия, излученная телом в виде электромагнитных волн;  $t$  – время. Аналогично можно определить поток поглощаемой телом энергии. Если тело не является абсолютно черным, не вся энергия излучения, падающего на его поверхность, этой поверхностью поглощается. Тело, не являющееся абсолютно черным, может отражать часть электромагнитных волн, падающих на его поверхность. Пусть  $\Phi_f$  – поток энергии излучения, падающего на поверхность тела, а  $\Phi_{ad}$  – поток энергии излучения, поглощаемого поверхностью тела. Коэффициент поглощения  $A$  показывает, какая часть энергии, падающей на поверхность тела, этой поверхностью поглощается.

$$A = \frac{\Phi_{ad}}{\Phi_f}. \quad (12)$$

Допустимые значения коэффициента поглощения  $A$  лежат в пределах от нуля до единицы. Если тело абсолютно черное, то  $A = 1$ . Чем сильнее отличается тело от абсолютно черного, тем меньше величина коэффициента поглощения для этого тела.  $A = 0$  для тела, отражающего всякое электромагнитное излучение, падающее на его поверхность.

Известно, что тела по-разному излучают и поглощают энергию электромагнитного излучения с различными частотами. Спектральная плотность потока излучения, которая также называется излучательной способностью тела, это энергия, излучаемая в единицу времени с единицы площади поверхности тела в направлении нормали к поверхности на частотах, принадлежащих малому интервалу от  $\nu$  до  $\nu + d\nu$ .

$$r_\nu = \frac{\Delta\Phi}{\Delta\nu} = \frac{1}{S\Delta\nu} \frac{dE}{dt}. \quad (13)$$

Можно также сказать, что это энергия, испускаемая с единицы площади поверхности в единицу времени в виде излучения с длинами волн в интервале от  $\lambda$  до  $\lambda + d\lambda$ . Тогда ее обозначают  $r_\lambda$ . Поток лучистой энергии и излучательная способность тела связаны следующими соотношениями:

$$\Phi = \int_{\nu} r_\nu d\nu. \quad (14)$$

Интегрирование в формуле (14) ведется по всем возможным частотам излучения.

Поглощательная способность тела  $a_\nu$  (или  $a_\lambda$ ) – энергия, поглощаемая в единицу времени единицей площади поверхности тела на частотах, принадлежащих малому интервалу от  $\nu$  до  $\nu + d\nu$  (или с длинами волн в интервале от  $\lambda$  до  $\lambda + d\lambda$ ).

$$a_\nu = \frac{\Delta\Phi}{\Delta\nu} = \frac{1}{S\Delta\nu} \frac{dE}{dt}. \quad (15)$$

По своему физическому смыслу поглощательная способность тела очень близка к его излучательной способности, но в данном случае речь идет не об испускаемой нагретым телом энергии, а об энергии электромагнитного излучения, поглощаемой телом.

Интегральная энергетическая светимость нагретого тела  $R$  – это энергия, излучаемая в единицу времени с единицы площади поверхности тела в направлении нормали к поверхности на всех частотах (или на всех длинах волн):

$$R = \frac{1}{S} \frac{dE}{dt}, \quad (16)$$

где  $S$  – площадь излучающей поверхности;  $dE$  – энергия электромагнитного излучения всех возможных частот;  $dt$  – промежуток времени.

$$R = \int_0^\infty r_\nu d\nu, \quad R = \int_0^\infty r_\lambda d\lambda. \quad (17)$$

Интегральная энергетическая светимость связана с мощностью  $P$  испускаемого нагретым телом излучения соотношением

$$P = \int_S R dS. \quad (18)$$

Интегрирование в формуле (18) ведется по всей излучающей поверхности тела.

### Контрольные вопросы и упражнения

1. Какое излучение называется тепловым? Каков спектральный состав теплового излучения?
2. Дайте определение плотности энергии электромагнитного поля. В каких единицах системы СИ измеряется плотность энергии электромагнитного поля?

3. Дайте определение спектральной плотности энергии. Запишите формулу для спектральной плотности энергии, используя понятие частоты и используя понятие длины волны.
4. Что такое поток энергии излучения? В чем состоит физический смысл этой величины? В каких единицах системы СИ она измеряется?
5. Дайте определение излучательной способности тела. В каких единицах системы СИ она измеряется?
6. Как связаны между собой поток энергии излучения и излучательная способность тела?
7. Чему равен поток электромагнитного излучения, если с поверхности площадью  $1 \text{ см}^2$  за  $10 \text{ с}$  была излучена энергия  $10 \text{ Дж}$ ?
8. Дайте определение поглощательной способности тела. Укажите, как эта величина связана с потоком поглощаемой энергии.
9. Дайте определение интегральной энергетической светимости тела.
10. Как интегральная энергетическая светимость тела связана с его излучательной способностью?
11. Как энергетическая светимость тела связана с мощностью излучения нагретого тела?
12. Укажите единицы измерения интегральной энергетической светимости  $R$  в системе СИ.
13. Определите энергетическую светимость  $R$  тела, если площадь его излучающей поверхности  $S = 10 \text{ см}^2$ , а мощность излучения  $N = 0,5 \text{ кВт}$ .
14. Интегральная энергетическая светимость нагретого тела равна  $20 \text{ кВт/м}^2$ , площадь его поверхности составляет  $20 \text{ см}^2$ . Какое количество тепла потеряет тело в процессе излучения за  $10 \text{ мин}$ ?

### 3.4. Закон Кирхгофа. Абсолютно черное тело

В 1860 г. Г. Р. Кирхгоф [2, 3] установил важную закономерность, касающуюся излучения нагретых тел. Эту закономерность называют законом Кирхгофа или теоремой Кирхгофа. Приведем формулировку теоремы или закона Кирхгофа.

В состоянии теплового равновесия отношение испускательной способности тела к его поглотительной способности не зависит от природы тела, а определяется только его температурой и длиной волны (частотой) излучения.



Фото 3.2. Густав Роберт Кирхгоф (1824–1887)

$$\frac{r_\lambda}{a_\lambda} = f(\lambda, T)$$

Рассмотрим доказательство этого утверждения.

Прежде всего, определим, что абсолютно черным мы будем называть тело, которое поглощает всю энергию излучения, которое падает на его поверхность. При этом абсолютно черное тело может испускать энергию, как и любое нагретое тело. Понятие абсолютно черного тела ввел в употребление в 1860 г. Г. Р. Кирхгоф.

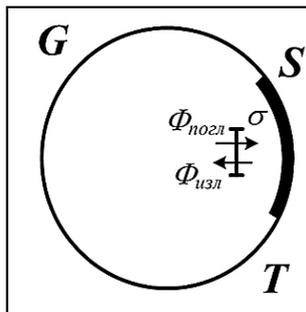


Рис. 3.4. К доказательству теоремы Кирхгофа

Пусть тело, имеющее внутри замкнутую полость  $G$ , помещено в термостат, в котором установилась температура  $T$  (см. рис. 3.4). Температура одинакова во всей полости. Внутренняя поверхность полости не является абсолютно черной. Некоторая часть полости  $S$  зачернена, и эта часть поверхности является абсолютно черным телом. Вся система нахо-

дится в термодинамическом равновесии. Обмен энергией не прекращается, но проходит без нарушения термодинамического равновесия. Согласно второму закону термодинамики, тепловое равновесие не может быть нарушено простым обменом теплом между частями системы.

Поток поглощаемой энергии  $\Phi_a$  равен потоку излучаемой энергии  $\Phi_r$  для любой части полости, иначе термодинамическое равновесие нарушилось бы. Пусть  $A$  – коэффициент поглощения. Он показывает, какая часть потока энергии, падающего на поверхность, поглощается этой поверхностью. Для абсолютно черного тела  $A = 1$ , для остальной поверхности полости  $A < 1$ . Для единичной площадки на поверхности абсолютно черного тела

$$\Phi_a^0 = \Phi_r^0 = R = \int_0^{\infty} r_{\lambda}^0 d\nu$$

где  $R$  – интегральная энергетическая светимость абсолютно черного тела, а  $r_{\lambda}^0$  – излучательная способность абсолютно черного тела. Для тела, не являющегося абсолютно черным, поток энергии  $\Phi_f$ , падающей на его поверхность, должен быть таким же, как и для абсолютно черного тела. Но поглощает это тело не всю падающую на него энергию, а только ее часть, так как не является абсолютно черным. Для единичной площадки на поверхности этого тела

$$\Phi_a = A\Phi_f = AR = \int_0^{\infty} a_{\lambda}^1 r_{\lambda}^0 d\lambda$$

Здесь  $a_{\lambda}^1$  – поглощательная способность тела (не черного). Но в то же время, энергия, излучаемая единичной площадкой нечерного тела, которая равна

$$\Phi_r = \int_0^{\infty} r_{\lambda}^1 d\lambda$$

где  $r_{\lambda}^1$  – излучательная способность нечерного тела, также должна быть равна энергии, поглощаемой этой площадкой. Иначе невозможно термодинамическое равновесие. Следовательно, для нечерного тела  $\Phi_a = \Phi_r$ ,

$$\int_0^{\infty} a_{\lambda}^1 r_{\lambda}^0 d\lambda = \int_0^{\infty} r_{\lambda}^1 d\lambda$$

Отсюда следует, что

$$\int_0^{\infty} \frac{r_{\lambda}^1}{a_{\lambda}^1} d\lambda = \int_0^{\infty} r_{\lambda}^0 d\lambda$$

Последнее равенство будет выполняться, если

$$\frac{r_{\lambda}^1}{a_{\lambda}^1} = r_{\lambda}^0$$

Излучательная способность абсолютно черного тела является некоторой универсальной функцией. Все проделанные выше рассуждения никак не зависят от конкретной величины температуры излучающей полости, следовательно, должны выполняться при любой температуре, но в то же время величина отношения может быть разной при различных температурах.

Таким образом, отношение излучательной способности любого тела к его поглотительной способности является универсальной функцией длины волны (или частоты) и температуры:

$$\left( \frac{r_{\lambda}}{a_{\lambda}} \right)_1 = \left( \frac{r_{\lambda}}{a_{\lambda}} \right)_2 = \dots = \left( \frac{r_{\lambda}}{a_{\lambda}} \right)_n = f(\lambda, T). \quad (19)$$

В этом и состоит закон или теорема Кирхгофа.

Точный вид этой универсальной функции методами термодинамики установить невозможно.

Экспериментальным подтверждением справедливости закона Кирхгофа может служить эксперимент, проведенный самим Кирхгофом. Часть платиновой пластинки была зачернена, а другая часть отшлифована до состояния зеркала. Пластина была нагрета. Так как платина, как и все металлы, обладает высокой теплопроводностью, температура всей пластинки была одинаковой. Оказалось, что поток энергии излучения с зачерненной части пластинки превышает поток с ее зеркальной части. При постоянной температуре черное тело излучало больше энергии в единицу времени, чем нечерное.

Практическая значимость закона Кирхгофа состоит в том, что в нем доказано, что все абсолютно черные тела имеют одинаковое распределе-

ние энергии излучения по спектру. Это позволило экспериментально исследовать зависимость излучательной способности черного тела от частоты излучения и температуры. В дальнейшем экспериментальные данные о распределении энергии излучения по спектру позволили построить современную теорию излучения, которая положила начало построению квантовой теории.

### Контрольные вопросы

1. Дайте формулировку закона (теоремы) Кирхгофа.
2. Дайте определение абсолютно черного тела.
3. Приведите доказательство теоремы (закона) Кирхгофа.
4. Какой эксперимент провел Кирхгоф для подтверждения предложенного им закона? Как ему удалось доказать, что черное тело излучает больше энергии, чем нечерное при той же температуре?
5. Чему равна испускательная способность абсолютно черного тела?
6. Укажите высказывание, которое *противоречит* закону Кирхгофа:
  - 1) отношение испускательной и поглощательной способностей любого тела равно испускательной способности абсолютно черного тела;
  - 2) отношение испускательной и поглощательной способностей любого тела не зависит от природы тела;
  - 3) отношение испускательной и поглощательной способностей любого тела зависит только от частоты излучения и температуры тела;
  - 4) отношение испускательной и поглощательной способностей для всех тел есть постоянная величина;
  - 5) отношение испускательной и поглощательной способностей любого тела есть универсальная функция частоты и температуры.
7. Испускательная способность  $r_{\omega,T}$  некоторого гипотетического тела при постоянной температуре  $T$  задаётся функцией

$$r_{\omega} = \begin{cases} 0, & \omega < \omega_1, \\ \rho, & \omega_1 \leq \omega \leq \omega_2, \\ 0, & \omega > \omega_2, \end{cases}$$

где  $\rho$  – положительная постоянная. Найти энергетическую светимость  $R$  этого тела:

$$1) R = (\omega_2 - \omega_1) \rho^4, \quad 2) R = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\rho}, \quad 3) R = \rho(\omega_2 - \omega_1),$$

$$4) R = \sigma(\omega_2 - \omega_1) \rho^4, \quad 5) R = \frac{\rho}{\omega_2 - \omega_1}.$$

### 3.5. Модели абсолютно черного тела

Модель абсолютно черного тела очень важна для построения теории теплового излучения и объяснения наблюдаемых экспериментальных закономерностей. На практике в качестве простейшей модели абсолютно черного тела можно рассматривать большую полость, изнутри покрытую поглощающим излучение материалом с небольшим отверстием, через которое в полость проникает излучение. Излучение (свет), попадая внутрь полости, многократно отражается от ее внутренней поверхности, в каждом акте отражения часть энергии излучения поглощается. Так как размеры отверстия малы, чтобы отраженный луч мог попасть в него и выйти наружу, он должен испытать очень много отражений, в результате которых его интенсивность упадет практически до нуля. Таким образом, лучи, попадающие в полость извне, из нее не выходят. В то же время энергия падающего излучения поглощается, температура полости растет. Из отверстия может выходить излучение, испускаемое самой полостью. Таким образом, эту полость можно считать абсолютно черным телом.



Рис. 3.5. Простая модель абсолютно черного тела

Для проведения практических исследований излучения абсолютно черного тела нужно было обеспечить равномерный прогрев стенок полости и контролировать ее температуру. Для исследования излучения тел при

низких температурах применялись устройства, подобные модели черного тела, разработанной Люммером и Прингсгеймом. Схема такой модели черного тела приведена на рис. 3.6 [8]. Черное тело представляет собой металлический сосуд с двойными стенками, обеспечивающими хорошую теплоизоляцию от окружающей среды. Внутри находится металлический сосуд с излучающей полостью 1. Стенки полости зачернены. Внутренний сосуд заполнен теплоносителем 2, обеспечивающим постоянство температуры. В качестве теплоносителя можно, например, использовать кипящую воду и тогда температура будет постоянной и равной  $100^{\circ}\text{C}$ . Для достижения особо низких температур использовался твердый углекислый газ (так называемый «сухой лед»), сжиженный воздух и другие вещества. Из узкого отверстия в излучающей полости выходит исследуемое электромагнитное излучение.

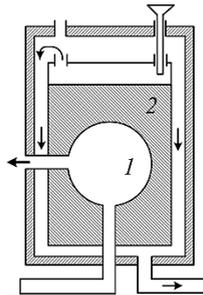
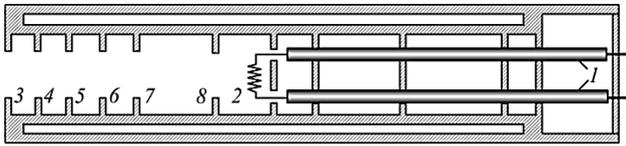


Рис. 3.6. Черное тело Люммера и Прингсгейма

Для исследования излучения абсолютно черного тела, нагретого до высоких температур, применялась другая модель черного тела, схема которой показана на рис. 3.7 [8]. Внутри теплоизолированного фарфорового цилиндра помещали электроды из платиновой фольги в форме цилиндров (1), по которым пропускали электрический ток, в результате чего электроды нагревались до высокой температуры. Форма электродов и хорошая теплоизоляция обеспечивали равномерность прогрева излучающей полости. Температура полости контролировалась термопарой 2. Излучающее отверстие было прикрыто несколькими диафрагмами (3–8). Диафрагмы предохраняли полость от проникновения холодного атмосферного воздуха. При помощи подобных моделей были исследованы зависимости интенсивности электромагнитного излучения абсолютно черного тела от длины волны излучения.



**Рис. 3.7.** Модель абсолютно черного тела для исследования излучения при высоких температурах

### Контрольные вопросы

1. Как устроена лабораторная модель абсолютно черного тела?
2. Расскажите об устройстве Люммера и Прингсгейма, применяемого для изучения характеристик излучения черного тела при низких температурах.
3. Расскажите о модели черного тела, позволяющей исследовать излучение при высоких температурах.
4. Выберите правильное утверждение из пяти предлагаемых. Модель абсолютно чёрного тела это:
  - 1) тело, поглощающее всякое падающее на него излучение и не излучающее электромагнитных волн;
  - 2) тело, поглощающее всякое падающее на него излучение и излучающее электромагнитные волны различной длины;
  - 3) тело, имеющее поверхность, покрытую поглощающим материалом;
  - 4) тело, в единицу времени излучающее столько же энергии, сколько оно поглощает за то же время;
  - 5) тело очень большой массы, обладающее столь сильным гравитационным полем, что никакие частицы, включая фотоны, приблизившись к нему на определённое расстояние, не могут от него удалиться.

### 3.6. Закон Стефана – Больцмана

В 1879 г. австрийский физик словенского происхождения Йозеф Стефан [2,3] на основе собственных измерений, а также измерений, проведенных французскими физиками, установил зависимость интегральной энергетической светимости или величины энергии, излучаемой единицей

площади поверхности нагретого тела в единицу времени на всех возможных частотах от температуры тела  $T$  [1]. Согласно Стефану, интегральная энергетическая светимость  $R$  нагретого тела пропорциональна четвертой степени температуры тела:

$$R \sim T^4.$$

Температура определяется по шкале Кельвина.



**Фото 3.3.** Йозеф Стефан  
(1835–1893)



**Фото 3.4.** Людвиг Больцман  
(1844–1906)

В 1884 г. ученик Стефана, великий физик Людвиг Больцман [2,3], используя законы термодинамики и электродинамики Максвелла, обосновал эту зависимость теоретически, а также уточнил формулу закона, который стал называться законом Стефана – Больцмана. Согласно этому закону

$$R = k\sigma T^4, \quad (20)$$

где  $\sigma = 5,670367 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>) – постоянная Стефана – Больцмана;  $k$  – так называемый коэффициент нечерноты, показывающий, какую часть энергии электромагнитного излучения, падающей на поверхность тела, оно поглощает. Тело, поглощающее всю падающую на его поверхность энергию излучения, называется абсолютно черным и для него  $k = 1$ . При этом абсолютно черное тело может излучать энергию в виде электромагнитного излучения на всех частотах. Коэффициент  $k$  в законе Стефана – Больцмана иногда называют коэффициентом нечерноты. Его физический смысл состоит в том, что он показывает, во сколько раз интегральная энергетическая светимость  $R$  данного тела меньше светимости абсолютно черного тела. Величина коэффициента  $k$  зависит от материала тела, а также от его температуры [8]. Так, для вольфрама при комнатной температу-

### 3.7. Экспериментальная зависимость излучательной способности черного тела...

ре  $k \approx 0,15$ , а при температуре, равной температуре нагретой вольфрамовой спирали лампы накаливания  $k \approx 0,31$ . Для человеческого тела можно считать  $k \approx 0,3$ .

#### **Контрольные вопросы**

1. Сформулируйте и запишите закон Стефана – Больцмана.
2. Поясните физический смысл коэффициента нечерности. От чего зависит величина коэффициента нечерности?
3. Определите (приблизённо) мощность излучения абсолютно черного тела при температуре  $T = 200$  К. Площадь поверхности чёрного тела  $1 \text{ м}^2$ .
4. Температура абсолютно черного тела уменьшается с  $2727^\circ\text{C}$  до  $727^\circ\text{C}$ . Во сколько раз изменится энергия, излучаемая телом в единицу времени?
5. Какова мощность излучения тела с площадью поверхности  $2 \text{ м}^2$ , нагретого до температуры  $727^\circ\text{C}$ ? Коэффициент нечёрности  $k = 0,5$ .
6. Оцените величину мощности теплового излучения, испускаемого человеком.

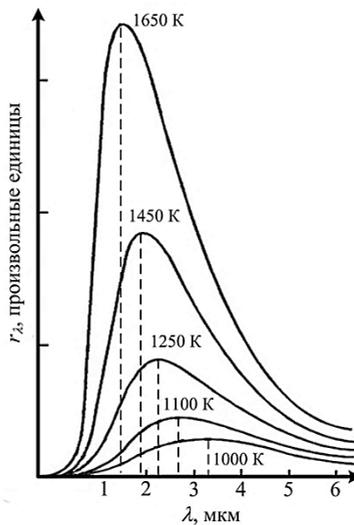
### **3.7. Экспериментальная зависимость излучательной способности черного тела от длины волны. Закон смещения Вина**

В 1886 г. Самуэль Лэнгли изобрёл болометр – прибор для измерения мощности светового излучения. С помощью своего болометра он установил, что зависимость спектральной плотности излучения нагретого тела, т.е. потока лучистой энергии, испускаемой телом при заданной температуре, от длины волны или частоты излучения имеет максимум. В измерениях спектральной плотности излучения широко использовались модели черного тела, описанные выше. В 1893 г. немецкий физик Вильгельм Вин на основании собственных измерений, а также работ другого немецкого физика Э. Прингсгейма установил, что произведение длины волны, на которую приходится максимум спектральной плотности излучения на температуру тела, есть величина постоянная:

$$\lambda_{\max} T = b. \quad (21)$$

Здесь  $\lambda_{\max}$  – длина волны излучения, на которую приходится максимум излучательной способности тела,  $T$  – термодинамическая температура тела,  $b = 2,886 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$  – постоянная Вина.

На рис. 3.8 показана зависимость излучательной способности абсолютно черного тела от длины волны. Из рисунка видно, что с ростом температуры, до которой нагрето тело, длина волны, на которую приходится максимум излучательной способности тела, смещается в область более коротких волн. Интересно, что для рассматриваемых температур максимум излучательной способности приходится на область инфракрасного излучения. Для того чтобы этот максимум пришелся на область видимого спектра, температура черного тела должна достигать 6 000 К. Интересно также, что спектр излучения Солнца очень близок к спектру излучения абсолютно черного тела с температурой примерно 6250 К. С большой степенью точности Солнце можно считать абсолютно черным телом.



**Рис. 3.8.** Зависимость излучательной способности черного тела, нагретого до различных температур от длины волны

Законы Вина и Стефана – Больцмана широко применяются для дистанционного определения температуры нагретых тел. При этом различа-

ют радиационную или излучательную и цветовую температуру тела. Радиационной (излучательной) температурой называется температура тела, определённая путём измерения мощности излучения тела с помощью закона Стефана – Больцмана. Такой метод измерения температуры применяют, например, для определения температуры внутри мартеновской или доменной печи, а также во многих других случаях.

Цветовой температурой называется температура тела, определённая путём определения максимума излучательной способности тела. При этом определяют длину волны, на которую приходится максимум излучательной способности тела, а потом с помощью закона Вина вычисляют температуру излучающего тела. Интересным применением этого метода является определение температур космических тел, например, звезд. Так, было установлено, что температура звезд, называемых голубыми гигантами, достигает 10000 К и выше. Ограничением для применения этого метода для космических тел на Земле является то, что земная атмосфера не пропускает ультрафиолетовое излучение, в то время как максимум спектральной плотности излучения таких звезд приходится именно на эту область. Поэтому для очень горячих объектов, для которых максимум излучательной способности приходится на ультрафиолетовую часть спектра, определение цветовой температуры возможно только при наблюдениях из-за пределов атмосферы, то есть со спутников, находящихся на околоземной орбите.

### **Контрольные вопросы**

1. Сформулируйте закон смещения Вина.
2. Как выглядит экспериментальная зависимость излучательной способности абсолютно черного тела от температуры?
3. Что такое радиационная (яркостная) температура? Как ее можно определить?
4. Что такое цветовая температура? Как ее определяют? В чем отличие яркостной и цветовой температуры тела?
5. Почему методом определения цветовой температуры нельзя определить температуру очень горячих звезд?
6. Выберите из предложенных формул соотношение, правильно отражающее закон Стефана-Больцмана, где  $r(\lambda, T)$  – испускательная спо-

способность тела;  $T$  – температура;  $\lambda_m$  – длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости;  $R$  – энергетическая светимость):

$$1) \lambda_m \cdot T = const; \quad 2) \frac{r(\lambda_m, T)}{T^5} = const; \quad 3) \frac{R}{T^4} = const;$$

$$4) \frac{R}{T^2} = const; \quad 5) \frac{\lambda_m}{T} = const$$

7. Температура абсолютно черного тела  $T = 2890$  К. Определите длину волны, на которую приходится максимум испускательной способности  $r_{\lambda, T}$ .

8. У двух абсолютно черных тел максимум излучательной способности приходится на длины волн  $\lambda_1 = 100$  нм и  $\lambda_2 = 500$  нм. Во сколько раз различается энергия, испускаемая с поверхности тел в единицу времени? Найти отношение  $E_1/E_2$ .

### 3.8. Постановка задачи о равновесном тепловом излучении

Итак, к 90-м гг. XIX в. были выявлены важные экспериментальные закономерности электромагнитного излучения нагретых тел – законы Кирхгофа, Стефана–Больцмана и закон смещения Вина. Были экспериментально исследованы спектральные зависимости излучательной способности черного тела при различных температурах. Однако построить удовлетворительную теорию, которая объяснила бы наблюдаемые экспериментальные факты, не удавалось. Было ясно, что для построения такой теории следует использовать модель абсолютно черного тела. Закономерности излучения нечерных тел можно было бы объяснить, опираясь на закон Кирхгофа. Одна из проблем состояла в том, что для описания различных тепловых свойств тел применялся либо термодинамический подход, либо молекулярно-кинетическая теория, и оставалось неясным, как применить эти методы для электромагнитного излучения. Нагретое тело взаимодействует с излучением, обменивается с ним энергией, поглощая и испуская электромагнитные волны. Из эксперимента следует, что этот процесс зависит от температуры тела. Согласно второ-

му закону термодинамики самопроизвольный переход тепла возможен только от более нагретого тела к менее нагретому, т.е. обладающему меньшей температурой. В тепловом равновесии могут находиться тела, обладающие одинаковой температурой. А как происходит обмен энергией с электромагнитным излучением? Можно ли говорить о температуре электромагнитного излучения, а следовательно, применять к обмену энергией между нагретым телом и электромагнитным излучением законы термодинамики?

Важным достижением стало то, что было сформулировано понятие температуры электромагнитного излучения. В молекулярно-кинетической теории вещества и в статистической физике считается, что температура связана с кинетической энергией движения частиц, составляющих статистическую систему. Напомним, что число степеней свободы статистической системы – это число независимых координат, необходимых для описания движения всех частиц этой системы [9]. Так, каждая молекула газа имеет  $i$  степеней свободы. Это означает, что для описания ее движения нужно использовать  $i$  независимых координат. Для простой одноатомной молекулы  $i = 3$ , для более сложных молекул  $i > 3$ . Общее число степеней свободы всего газа будет равно  $N \cdot i$ , где  $N$  – полное число молекул газа. При этом считается, что на все степени свободы статистической системы приходится одинаковая энергия, равная  $\frac{1}{2}kT$ , где  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – температура по шкале Кельвина. Таким образом, температура связана с кинетической энергией статистической системы.

При рассмотрении вопроса об излучении черного тела считается, что излучение заполняет объем вокруг черного тела. Это излучение состоит из очень большого числа различных волн. С каждой волной связана определенная энергия. Суммарная энергия излучения, окружающего черное тело, равна сумме энергий всех волн, составляющих окружающее черное тело излучение. Это позволяет считать, что излучение есть статистическая система, состоящая из большого числа волн, т.е. обладающая большим числом степеней свободы, поскольку полное описание излучения возможно только, если учесть все составляющие его волны. Такой подход позволяет рассматривать излучение, окружающее черное тело, как статистическую систему, имеющую большое число степеней свободы.

Следовательно, можно ввести понятие температуры такой системы, как величины, описывающей среднюю энергию каждой волны и суммарную энергию всего излучения. Впервые понятие температуры излучения ввел в 1893 г. русский физик Б. Б. Голицин [1], однако он связывал излучение с колебаниями эфира, а не с колебаниями напряженностей электрического и магнитного полей.

Сформулируем условия задачи, которую необходимо решить, чтобы объяснить закономерности излучения нагретых тел. Будем исходить из следующих предположений.

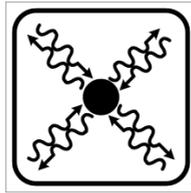


Рис. 3.9. Абсолютно черное тело внутри зеркальной полости

1. Пусть абсолютно чёрное тело находится внутри полости с отражающими (зеркальными) стенками (рис. 3.9). Тело нагрето до некоторой температуры  $T$ . В результате оно излучает электромагнитные волны. Абсолютно черное тело поглощает всю энергию электромагнитного излучения, падающего на его поверхность.

2. Излучённые телом волны остаются внутри полости. Часть из них поглощается черным телом. Возникшее в результате сложения полей всех излученных волн электромагнитное поле внутри полости можно рассматривать, как систему, обладающую многими степенями свободы. Следовательно, можно считать, что эта система имеет некоторую температуру  $T_1$ .

3. Черное тело не только излучает электромагнитные волны, но поглощает их. Поэтому, в конце концов, возникает ситуация, когда количество энергии, получаемой телом в единицу времени  $Q_2$ , становится равным количеству энергии  $Q_1$ , излучаемой телом в единицу времени

$$Q_1 = Q_2.$$

Между электромагнитным полем и абсолютно чёрным телом устанавливается тепловое (термодинамическое) равновесие. Это также означает, что температуры тела и излучения равны:

$$T = T_1.$$

Необходимо определить спектральную плотность потока равновесного излучения  $r(\lambda, T)$  абсолютно чёрного тела, соответствующую температуре  $T$ . При этом, во-первых, полученная кривая зависимости  $r(\lambda, T)$  должна соответствовать закону смещения Вина, а во-вторых, интегральная энергетическая светимость абсолютно чёрного тела должна выражаться законом Стефана-Больцмана:

$$R(T) = \int_0^{\infty} r(\lambda, T) d\lambda = \sigma T^4.$$

Решение поставленной задачи будем выполнять согласно предлагаемому плану.

1. Установим связь между излучательной способностью тела (количеством энергии, испускаемой телом в единицу времени с единицы поверхности) со спектральной плотностью излучения (энергией излучения, приходящейся на малый интервал частот от  $\nu$  до  $\nu + d\nu$ ). Излучательная способность характеризует свойства тела, а спектральная плотность излучения – свойства излучения, окружающего тело в полости. В некотором смысле это действие является подготовительным.

2. Определим число степеней свободы электромагнитного излучения, заполняющего полость. Это позволит определить энергию и температуру этого излучения, пользуясь формулой закона о равном распределении энергии по степеням свободы:

$$E = N \cdot \frac{1}{2} kT,$$

где  $N$  – число степеней свободы системы;  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – температура. Так как излучающее чёрное тело находится в тепловом равновесии с излучением, их температуры равны.

3. Определим спектральную плотность энергии электромагнитного излучения, заполняющего полость. Пользуясь установленной ранее связью между спектральной плотностью излучения и излучательной способностью тела, определим излучательную способность и проверим, соответствует ли полученная формула эксперименту (т.е. законам Стефана – Больцмана и Вина).

4. В процессе рассуждений будем пользоваться доказанной ранее теоремой Кирхгофа.

### Контрольные вопросы

1. Как связаны понятия температуры и энергии в молекулярно-кинетической теории? В чем состоит физический смысл температуры?

2. Сформулируйте закон равного распределения энергии по степеням свободы? Какова область его применения?

3. Что такое число степеней свободы физической системы? Как определить число степеней свободы для одноатомных, двухатомных и многоатомных молекул?

4. Какая энергия приходится на каждую степень свободы молекулы?

5. В чем заключаются основные идеи статистического подхода к описанию электромагнитного излучения? От чего зависит число степеней свободы электромагнитного излучения, заполняющего некоторый объем?

6. В чем состоит физический смысл понятия «температура излучения»?

7. Поясните, как устроена физическая модель, применяемая для описания абсолютно черного тела и окружающего его электромагнитного излучения.

8. Почему описываемое этой моделью электромагнитное излучение называется равновесным?

9. Как устанавливается термодинамическое равновесие между абсолютно черным телом и излучением?

10. Что характеризует излучательная способность? Свойства какой подсистемы, черного тела или излучения, она описывает?

11. Что описывает спектральная плотность? Характеристикой какой подсистемы, черного тела или излучения, она является?

12. Для чего необходимо установить связь между спектральной плотностью излучения и излучательной способностью черного тела?

13. Как определить энергию излучения в рамках статистического подхода, пользуясь понятиями числа степеней свободы и температуры электромагнитного излучения?

14. Выберите правильное утверждение из четырех предлагаемых. В теории теплового излучения нагретых тел используется модель абсолютно чёрного тела. При этом считается, что нагретое чёрное тело

1) находится в термодинамическом равновесии с полостью, в которую оно заключено;

2) не находится в термодинамическом равновесии, так как всё время испускает энергию в виде электромагнитных волн;

3) не находится в термодинамическом равновесии, так как поглощает всё излучение, падающее на его поверхность;

4) находится в термодинамическом равновесии с электромагнитным излучением, заполняющим полость вокруг тела.

### 3.9. Связь между излучательной способностью тела и спектральной плотностью энергии излучения в полости

Излучательная способность тела или спектральная плотность потока излучения – это энергия, излучаемая в единицу времени с единицы площади поверхности тела в направлении нормали к поверхности в виде волн с циклическими частотами, принадлежащими малому интервалу от  $\omega$  до  $\omega + d\omega$  (или с длинами волн в интервале от  $\lambda$  до  $\lambda + d\lambda$ ):

$$r_{\omega} = \frac{1}{S} \frac{dE_{\omega}}{dt} .$$

Спектральная плотность энергии излучения  $w_{\omega}$  – энергия единицы объема полости, заполненной излучением, и приходящаяся на интервал частот от  $\omega$  до  $\omega + d\omega$  (или с длинами волн в интервале от  $\lambda$  до  $\lambda + d\lambda$ ). Необходимо вывести формулу, связывающую величины  $r_{\omega}$  (или  $r_{\lambda}$ ) и  $w_{\omega}$  (или  $w_{\lambda}$ ).

Наша задача состоит в том, чтобы установить связь величины энергии, излучаемой телом на данной частоте с энергией, сосредоточенной в единице объема полости, заполненной электромагнитным излучением. Сначала рассмотрим простейший одномерный случай. Пусть энергия может излучаться телом только в направлении нормали к его поверхности. С площадки  $S$  на поверхности нагретого тела в направлении нормали к

нему испускается электромагнитная волна. Скорость распространения этой волны равна  $c$ .

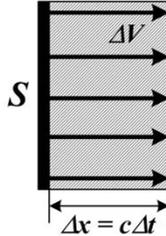


Рис. 3.10. К вычислению плотности энергии излучения

За время  $\Delta t$  волна распространится на расстояние  $\Delta x = c \cdot \Delta t$  от поверхности тела (рис. 3.10). Объём, занятый электромагнитным полем к моменту времени  $\Delta t$ ,  $\Delta V = S \cdot c \cdot \Delta t$ . Энергия поля, приходящаяся на волны с частотой  $\nu$ , в объёме  $\Delta V$  равна  $\Delta E_\omega = w_\omega \cdot \Delta V = w_\omega \cdot S \cdot c \cdot \Delta t$ , где  $w_\omega$  – плотность энергии электромагнитного поля, приходящаяся на волны с циклическими частотами в интервале от  $\omega$  до  $\omega + d\omega$ .

Подставим это выражение в формулу для излучательной способности  $r_\omega$ .

$$r_\omega = \frac{1}{S} \frac{\Delta E_\omega}{\Delta t} = \frac{1}{S} \frac{w_\omega S c \Delta t}{\Delta t} = w_\omega c$$

Здесь  $w_\omega$  – плотность энергии электромагнитного излучения на частотах в малом интервале от  $\omega$  до  $\omega + d\omega$ , или спектральная плотность энергии излучения. Как мы видим, в одномерном случае, когда излучающая площадка перпендикулярна направлению излучения:

$$r_\omega = w_\omega c. \quad (22)$$

Если же излучение электромагнитных волн с элемента поверхности  $S$  происходит одновременно во всех направлениях, то в выбранном направлении на единицу телесного угла с единицы площади в единицу времени испускается энергия излучения с циклической частотой  $\omega$ , равная

$$j_\omega = \frac{r_\omega}{4\pi}. \quad (23)$$

Направление, в котором испускаются волны, определяется значениями азимутального угла и полярного угла (рис. 3.11).

За время  $\Delta t$  волна, излученная в произвольном направлении, определяемом углом  $\theta$ , распространится на расстояние  $\Delta x = c \cdot \Delta t$  (рис. 3.11, б). Объём, занятый электромагнитным полем волны за время  $\Delta t$ , будет равен  $\Delta V = S \cos \theta c \cdot \Delta t$ . Энергия поля в этом объёме равна  $\Delta E_\omega = w_\omega \cdot \Delta V = w_\omega \cdot S \cos \theta c \cdot \Delta t$ . Здесь  $w_\omega$  – плотность энергии электромагнитного поля, приходящаяся на волны с частотами в интервале от  $\omega$  до  $\omega + d\omega$ .

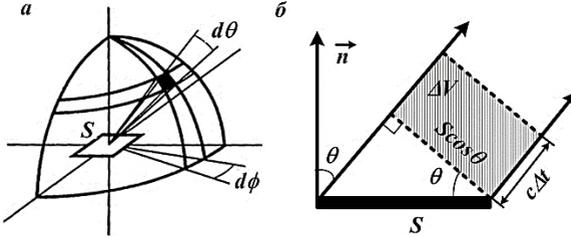


Рис. 3.11. Излучение электромагнитной волны в произвольном направлении

$$j_\omega = \frac{r_\omega}{4\pi} = \frac{1}{4\pi S} \frac{\Delta E_\omega}{\Delta t} = \frac{1}{4\pi S} \frac{w_\omega c \Delta t S \cos \theta}{\Delta t} = \frac{w_\omega c \cos \theta}{4\pi}$$

Излучение электромагнитных волн с площадки  $S$  происходит одновременно по всем направлениям, поэтому излучательная способность тела на частоте  $\nu$  может быть найдена как интеграл по всем возможным направлениям  $r_\omega = \int_\Omega j d\Omega$ , где  $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$ .

Вычислим величину  $r_\omega$ :

$$\begin{aligned} \Phi_\omega &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} j \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi = \frac{w_\omega c}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi = \\ &= \frac{w_\omega c}{2} \int_0^{\pi/2} \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi = \\ &= \frac{w_\omega c}{2} (-1) \int_1^0 x dx = \frac{w_\omega c}{4}. \end{aligned}$$

В процессе интегрирования была выполнена замена переменных  $x = \cos \theta$ ,  $dx = -\sin \theta d\theta$ .

Таким образом, излучательная способность черного тела связана с плотностью энергии электромагнитного поля в окружающей его полости соотношением

$$r_{\omega} = \frac{W_{\omega} C}{4}. \quad (24)$$

Такое же соотношение можно записать и для излучения с заданной величиной длины волны  $\lambda$ .

Согласно условию нашей задачи, абсолютно черное тело находится в термодинамическом равновесии с окружающим его излучением. Температуры тела и излучения равны. Для определения температуры излучения нам нужно будет определить число степеней свободы электромагнитного излучения в зеркальной полости вокруг абсолютно черного тела.

### Контрольные вопросы

1. Получите формулу, устанавливающую связь спектральной плотности излучения с излучательной способностью тела для одномерного случая.
2. Получите формулу, устанавливающую связь спектральной плотности излучения с излучательной способностью тела для трехмерного случая.
3. Плотность энергии излучения на некоторой частоте в области вокруг нагретого черного тела составляет  $2 \text{ мкДж/м}^3$ . Какова мощность излучения с единицы поверхности тела на этой частоте, если черное тело находится в тепловом равновесии с излучением?
4. Абсолютно черное тело находится в тепловом равновесии с излучением. С единицы поверхности тела на некоторой частоте каждую секунду испускается энергия  $30 \text{ Дж}$ . Какова плотность энергии равновесного излучения на данной частоте в области вокруг нагретого черного тела?

### 3.10. Определение числа степеней свободы электромагнитного излучения в полости

Следующий этап решения задачи о тепловом излучении нагретых тел состоит в определении числа степеней свободы, которыми обладает электромагнитное излучение в полости вокруг абсолютно чёрного тела.

Определив число степеней свободы, мы сможем выразить энергию электромагнитного поля через температуру. Так как система находится в термодинамическом равновесии, температура тела равна температуре излучения. Затем мы найдем зависимость спектральной плотности энергии электромагнитного поля от температуры нагретого тела, а потом излучательную способность тела как функцию температуры.

Полость замкнута. Количество энергии, излучаемой телом в каждую секунду, равно количеству энергии, поглощаемой этим телом. Система находится в состоянии термодинамического равновесия. Следовательно, энергия электромагнитного поля в полости постоянна и никуда не переносится электромагнитными волнами. Единственной формой электромагнитных волн, которые не переносят энергию, являются стоячие волны. Следовательно, электромагнитное поле в полости может существовать только в виде стоячих электромагнитных волн. Будем считать, что с каждой стоячей электромагнитной волной связаны две степени свободы: одна – с колебаниями напряжённости электрического поля, вторая – с колебаниями напряжённости магнитного поля. Чтобы найти число степеней свободы электромагнитного поля в полости, нужно найти число стоячих волн, возникающих в этой полости, и умножить его на два.

Прежде чем подсчитывать число степеней свободы, которыми обладает электромагнитное излучение в полости, рассмотрим методику такого подсчёта на более простой, одномерной системе. Пусть электромагнитные волны могут распространяться только вдоль одной прямой, с которой мы свяжем ось  $OX$ . Волны могут отражаться от стенок и, следовательно, распространяться в двух противоположных направлениях. На рис. 3.12 изображена полость и бегущие навстречу друг другу волны, здесь  $a$  – размер одномерной полости;  $k_1$  и  $k_2$  – волновые векторы двух бегущих навстречу друг другу волн  $\xi_1$  и  $\xi_2$ . Запишем уравнения этих двух бегущих волн.

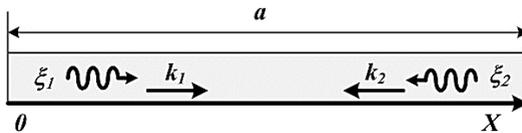


Рис. 3.12. Возникновение стоячей волны в одномерном ящике

$$\begin{aligned}\xi_1(x, t) &= A \cos(\omega t - kx), \\ \xi_2(x, t) &= A \cos(\omega t + kx + \alpha).\end{aligned}$$

Здесь  $|\vec{k}_1| = |\vec{k}_2| = k$  – волновые числа первой и второй волн. Сдвиг фазы  $\alpha$  появляется в уравнении второй волны как следствие отражения волны от стенки полости. В зависимости от условий отражения возможны два различных значения  $\alpha$ ,

$$\alpha_1 = 0, \quad \alpha_2 = \pi.$$

Результирующая стоячая волна есть сумма двух волн:

$$\begin{aligned}\xi(x, t) &= \xi_1(x, t) + \xi_2(x, t) = A \cos(\omega t - kx) + A \cos(\omega t + kx + \alpha) = \\ &= 2A \cos\left(\frac{\omega t - kx + \omega t + kx + \alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\omega t - kx - \omega t - kx - \alpha}{2}\right) = \\ &= 2A \cos\left(\omega t + \frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(-kx - \frac{\alpha}{2}\right) = 2A \cos\left(\omega t + \frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(kx + \frac{\alpha}{2}\right). \\ \xi(x, t) &= 2A \cos\left(\omega t + \frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(kx + \frac{\alpha}{2}\right)\end{aligned}\quad (25)$$

Рассмотрим возможные условия отражения волны от стенки полости. В случае отражения от оптически более плотной среды  $\alpha = \pi$ . После подстановки этого значения  $\alpha$  в уравнение стоячей волны (25) получим

$$\xi(x, t) = 2A \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(kx + \frac{\pi}{2}\right) = 2A \sin(\omega t) \sin(kx).$$

Это уравнение стоячей волны, для которой положение узлов, т.е. таких точек пространства, в которых амплитуда колебаний всегда равна нулю, определяется условием

$$ka = m\pi.$$

При образовании такой стоячей волны на границах одномерного ящика наблюдаются узлы. В одномерном ящике длиной  $a$  возможно образование только таких стоячих волн, для которых модуль волнового вектора определяется условием

$$k_m = \frac{m\pi}{a}.$$

В случае отражения от оптически менее плотной среды фаза отраженной волны не изменяется,  $\alpha = 0$ . Уравнение стоячей волны будет иметь вид

$$\xi(x, t) = 2A \cos(\omega t) \cos(kx).$$

При образовании такой стоячей волны на границах одномерного ящика наблюдаются пучности, т.е. точки, в которых амплитуда колебаний достигает максимума. В такой стоячей волне положение пучностей определяется условием

$$ka = m\pi.$$

В одномерном ящике длиной  $a$  возможно образование таких стоячих волн, для которых модуль волнового вектора определяется условием

$$k_m = \frac{m\pi}{a}.$$

Таким образом, при любых условиях отражения возможно образование только таких стоячих волн, для которых модуль волнового вектора определяется условием

$$k_m = \frac{m\pi}{a}. \quad (26)$$

Допустимые величины модуля волнового вектора образуют дискретный набор значений. При других значениях волнового числа образование стоячих волн невозможно. Допустимые значения модуля волнового вектора отмечены точками на оси значений волнового вектора на рис. 3.13, где  $dk$  – малый интервал значений модуля волнового вектора от  $k$  до  $k + dk$ ,  $dN_k$  – число допустимых значений модуля волнового вектора, попадающих в этот интервал. Число допустимых значений модуля волнового вектора в интервале от  $k$  до  $k + dk$  можно найти так. Пусть  $m$  – наименьший из номеров значений модуля волнового вектора, попадающий в рассматриваемый интервал. Соответствующее значение модуля волнового вектора  $k$  обозначено крайней левой точкой внутри интервала на рисунке. Точка, соответствующая наибольшему из значений

модуля волнового вектора, попадающего в заданный интервал, имеет номер  $m + dN_k$ .

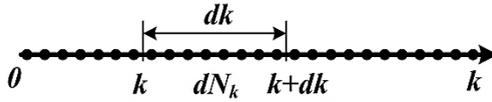
$$m = \frac{ka}{\pi}, \quad m + dN_k = \frac{(k + dk)a}{\pi}$$


Рис. 3.13. Допустимые значения модуля волнового вектора стоячей волны в одномерном ящике

$$dN_k = m + dN_k - m = \frac{(k + dk)a}{\pi} - \frac{ka}{\pi} = \frac{a}{\pi} dk$$

$$dN_k = \frac{a}{\pi} dk$$

Каждому значению волнового вектора соответствует определенное значение циклической частоты  $\omega$  и длины волны  $\lambda$ . Поэтому от числа стоячих волн на интервал значений волнового вектора можно перейти к числу стоячих волн с циклической частотой в интервале от  $\omega$  до  $\omega + d\omega$  или с длиной волны в интервале от  $\lambda$  до  $\lambda + d\lambda$ .

$$k = \frac{\omega}{c}, \quad dk = \frac{d\omega}{c}, \quad dN_\omega = \frac{a}{\pi c} d\omega;$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad dk = \frac{2\pi d\lambda}{\lambda^2}, \quad dN_\lambda = \frac{2a}{\lambda^2} d\lambda.$$

Зная число стоячих волн с частотой в интервале от  $\omega$  до  $\omega + d\omega$ , а также зная, что на каждую стоячую волну приходится 2 степени свободы, а на каждую степень свободы, в свою очередь, приходится энергия  $\frac{1}{2}kT$ , можно определить плотность энергии излучения.

Пусть теперь электромагнитные волны могут распространяться только в одной плоскости. В этой плоскости оси  $OX$  и  $OY$  являются координатными осями (рис. 3.14). Волны могут отражаться от стенок и распространяться внутри прямоугольной области с длиной  $a$  и шириной  $b$ ;  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  и  $k_4$  – волновые векторы бегущих волн. Запишем уравнения этих бегущих волн. По-прежнему, модули волновых векторов всех волн равны.

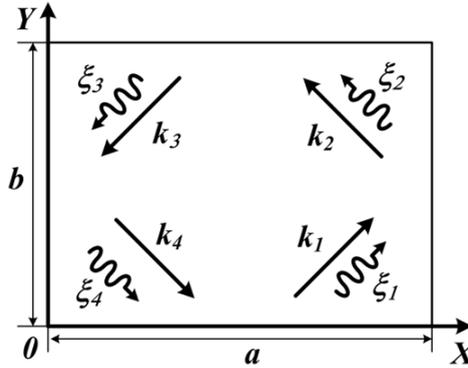


Рис. 3.14. Возникновение стоячей волны в двумерном ящике

$$|\vec{k}_1| = |\vec{k}_2| = |\vec{k}_3| = |\vec{k}_4| = k$$

$$\xi_1(x, y, t) = A \cos(\omega t - k_x x - k_y y),$$

$$\xi_2(x, y, t) = A \cos(\omega t + k_x x - k_y y),$$

$$\xi_3(x, y, t) = A \cos(\omega t + k_x x + k_y y),$$

$$\xi_4(x, y, t) = A \cos(\omega t - k_x x + k_y y)$$

Как было показано для одномерного случая, условия отражения не влияют на число возникающих стоячих волн, поэтому во всех уравнениях выбран только один вариант условий отражения. Напряженность электрического поля волны внутри выделенной двумерной области равна сумме напряженностей поля всех рассматриваемых волн.

$$\xi(x, y, t) = \xi_1(x, y, t) + \xi_2(x, y, t) + \xi_3(x, y, t) + \xi_4(x, y, t) = \xi_{12}(x, y, t) + \xi_{34}(x, y, t)$$

Сложение волн выполним попарно. Сначала сложим волны  $\xi_1$  и  $\xi_2$ .

$$\begin{aligned} \xi_{12}(x, y, t) &= \xi_1(x, y, t) + \xi_2(x, y, t) = A \cos(\omega t - k_x x - k_y y) + A \cos(\omega t + k_x x - k_y y) = \\ &= 2A \cos\left(\frac{\omega t - k_x x - k_y y + \omega t + k_x x - k_y y}{2}\right) \cos\left(\frac{\omega t - k_x x - k_y y - \omega t - k_x x + k_y y}{2}\right). \end{aligned}$$

$$\xi_{12}(x, y, t) = 2A \cos(\omega t - k_y y) \cos(k_x x)$$

Затем сложим волны  $\xi_3$  и  $\xi_4$ .

$$\begin{aligned}\xi_{34}(x, y, t) &= \xi_3(x, y, t) + \xi_4(x, y, t) = A \cos(\omega t + k_x x + k_y y) + A \cos(\omega t - k_x x + k_y y) = \\ &= 2A \cos\left(\frac{\omega t + k_x x + k_y y + \omega t - k_x x + k_y y}{2}\right) \cos\left(\frac{\omega t + k_x x + k_y y - \omega t + k_x x - k_y y}{2}\right). \\ \xi_{34}(x, y, t) &= 2A \cos(\omega t + k_y y) \cos(k_x x).\end{aligned}$$

И после этого найдем окончательный результат.

$$\begin{aligned}\xi(x, y, t) &= \xi_{12}(x, y, t) + \xi_{34}(x, y, t) = 2A \cos(\omega t - k_y y) \cos(k_x x) + 2A \cos(\omega t + k_y y) \cos(k_x x) = \\ &= 2A \cos(k_x x) (\cos(\omega t - k_y y) + \cos(\omega t + k_y y)) = \\ &= 4A \cos(k_x x) \cos\left(\frac{\omega t - k_y y + \omega t + k_y y}{2}\right) \cos\left(\frac{\omega t - k_y y - \omega t + k_y y}{2}\right).\end{aligned}$$

Уравнение стоячей волны в двумерном ящике:

$$\xi(x, y, t) = 4A \cos(\omega t) \cos(k_x x) \cos(k_y y).$$

Запишем условия существования такой стоячей волны в двумерном ящике:

$$\begin{aligned}k_{mx} a &= m_1 \pi, & k_{mx} &= \frac{m_1 \pi}{a}, \\ k_{my} b &= m_2 \pi, & k_{my} &= \frac{m_2 \pi}{b}.\end{aligned}$$

В двумерном ящике могут существовать стоячие волны только с такими значениями проекций волнового вектора на оси координат в пространстве волновых векторов. Величины таких волновых векторов образуют дискретный набор точек на плоскости волновых векторов (рис. 3.15). Каждая точка на плоскости волновых векторов соответствует такому значению волнового вектора, при котором в двумерном ящике может возникнуть плоская волна. Иными словами, число точек на плоскости равно числу возможных стоячих волн.

Для того, чтобы определить число стоячих волн, приходящихся на интервал значений волновых векторов от  $k$  до  $k + dk$ , нужно пересчитать точки внутри части кольца с внутренним радиусом  $k$  и внешним радиусом  $k + dk$ . Число таких точек равно

$$dN_k = \frac{S_k}{4S_1},$$

где  $S_k$  – площадь всего кольца;  $S_1$  – площадь на фазовой плоскости, приходящаяся на одно колебательное состояние (на одну стоячую волну).

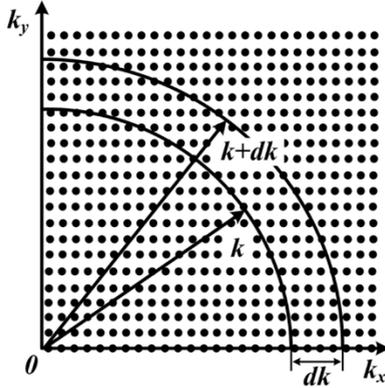


Рис. 3.15. Допустимые значения модуля волнового вектора стоячей волны в двумерном ящике

$$S_k = 2\pi k dk.$$

На оси  $k_x$  на одно колебательное состояние приходится отрезок длиной

$$\Delta k_x = \frac{\pi}{a}.$$

На оси  $k_y$  на одно колебательное состояние приходится отрезок длиной

$$\Delta k_y = \frac{\pi}{b}.$$

На одно колебательное состояние приходится площадка на фазовой плоскости

$$S_1 = \Delta k_x \Delta k_y = \frac{\pi}{a} \frac{\pi}{b}.$$

$$dN_k = \frac{S_k}{4S_1} = \frac{2\pi ab k dk}{4\pi^2} = \frac{S}{2\pi} k dk.$$

Здесь  $S = a \cdot b$  – площадь двумерной области, в которой могут распространяться волны, или площадь всего двумерного ящика.

От числа стоячих волн на интервал значений волнового вектора перейдём к числу стоячих волн с частотой в интервале от  $\omega$  до  $\omega + d\omega$  или с длиной волны в интервале от  $\lambda$  до  $\lambda + d\lambda$ .

$$k = \frac{\omega}{c}, \quad dk = \frac{d\omega}{c}, \quad dN_\omega = \frac{S}{2\pi c^2} \omega d\omega;$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad dk = \frac{2\pi}{\lambda^2} d\lambda, \quad dN_\lambda = \frac{2\pi S}{\lambda^3} d\lambda$$

В условиях реального эксперимента полость, окружающая черное тело, является трехмерной. Пусть теперь волны распространяются в трёхмерной полости. Уравнения этих волн следующие

$$\begin{aligned} \xi_1(\vec{r}, t) &= A \cos(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z), \\ \xi_2(\vec{r}, t) &= A \cos(\omega t + k_x x - k_y y - k_z z), \\ \xi_3(\vec{r}, t) &= A \cos(\omega t + k_x x + k_y y - k_z z), \\ \xi_4(\vec{r}, t) &= A \cos(\omega t - k_x x + k_y y + k_z z), \\ \xi_5(\vec{r}, t) &= A \cos(\omega t - k_x x + k_y y - k_z z), \\ \xi_6(\vec{r}, t) &= A \cos(\omega t - k_x x - k_y y + k_z z). \end{aligned}$$

При этом модули волновых векторов всех волн равны

$$|\vec{k}_1| = |\vec{k}_2| = |\vec{k}_3| = |\vec{k}_4| = |\vec{k}_5| = |\vec{k}_6| = k$$

Уравнение стоячей волны в трёхмерной полости получим так же, как было получено уравнение стоячей волны в двумерной полости. Чтобы получить это уравнение, будем складывать волны попарно, как мы это делали для двумерного случая. Внимательно изучив, как было получено уравнение стоячей волны в двумерной области, несложно понять, что в трёхмерном случае оно будет иметь вид

$$\xi(x, t) = 8A \cos(\omega t) \cos(k_x x) \cos(k_y y) \cos(k_z z)$$

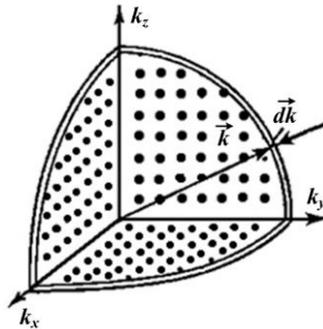
Условия существования стоячих волн в трёхмерной полости можно записать как:

$$k_{m_x} a = m_1 \pi, \quad k_{m_x} = \frac{m_1 \pi}{a}, \quad k_{m_y} b = m_2 \pi, \quad k_{m_y} = \frac{m_2 \pi}{b},$$

$$k_{m_z} c = m_3 \pi, \quad k_{m_z} = \frac{m_3 \pi}{c}.$$

Здесь  $a, b, c$  – размеры трёхмерной полости.

Возможные значения волнового вектора теперь образуют дискретное множество точек в трёхмерном фазовом пространстве волновых векторов. Каждому значению модуля волнового вектора соответствует одна стоячая волна. Для того чтобы определить, сколько стоячих волн приходится на интервал значений волнового вектора от  $k$  до  $k + dk$ , нужно найти число точек в фазовом пространстве, попадающих внутрь тонкого сферического слоя толщиной  $dk$  (рис. 3.16).



**Рис. 3.16.** Допустимые значения модуля волнового вектора стоячей волны в трёхмерной полости

Отметим, что при подсчёте стоячих волн, приходящихся на интервал значений волнового вектора от  $k$  до  $k + dk$ , мы должны суммировать только точки фазового пространства в  $1/8$  части всего фазового объёма, потому что одна стоячая волна соответствует одному значению модуля волнового вектора.

Фазовый объём (объём в пространстве волновых векторов), приходящийся на одно состояние (одну стоячую волну):

$$\Omega_1 = \frac{\pi}{a} \frac{\pi}{b} \frac{\pi}{c} = \frac{\pi^3}{V},$$

где  $V$  – объём всей полости. Число точек, попадающих внутрь некоторого объёма фазового пространства  $\Omega$  равно

$$N = \frac{\Omega}{\Omega_1}.$$

Число точек, попадающих внутрь тонкого сферического слоя объёмом  $d\Omega$  в фазовом пространстве, равно

$$dN = \frac{d\Omega}{\Omega_1}.$$

Объём  $d\Omega$  1/8 части тонкого сферического слоя в фазовом пространстве

$$d\Omega = \frac{1}{8} 4\pi k^2 dk = \frac{\pi}{2} k^2 dk.$$

Число стоячих волн, приходящихся на интервал значений волнового вектора от  $k$  до  $k + dk$  равно

$$dN_k = \frac{d\Omega}{\Omega_1} = \frac{\pi k^2 dk}{2} \frac{V}{\pi^3} = \frac{V}{2\pi^2} k^2 dk. \quad (27)$$

Определим число стоячих волн, приходящихся на интервал от  $\omega$  до  $\omega + d\omega$ .

$$k = \frac{\omega}{c}, \quad dk = \frac{d\omega}{c}, \quad dN_k = \frac{V}{2\pi^2} k^2 dk.$$

$$dN_\omega = \frac{V}{2\pi^2} \frac{\omega^2}{c^2} \frac{d\omega}{c} = \frac{V}{2\pi c^3} \omega^2 d\omega. \quad (28)$$

Число стоячих волн, приходящихся на интервал длин волн от  $\lambda$  до  $\lambda + d\lambda$ :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad dk = \frac{2\pi d\lambda}{\lambda^2}, \quad dN_k = \frac{V}{2\pi^2} k^2 dk.$$

$$dN_\lambda = \frac{V}{2\pi^2} \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \frac{2\pi d\lambda}{\lambda^2} = \frac{4\pi V}{\lambda^4} d\lambda. \quad (29)$$

Формулы (27), (28) и (29) позволяют определить число степеней свободы электромагнитного излучения в полости, окружающей черное

тело. В свою очередь это позволит определить плотность энергии излучения.

### Контрольные вопросы

1. Что такое стоячие волны? Как они возникают?
2. Почему именно стоячие волны используются для статистического описания равновесного электромагнитного излучения, окружающего черное тело?
3. Как связано использование стоячих волн с условием термодинамического равновесия черного тела и излучения стоячей волны в одномерном ящике?
4. Какие значения принимает модуль волнового вектора при образовании стоячей волны в одномерном случае?
5. Выведите формулу, связывающую значения модуля волнового вектора с длиной одномерного ящика. Возможно ли возникновение стоячих волн с другими значениями модуля волнового вектора?
6. Что означают точки на оси значений волнового вектора на рис. 3.13?
7. Как подсчитать число возможных стоячих волн в элементарном интервале длин волн или частот в одномерном случае?
8. Сколько степеней свободы приходится на каждую стоячую электромагнитную волну?
9. Как образуются стоячие волны в двумерном ящике? Запишите уравнение стоячей волны в двумерном случае.
10. Запишите условия существования стоячей волны в двумерном ящике.
11. На рис. 3.15 в качестве осей координат фазового пространства используются проекции волнового вектора на координатные оси  $OX$  и  $OY$ . Что означают точки на плоскости на рис. 3.15?
12. Как пользуясь рис. 3.15 определить допустимые значения модуля волнового вектора стоячих волн в двумерном случае?
13. Какая площадь фазового пространства приходится на стоячую волну с определенным значением волнового вектора?
14. Как подсчитать число стоячих волн в двумерном ящике?

15. На рис. 3.16 в качестве осей координат фазового пространства используются проекции волнового вектора на координатные оси  $OX$ ,  $OY$  и  $OZ$ . Что означают точки на рис. 3.16?

16. Как, пользуясь рис. 3.16, определить допустимые значения модуля волнового вектора стоячих волн в трехмерном случае?

17. Какой фазовый объем приходится на одну стоячую волну в трехмерной полости?

18. Чему равно число стоячих волн в трехмерной полости, приходящихся на элементарный интервал частот (длин волн)?

### 3.11. Формула Рэля – Джинса. «Ультрафиолетовая катастрофа»



**Фото 3.5.** Джон Уильям Стретт, лорд Рэлей (1842–1919)



**Фото 3.6.** Джеймс Хопвуд Джинс (1877–1946)

Попытку определить излучательную способность абсолютно черного тела в зависимости от температуры предприняли английские физики Джон Уильям Стретт, барон Рэлей и Джеймс Хопвуд Джинс [2,3]. Для определения энергии равновесного электромагнитного излучения в полости, окружающей абсолютно черное тело, они использовали способ подсчета числа стоячих электромагнитных волн в полости, описанный нами выше.

Если число стоячих электромагнитных волн в полости вокруг абсолютно чёрного тела, подсчитанное в интервале частот от  $\omega$  до  $\omega + d\omega$  равно  $dN_\omega$ , то число степеней свободы степеней свободы электромагнитного излучения  $dN_{em,\omega}$  будет в два раза больше, так как каждой стоячей

волне соответствуют две степени свободы, одна из которых связана с колебаниями напряженности электрического поля, а вторая – с колебаниями напряженности магнитного поля в волне. Согласно формуле (28)

$$dN_{em,\omega} = 2dN_{\omega} = \frac{V}{\pi c^3} \omega^2 d\omega$$

Рэлей и Джинс предполагали, что для электромагнитного излучения в полости, окружающей абсолютно черное тело, как и для классического идеального газа, выполняется закон равного распределения энергии по степеням свободы. Согласно этому закону на каждую степень свободы приходится энергия,  $E_1 = \frac{1}{2}kT$ , где  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – температура. В данном случае это температура излучения в полости. Поэтому согласно теории Рэля и Джинса, энергия излучения, приходящаяся на частотный интервал от  $\omega$  до  $\omega + d\omega$  равна

$$dE = \frac{1}{2}kTdN_{em,\omega} = \frac{V}{2\pi^2}kT\frac{\omega^2}{c^3}d\omega$$

Согласно определению спектральная плотность излучения равна плотности энергии электромагнитного излучения, приходящейся на малый интервал частот от  $\omega$  до  $\omega + d\omega$ . Поэтому спектральная плотность электромагнитного излучения в полости, окружающей абсолютно черное тело, равна

$$w_{\omega} = \frac{1}{V} \frac{dE}{d\omega} = \frac{1}{V} \frac{V}{2\pi^2} kT \frac{\omega^2}{c^3} \frac{d\omega}{d\omega} = \frac{\omega^2 kT}{2\pi^2 c^3}$$

Таким образом, согласно теории Рэля и Джинса, спектральная плотность энергии электромагнитного излучения в полости вокруг абсолютно чёрного тела равна

$$w_{\omega} = \frac{\omega^2 kT}{2\pi^2 c^3}. \quad (30)$$

Как мы показали ранее в подразд. 3.9, плотность энергии электромагнитного излучения  $w_{\omega}$  в полости связана с излучательной способностью  $r_{\omega}$  абсолютно чёрного тела формулой (24)

$$r_{\omega} = \frac{w_{\omega}c}{4}.$$

Теперь мы можем найти излучательную способность абсолютно чёрного тела, зависящую от частоты излучения:

$$r_{\omega} = \frac{w_{\omega}c}{4} = \frac{\omega^2 kT}{8\pi^2 c^2}. \quad (31)$$

В большинстве экспериментальных исследований говорилось о зависимости излучательной способности черного тела от длины волны. В законе Вина также идет речь о том, что максимум излучательной способности тела при некоторой температуре приходится на излучение с определенной длиной волны. Для того чтобы удобнее было сравнивать полученный результат с законом Вина, излучательную способность чёрного тела также выразим через длину волны. Для этого воспользуемся формулой (29), выражающей число стоячих электромагнитных волн в полости, приходящихся на малый интервал длин волн. В этом случае спектральная плотность энергии равна

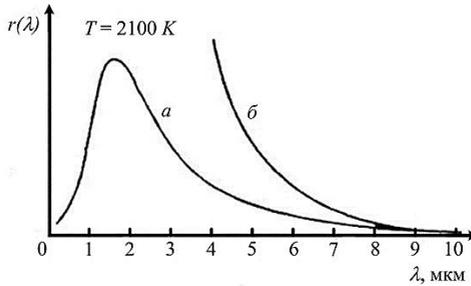
$$w_{\lambda} = \frac{1}{V} \frac{dE}{d\lambda} = \frac{1}{V} \frac{4\pi V}{\lambda^4} kT \frac{d\lambda}{d\lambda} = \frac{4\pi kT}{\lambda^4}.$$

Вычислим излучательную способность черного тела в зависимости от длины волны излучения:

$$r_{\lambda} = \frac{w_{\lambda}c}{4} = \frac{\pi c kT}{\lambda^4}. \quad (32)$$

На рис. 3.17 приведены графики двух зависимостей излучательной способности черного нагретого тела: полученной экспериментально и соответствующей закону Вина, а также вычисленной по формуле Рэлея и Джинса [10]. Для длинных волн при  $\lambda \rightarrow \infty$  излучательная способность, рассчитанная Рэлеем и Джинсом убывает, что согласуется с законом Вина. Для коротких волн, т.е. при  $\lambda \rightarrow 0$  с уменьшением длины волны излучательная способность, рассчитанная по формуле Рэлея и Джинса, неограниченно растет,  $r(\lambda, T) \rightarrow \infty$ , что закону Вина противоречит. Такое существенное расхождение теории и эксперимента в области коротких волн было названо современниками «ультрафиолетовой

катастрофой». Дело в том, что к тому времени из всех видов излучений с длиной волны меньше, чем у видимого света, было известно только ультрафиолетовое излучение, и длины волн ультрафиолетового излучения считались самыми короткими.



**Рис. 3.17.** Зависимость излучательной способности черного тела от длины волны: а – эксперимент; б – теория Рэлея – Джинса

Подведем краткие итоги. Теория Рэлея и Джинса основывалась на следующих предположениях: 1) модели абсолютно чёрного тела, 2) условия теплового равновесия нагретого тела и его излучения; 3) на классическом предположении о равном распределении энергии по степеням свободы и, как следствие, на предположении о непрерывности частотного спектра излучения. Несмотря на то, что теория выглядела очень хорошо продуманной и тщательно разработанной, результат оказался плачевным, согласие с экспериментом наблюдается только для длинных волн. Если бы теория Рэлея и Джинса была верна, любое нагретое тело должно было бы практически мгновенно излучить всю энергию в виде электромагнитных волн максимально возможной частоты.

### Контрольные вопросы

1. Какая физическая модель использовалась в теории Рэлея – Джинса для определения энергии излучения, окружающего черное тело?
2. Какое приближение использовалось в теории Рэлея – Джинса для нахождения температуры излучения, окружающего черное тело?
3. Получите формулу спектральной плотности энергии излучения по теории Рэлея и Джинса.

4. Получите формулу излучательной способности абсолютно черного тела по теории Рэлея – Джинса.

5. Получите формулы (31) и (32), выражающие спектральную плотность излучения и излучательную способность черного тела через длину волны излучения.

6. Как связана с частотой или длиной волны излучения интенсивность излучения по теории Рэлея и Джинса? В чем заключается противоречие между теорией и экспериментальными данными?

### 3.12. Квантовая гипотеза Планка



**Фото 3.7.** Макс Планк  
(1858–1947)

Как видно из результатов, полученных Рэлеем и Джинсом, объяснить свойства теплового излучения, исходя из классических представлений, не удалось. Согласно теории Рэлея и Джинса тепловое равновесие между излучающим телом и окружающим его излучением может наступить только при бесконечно большой плотности энергии излучения, что, безусловно, в корне противоречит эксперименту. В то же время для длинных волн результаты Рэлея и Джинса хорошо согласуются с экспериментом. В 1896 г.

В. Вин предложил другую формулу для описания излучательной способности черного тела, которая оказалась применимой только для коротковолновой части спектра теплового излучения и давала неверные результаты для длинных волн. Получить формулу, правильно описывающую весь спектр теплового электромагнитного излучения, удалось выдающемуся немецкому физика Макс Планку.

Планк обратил внимание на то, что уравнения электродинамики Максвелла, как и уравнения классической механики, описывают обратимые процессы, т.е. такие процессы, которые могут протекать как в прямом, так и в обратном направлении. С точки зрения термодинамики это означает, что энтропия системы, в которой происходят обратимые процессы, остается постоянной. В то же время для тепловых процессов справедлив не только

первый закон термодинамики, описывающий сохранение энергии, но и второй закон, согласно которому невозможен такой процесс, единственным результатом которого будет передача тепла от более холодного тела к более нагретому. Процесс передачи тепла при излучении электромагнитных волн не должен быть обратимым. Если одно тело в процессе установления теплового равновесия путем излучения передаст энергию другому и при этом температура первого тела понизится, а второго повысится, то после этого невозможен такой процесс, единственным результатом которого была бы передача энергии обратно первому телу с повышением его температуры и понижением температуры второго тела. Известно, что в необратимых процессах энтропия системы должна возрастать.

Планк попытался определить энтропию излучения в полости, окружающей черное тело, и проследить, как она изменяется в процессе установления теплового равновесия излучающего тела с излучением. Планк считал, что излучение электромагнитных волн производится большим количеством гармонических осцилляторов, расположенных на поверхности и внутри вещества, из которого состоит излучающая полость. Для определения энтропии системы Планк воспользовался статистическим определением энтропии, данным Л. Больцманом:

$$S = k \ln \Omega,$$

где  $k$  – постоянная Больцмана, а  $\Omega$  – статистический вес данного состояния системы или число микроскопических состояний, которыми может быть реализовано данное макроскопическое состояние системы [9]. Для подсчета числа состояний системы Планк применил функцию распределения Максвелла – Больцмана. Вероятность обнаружить колебание с энергией  $E_n$ , согласно этой теории, определяется формулой

$$P_n = \frac{N_n}{N} = \frac{e^{-\frac{E_n}{kT}}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\frac{E_n}{kT}}}$$

Здесь  $N_n$  – число состояний системы, в которых существует колебание с энергией  $E_n$ ;  $N$  – полное число состояний системы;  $T$  – температура. В теории Планка эта формула была использована вместо закона равного распределения энергии по степеням свободы, что привело к получению

другого выражения для плотности энергии излучения, а также для энтропии. Полученное выражение для энтропии уже не противоречило второму закону термодинамики.

Однако при вычислении плотности энергии излучения и его энтропии возникла трудность, которая состояла в том, что в формуле распределения Больцмана присутствовал дискретный набор значений энергии колебаний  $\{E_n\}$ . Планку пришлось предположить, что энергия колебаний осцилляторов, а следовательно, и испускаемых ими электромагнитных волн может принимать только дискретные значения, пропорциональные частоте колебаний. Это предположение позволило достигнуть отличного результата – Планку удалось получить формулу, правильно описывающую зависимость излучательной способности черного тела от длины волны излучения как для длинных, так и для коротких волн. Величина коэффициента пропорциональности  $\hbar$  в выражении для энергии колебательного состояния  $E_n = \hbar\omega$  была получена Планком из условия наилучшего согласия теории с экспериментальными результатами. Эта величина получила название постоянной Планка, а дискретные порции энергии получили название квантов энергии. Величина постоянной Планка оказалась крайне малой,  $\hbar = 1,054580 \cdot 10^{-34}$  Дж·с. Это позволило Планку считать введение квантов просто математическим приемом и надеяться, что со временем удастся найти способ описать излучение, не прибегая к гипотезе квантов.

Мы не будем в точности воспроизводить способ, которым Планк вывел свою знаменитую формулу. Мы пойдем по пути внесения необходимых уточнений и изменений в вывод классической формулы Рэлея и Джинса и проанализируем полученные результаты.

### Контрольные вопросы

1. Какие термодинамические процессы называются обратимыми, а какие – необратимыми?
2. Является ли передача тепла путем излучения электромагнитных волн от одного тела к другому обратимым процессом?
3. Сформулируйте второй закон термодинамики.
4. Что такое энтропия термодинамической системы? Как она изменяется в обратимых и необратимых процессах?

5. Дайте определение статистического толкования энтропии. Что такое статистический вес состояния системы?

6. С какой целью Планк исследовал поведение энтропии системы, состоящей из нагретого черного тела и окружающего его электромагнитного излучения?

7. Какие изменения пришлось внести Планку в классическую модель Рэля – Джинса, чтобы добиться согласия с вторым законом термодинамики?

8. Что такое функция распределения Максвелла – Больцмана? Каков ее физический смысл? Для чего она применяется в статистической физике?

9. Запишите формулу, определяющую вероятность обнаружить осциллятор с энергией  $E_n$ .

10. Какие дискретные значения согласно предположению Планка может принимать энергия осцилляторов и электромагнитных волн вблизи нагретого абсолютно черного тела?

11. Как называется коэффициент пропорциональности между энергией и частотой? Чему равна его величина?

### 3.13. Формула Планка. Основные приближения

Рассмотрим исходные приближения, применяемые в теории Планка. Для вывода формулы Планка будем использовать следующие приближения, совпадающие с приближениями теории Рэля и Джинса:

- 1) используем модель абсолютно чёрного тела;
- 2) будем рассматривать равновесное тепловое излучение;
- 3) будем считать, что число степеней свободы электромагнитного излучения в полости равно числу стоячих электромагнитных волн, возникающих в полости, умноженному на два.

Различия с теорией Рэля и Джинса состоят в следующем. Во-первых, будем считать, что электромагнитные волны излучаются исключительно порциями – квантами. Энергия каждого кванта равна

$$E_i = \hbar\omega = h\nu, \quad (33)$$

где  $h = 6,626122 \cdot 10^{-34}$  Дж·с,  $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,054580 \cdot 10^{-34}$  Дж·с. Величины  $h$  и

$\hbar$  называются постоянными Планка,  $\omega$  – циклическая частота колебаний в световой волне,  $\nu$  – частота колебаний в световой волне.

Во-вторых, в отличие от теории Рэлея и Джинса, будем считать, что вероятность обнаружить колебание с энергией  $E_n$  определяется распределением Больцмана

$$P_n = \frac{N_n}{N} = \frac{e^{-\frac{E_n}{kT}}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\frac{E_n}{kT}}}. \quad (34)$$

Здесь  $N_n$  – число состояний системы, в которых существует колебание с энергией  $E_n$ , иными словами, число стоячих волн с энергией  $E_n$ ;  $N$  – полное число состояний системы (полное число возможных стоячих волн);  $T$  – температура излучения, которая в состоянии теплового равновесия равна температуре излучающего тела. Это предположение заменит нам предположение Рэлея и Джинса о равном распределении энергии по степеням свободы. Энергия электромагнитных волн в полости, окружающей черное тело, будет вычисляться как среднее значение энергии с учетом функции распределения Максвелла – Больцмана.

Еще одна сложность, связанная с попытками применить законы классической физики к проблеме теплового электромагнитного излучения, состоит в следующем. Из опыта достоверно известно, что если в закрытую полость поместить несколько тел с различной температурой, то в полости устанавливается тепловое равновесие, все тела приобретают одинаковую температуру и излучают каждую секунду столько же энергии, как и поглощают, а полость заполняется электромагнитными волнами. При этом плотность энергии электромагнитного поля достигает некоторой величины, характерной для данной температуры. Если поместить в полость кусок железа, зачерненный до состояния, близкого к абсолютно черному телу, то согласно экспериментальным данным при температуре  $0^\circ\text{C}$  плотность тепловой энергии колеблющихся атомов железа будет примерно в 1014 раз больше, чем плотность энергии окружающего кусок железа электромагнит-

ного поля, которое находится в тепловом равновесии с железом. Ни в каких других системах, находящихся в состоянии теплового равновесия, такие различия в плотностях энергии не наблюдаются, даже если речь идет о контакте твердого тела с достаточно разреженным идеальным газом.

В то же время из теории Рэлея и Джинса, в которой применялось представление о равном распределении энергии по степеням свободы, характерное для классической физики, следует, что нагретое тело должно очень быстро излучить значительную часть своей энергии в виде высоко-частотного электромагнитного излучения. Это должно привести к существенному понижению плотности тепловой энергии нагретого тела и к повышению плотности энергии излучения в полном соответствии с классическими представлениями и в разительном противоречии с экспериментом. Эти соображения являются дополнительным аргументом в пользу отказа от предположения о равном распределении энергии по степеням свободы для электромагнитного излучения. Применение распределение Больцмана вместо закона равного распределения энергии по степеням свободы позволяет объяснить столь сильное различие в плотности энергии излучения и плотности энергии нагретого тела в состоянии теплового равновесия. Дело в том, что согласно распределению Больцмана вероятность обнаружить волну, обладающую большой энергией, мала и она тем меньше, чем больше энергия этой волны. Это понижает суммарную энергию излучения в полости при заданной температуре.

### Контрольные вопросы

1. Перечислите основные приближения, использованные Планком, при выводе формулы теплового излучения абсолютно черного тела, которые совпадают с приближениями, использованными в классической теории Рэлея – Джинса.

2. В чем проявляется основное отличие подхода Планка к разрешению проблемы теплового излучения от подхода Рэлея и Джинса? Какие приближения, использованные Планком, отличаются от соответствующих положений теории Рэлея – Джинса?

3. Почему Планк отказался от представления Рэлея и Джинса о равном распределении энергии по степеням свободы для теплового излу-

чения? Как по Планку меняется вероятность обнаружить осциллятор с тем или иным значением энергии?

4. В чем заключается квантовая гипотеза Планка? Какова была необходимость ее применения?

### 3.14. Энергия, приходящаяся на одну электромагнитную волну

Сначала определим энергию излучения в полости, окружающей черное тело. Величину энергии стоячих волн в полости, в отличие от Рэлея и Джинса, найдем, используя распределение Больцмана. Величина энергии всех стоячих волн, существующих в полости вокруг излучающего абсолютно черного тела:

$$E_{sum} = \sum_n N_n E_n ,$$

где  $N_n$  – число стоячих волн с энергией  $E_n$ . Средняя энергия, приходящаяся на одну стоячую волну, равна

$$\langle E_n \rangle = \frac{E_{sum}}{N} = \frac{\sum_n N_n E_n}{N} = \sum_n \frac{N_n}{N} E_n ,$$

где  $N$  – полное число стоячих волн.

$$\langle E_n \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} P_n E_n ,$$

где  $P_n$  – вероятность обнаружить в полости стоячую волну с энергией  $E_n$ . Эта вероятность определяется распределением Больцмана формулой (34).

Если энергия излучается телом исключительно порциями – квантами, а величина каждого кванта энергии электромагнитного излучения  $E_i = \hbar\omega$ , то энергия произвольной стоячей волны номер  $n$ , существующей в полости вокруг излучающего тела, равна

$$E_n = n\hbar\omega ,$$

где  $n$  – целое число. Подставляя в формулу для энергии электромагнитного излучения выражения для энергии волны номер  $n$  и для вероятности обнаружить такую волну в полости, окружающей излучающее тело, получим

$$\langle E \rangle = \sum_{m=0}^{\infty} P_n E_n = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \left( n \hbar \omega e^{-\frac{n \hbar \omega}{kT}} \right)}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\frac{n \hbar \omega}{kT}}}.$$

Введём обозначение  $x = \frac{\hbar \omega}{kT}$ . Выражение для средней энергии одной стоячей волны теперь можно переписать как:

$$\langle E \rangle = \hbar \omega \frac{\sum_{n=0}^{\infty} (n e^{-nx})}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx}}. \quad (35)$$

Полученное выражение (35) для средней энергии одной стоячей волны в полости можно преобразовать следующим образом. Предположим, что параметр  $x$  принимает непрерывный ряд значений, а не дискретный, как это происходит на самом деле. Такое предположение оправдано тем, что величина постоянной Планка, входящая в выражение для параметра  $x$ , очень мала. Вычислим производную по  $x$  от вспомогательного выражения.

$$\frac{d}{dx} \left( \hbar \omega \ln \sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx} \right) = -\hbar \omega \frac{1}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx}} \frac{d}{dx} \left( \sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx} \right) = -\hbar \omega \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n e^{-nx}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx}}.$$

Сравнивая полученное выражение с формулой для энергии стоячей волны в полости (35), легко заметить, что эти выражения равны с точностью до знака. Это позволяет нам записать выражение для средней энергии одной стоячей волны в полости в следующем виде:

$$\langle E \rangle = \hbar \omega \frac{\sum_{n=0}^{\infty} (n e^{-nx})}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx}} = -\frac{d}{dx} \left( \hbar \omega \ln \sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx} \right). \quad (36)$$

Сумма под знаком логарифма в (36) представляет собой геометрическую прогрессию со знаменателем  $q = e^{-x}$ .

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx} = 1 + e^{-x} + e^{-2x} + e^{-3x} + \dots + e^{-nx} + \dots$$

Знаменатель этой прогрессии  $q = e^{-x} < 1$ , следовательно, прогрессия убывает. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии  $S$  при  $|q| < 1$  определяется по формуле

$$S = \frac{b_1}{1-q},$$

где  $b_1$  – первый член прогрессии. Сумма данной бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx} = \frac{1}{1-e^{-x}}.$$

Теперь формулу (35) можно переписать как:

$$\langle E \rangle = \hbar\omega \frac{\sum_{n=0}^{\infty} (ne^{-nx})}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx}} = -\frac{d}{dx} \left( \hbar\omega \ln \sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx} \right) = -\frac{d}{dx} \left( \hbar\omega \ln \frac{1}{1-e^{-x}} \right). \quad (37)$$

Вычисляем производную:

$$\frac{d}{dx} \left( \ln \frac{1}{1-e^{-x}} \right) = (1-e^{-x}) \frac{1}{(1-e^{-x})^2} (-1)e^{-x} = -\frac{e^{-x}}{1-e^{-x}}.$$

Подставим полученный результат в (37) и получим формулу для средней энергии стоячей волны в полости:

$$\langle E \rangle = \hbar\omega \frac{e^{-x}}{e^{-x} - 1}.$$

Разделив числитель и знаменатель на  $e^{-x}$ , получим:

$$\langle E \rangle = \frac{\hbar\omega}{e^x - 1}.$$

Подставим выражение для параметра  $x$  и получим

$$\langle E \rangle = \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}. \quad (38)$$

Интересно отметить, что полученный результат в классическом пределе, т.е. при  $\hbar \rightarrow 0$ , переходит в классический закон равного распределения энергии по степеням свободы. При  $\hbar \rightarrow 0$

$$e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} \approx 1 + \frac{\hbar\omega}{kT}, \quad \langle E \rangle \approx \frac{\hbar\omega}{1 + \frac{\hbar\omega}{kT} - 1} = kT.$$

Это означает, что в случаях, когда величина  $kT$  много больше кванта энергии  $\hbar\omega$ , вполне корректно можно применять закон равного распределения энергии по степеням свободы, поэтому в теории Рэля и Джинса для длинных волн были получены вполне удовлетворительные результаты.

### Контрольные вопросы

1. Выведите формулу, определяющую энергию всех стоячих волн, существующих в полости с излучающим телом.
2. Получите формулу (38) для средней энергии излучения, приходящейся на одну стоячую волну.
3. При каких условиях среднюю энергию стоячей волны можно вычислять по классическому закону равного распределения энергии по степеням свободы, а когда следует применять функцию распределения Максвелла – Больцмана?

### 3.15. Формула Планка. Спектральная плотность энергии излучения и излучательная способность черного тела

Как было показано ранее, полное число стоячих волн в полости объема  $V$ , окружающей абсолютно чёрное тело, имеющих частоты в интервале от  $\omega$  до  $\omega + d\omega$ , определяется формулой (28):

$$dN_\omega = \frac{V}{2\pi c^3} \omega^2 d\omega.$$

Полное число степеней свободы электромагнитного излучения с частотами в интервале от  $\omega$  до  $\omega + d\omega$  в полости объема  $V$ , окружающей абсолютно чёрное тело в два раза больше, так как каждая стоячая волна

содержит колебания напряженности как электрического, так и магнитного поля:

$$dN'_\omega = \frac{V}{\pi c^3} \omega^2 d\omega.$$

Энергия электромагнитного излучения с частотами в интервале от  $\omega$  до  $\omega + d\omega$  в полости объема  $V$ , окружающей абсолютно чёрное тело,  $W_\omega = \langle E \rangle dN'_\omega$ . Средняя энергия, приходящаяся на одну степень свободы  $\langle E \rangle$ , вычисляется по формуле (38). Таким образом, энергия излучения в полости объема  $V$  равна

$$W_\omega = \frac{\hbar \omega}{e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1} \frac{V}{\pi c^3} \omega^2 d\omega.$$

Плотность энергии электромагнитного излучения с частотами в интервале от  $\omega$  до  $\omega + d\omega$  в полости, окружающей абсолютно чёрное тело

$$\frac{W_\omega}{V} = \frac{\hbar \omega}{e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1} \frac{\omega^2}{\pi c^3} d\omega.$$

Плотность энергии электромагнитного излучения с частотами в интервале от  $\omega$  до  $\omega + d\omega$  в полости, окружающей абсолютно чёрное тело, которая также называется спектральной плотностью энергии излучения, равна

$$w_\omega = \frac{\hbar \omega^3}{\pi^2 c^3} \frac{1}{e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1}. \quad (39)$$

Теперь определим излучательную способность черного тела в теории Планка. Излучательная способность, или энергия, испускаемая в виде электромагнитного излучения с частотами в малом интервале от  $\omega$  до  $\omega + d\omega$  согласно соотношению (24):

$$r(\omega, T) = \frac{w_\omega c}{4} = \frac{\hbar \omega^3}{4\pi^2 c^2} \frac{1}{e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1}. \quad (40)$$

Зависимость излучательной способности черного тела от частоты излучения, вычисленная по формуле (40), полностью согласуется с экс-

периментальной как в области низких, так и в области высоких частот излучения.

Интегральная энергетическая светимость чёрного тела – это энергия, испускаемая нагретым телом в виде электромагнитного излучения с любыми частотами:

$$R(T) = \int_0^{\infty} r(\omega, T) d\omega.$$

Подставим в этот интеграл формулу Планка (40) для излучательной способности и получим

$$R(T) = \int_0^{\infty} r(\omega, T) d\omega = \int_0^{\infty} \frac{\hbar \omega^3}{4\pi^2 c^2} \frac{1}{e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1} d\omega. \quad (41)$$

Воспользуемся ранее введенными обозначениями

$$x = \frac{\hbar \omega}{kT}, \quad \omega = \frac{kTx}{\hbar}, \quad d\omega = \frac{kT}{\hbar} dx.$$

Подставляя их в (41), получим:

$$\begin{aligned} R(T) &= \int_0^{\infty} \frac{\hbar}{4\pi^2 c^2} \left(\frac{kTx}{\hbar}\right)^3 \frac{1}{e^x - 1} \frac{kT}{\hbar} dx = \frac{\hbar}{4\pi^2 c^2} \left(\frac{kT}{\hbar}\right)^4 \int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \\ &= \left( \frac{k^4}{4\pi^2 c^2 \hbar^3} \int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx \right) T^4 = \sigma T^4. \end{aligned}$$

Выражение в скобках в последней формуле является константой. Мы видим, что полученное выражение совпадает с подтвержденным экспериментально законом Стефана – Больцмана для абсолютно черного тела. При этом

$$\sigma = \frac{k^4}{4\pi^2 c^2 \hbar^3} \int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = 5,6696 \cdot 10^{-8} \text{ (Вт/(м}^2\text{К}^4)).$$

Величина константы Стефана – Больцмана известна из эксперимента. Зная эту величину, Планк вычислил постоянную  $\hbar$ .

Объяснить закономерности теплового излучения можно лишь с использованием следующих предположений: 1) электромагнитные волны испускаются порциями – квантами, причём энергия одного кванта равна  $E = h\nu$ ; 2) при подсчёте плотности энергии излучения следует отказаться

от закона равного распределения энергии по степеням свободы в пользу применения распределения Больцмана. Остальные исходные предположения теории равновесного теплового излучения, такие как модель абсолютно чёрного тела, модель равновесного теплового излучения, одинаковы как в классической теории Рэлея и Джинса, так и в квантовой теории излучения Планка. Важнейшим открытием Планка является доказательство того, что процесс излучения электромагнитных волн происходит дискретными порциями – квантами. Без квантовой гипотезы невозможно правильно объяснить экспериментально наблюдаемые закономерности теплового излучения нагретых тел. Согласно результатам Планка, дискретно, т.е. только на определенную величину может изменяться не только электрический заряд, как это показало открытие электрона, но и энергия электромагнитного излучения.

Открытие Планка положило начало концепции корпускулярно-волнового дуализма света, согласно которой свет и другие виды электромагнитного излучения обладают не только волновыми, но и корпускулярными свойствами. Для окончательного оформления представлений о свете, как об объекте, обладающем не только волновыми, но и корпускулярными свойствами потребовались новые экспериментальные и теоретические исследования, проделанные выдающимися физиками начала XX в. Их результаты будут рассмотрены в следующем разделе нашего пособия.

### **Контрольные вопросы**

1. Получить формулу (39) для спектральной плотности энергии излучения, окружающего черное тело с учетом функции распределения Максвелла – Больцмана.
2. Получить формулу (40) для излучательной способности черного тела.
3. Получить формулу Планка, для интегрально энергетической светимости черного тела. Показать, что она согласуется с законом Стефана – Больцмана.
4. Почему теорию теплового излучения Планка называют квантовой теорией?

## 4. КОНЦЕПЦИЯ КОРПУСКУЛЯРНО-ВОЛНОВОГО ДУАЛИЗМА СВЕТА

### 4.1. Фотоэлектрический эффект. Экспериментальные исследования



**Фото 4.1.** Александр Григорьевич Столетов (1839–1896)

В 1887 г. выдающийся немецкий физик Генрих Рудольф Герц (1857–1894) открыл предсказанные Дж. К. Максвеллом электромагнитные волны. Для своих экспериментов Герц использовал разрядники, представляющие собой металлические шары, на которые подавалось высокое напряжение. Между шарами возникал электрический разряд. Одновременно между второй парой таких же шаров, находящихся на некотором расстоянии от разрядника также возникал электрический разряд, хотя на них никакое электрическое напряжение не подавалось.

Этот эксперимент доказывал существование электромагнитных волн, распространяющихся от первого разрядника ко второму. В ходе своих экспериментов Герц сделал еще одно важное открытие. Он обнаружил, что если один из цинковых шаров облучать ультрафиолетовым излучением, исходящим из ртутной лампы с кварцевым стеклом, разряд в воздухе заметно усиливается. Это явление позже получило название внешнего фотоэффекта. Однако правильного объяснения наблюдаемому явлению Герц дать не смог, в том числе из-за несовершенства применяемой им экспериментальной техники.

Работы по наблюдению и исследованию фотоэффекта продолжил другой немецкий физик Вильгельм Гальвакс. Он установил, что в результате облучения ультрафиолетовым светом металлическая пластинка заряжается положительно. Итальянец Аугусто Риги сконструировал фотоэлемент, т.е. устройство, преобразующее свет в электрический ток. Ток возникает между двумя металлическими пластинками, если одну из них облучить ультрафиолетом. Он также установил, что такой фотоэлектриче-

ский эффект наблюдается, если облучать не только металлическую пластинку, но и диэлектрическую.

В 1888–1889 гг. тщательное и разностороннее исследование фотоэлектрического эффекта предпринял русский физик Александр Григорьевич Столетов [1, 2]. Он установил важные закономерности возникновения и протекания фотоэлектрического эффекта. Столетов исследовал влияние излучения ртутной лампы на прохождение тока через плоский воздушный конденсатор [1, 9]. Он использовал пластины из цинка диаметром около 22 см, причем одна из пластин была сплошной, а вторая сделана из проволоочной сетки. Пластины располагались вертикально и сплошную пластину освещали светом ртутной лампы в колбе из кварцевого стекла, пропускающего ультрафиолетовое излучение. Длина волны ультрафиолетовых лучей, испускаемых ртутной лампой, составляет примерно 295 нм. Для измерения тока использовался чувствительный гальванометр. Наблюдения проводились как для больших, так и для малых напряжений, вплоть до 0,01 В. В ходе экспериментов можно было изменять полярность подаваемого на конденсатор напряжения. Схема опыта Столетова представлена на рис. 4.1.

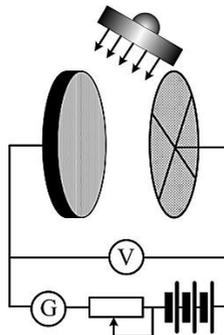


Рис. 4.1. Схема опыта Столетова

В результате экспериментов А. Г. Столетов установил важные закономерности внешнего фотоэлектрического эффекта. Кратко результаты, полученные Столетовым, можно сформулировать так.

1. На цинковые пластины действует только ультрафиолетовое излучение. Ультрафиолетовое излучение действует похожим образом на различные металлы и неметаллические тела.

2. Прохождение тока наблюдается только при облучении «отрицательной» пластины. Если пластина не подключена к источнику тока, под действием излучения она заряжается положительно. Действие лучей строго униполярное, положительный заряд лучами не уносится.

3. Сила установившегося тока в конденсаторе пропорциональна световому потоку, то есть энергии излучения.

4. Нет никакой задержки между началом освещения пластины и возникновением тока (безинерционность фотоэффекта).

5. Сопротивление фотоэлемента не подчиняется закону Ома, но в условиях насыщения имеет определенную величину.

Столетов в своих работах отмечал некоторое сходство процессов, происходящих при наблюдении фотоэлектрического эффекта с теми явлениями, которые возникали в газоразрядных трубках при низком давлении, в так называемых трубках Гейслера и Крукса. Напомним, что в результате исследования так называемых катодных лучей Дж. Дж. Томсом в 1895 г. был открыт электрон. Как стало понятно позднее, именно электроны и создают электрический ток, возникающий при внешнем фотоэффекте.

Примерно через десять лет после исследований Столетова немец Филипп фон Ленард и англичанин Джозеф Джон Томсон продолжили экспериментальное исследование внешнего фотоэлектрического эффекта. Исследования Томсона и Ленарда полностью подтвердили результаты Столетова, особенно важными из которых были выводы о том, что ток насыщения пропорционален световому потоку, т.е. энергии излучения, падающей на единицу поверхности в единицу времени, а также вывод о практической безинерционности фотоэлектрического эффекта. Фототок возникает практически мгновенно вслед за освещением отрицательной металлической пластины. Опираясь на более совершенную экспериментальную технику и Томсон, и Ленард доказали, что из пластины при ее облучении вылетают электроны.

Было также установлено, что если поместить между катодом и анодом фотоэлемента еще один электрод в виде сетки, то подавая на него напряжение, можно остановить фототок. Была определена величина такого задерживающего напряжения. Зная величину задерживающего напря-

жения  $U_3$ , удалось определить кинетическую энергию и скорость электронов, вылетающих из отрицательно заряженной пластины, для этого достаточно применить закон сохранения энергии:

$$\frac{mv^2}{2} = eU_3.$$

Было также установлено, что величина  $U_3$  не зависит от светового потока и для данного материала определяется только частотой излучения:

$$U_3 = k\nu - U_0, \quad (42)$$

где  $U_0$  – постоянная величина для данного материала пластины. Отсюда следует, что существует так называемая «красная граница» фотоэффекта, т.е. минимальная частота излучения, при которой еще возможен фотоэффект.

Итак, сформулируем экспериментально обнаруженные и многократно подтвержденные законы внешнего фотоэлектрического эффекта.

Сила тока, возникающего при внешнем фотоэлектрическом эффекте, пропорциональна световому потоку, следовательно, количество фотоэлектронов, вырываемых светом с поверхности металла в единицу времени, прямо пропорционально поглощаемой за это время энергии световой волны.

Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов линейно возрастает с частотой света и не зависит от его интенсивности. Фототок возникает сразу же после начала облучения.

Зависимость силы фототока от приложенной разности потенциалов не является линейной и не подчиняется закону Ома. Примерный вид вольт-амперной характеристики фотоэлемента представлен на рис. 4.2.

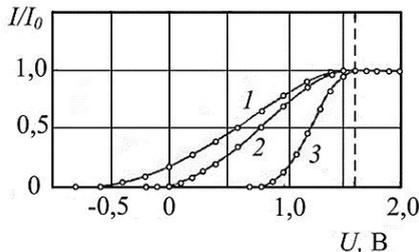


Рис. 4.2. Фотоэффект на цинке [9]

На этом рисунке из книги [9] представлены зависимости фототока от напряжения, полученные П. И. Лукирским и С. С. Прилежаевым при наблюдении фотоэффекта на цинковой пластине, где  $I$  – сила фототока;  $I_0$  – сила фототока насыщения;  $U$  – напряжение между катодом и анодом. Кривая 1 получена при освещении цинковой пластины излучением с длиной волны 230,2 нм, кривая 2 – при освещении излучением с длиной волны 253,7 нм, а кривая 3 – при освещении волнами с длиной 313,0 нм.

### Контрольные вопросы

1. В чем состоит внешний фотоэлектрический эффект?
2. Какова конструкция и принцип действия простейшего фотоэлемента?
3. При облучении каких веществ возможно наблюдение внешнего фотоэффекта?
4. При облучении какой из пластин фотоэлемента (катода или анода) наблюдается прохождение электрического тока?
5. Какого знака заряд может появиться на облучаемой пластине, если она не подключена к источнику напряжения?
6. Применим ли закон Ома для описания процесса протекания тока в фотоэлементе? Что такое ток насыщения?
7. От чего зависит сила тока в фотоэлементе в режиме насыщения? Наблюдается ли зависимость силы тока от частоты излучения? от интенсивности излучения? от материала облучаемой пластины?
8. Какое время должно пройти от начала освещения пластины до возникновения тока в фотоэлементе?
9. Что такое задерживающее напряжение?
10. От чего зависит величина задерживающего напряжения? Наблюдается ли зависимость величины задерживающего напряжения от частоты излучения, от интенсивности излучения, от материала облучаемой пластины?
11. Что такое «красная граница» фотоэффекта?
12. Как определить красную границу фотоэффекта, если имеется график зависимости кинетической энергии фотоэлектронов от частоты падающего излучения?

## 4.2. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта

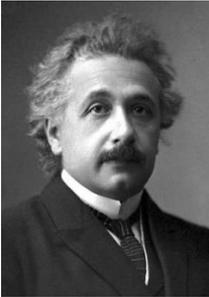
На первый взгляд объяснение внешнего фотоэлектрического эффекта является частным вопросом взаимодействия электромагнитного излучения с веществом, однако попытки дать простое качественное объяснение этого явления с точки зрения классической волновой оптики оказались неудачными. Можно предложить следующую классическую модель фотоэффекта: электромагнитная волна падает на поверхность твердого тела и своим полем воздействует на движение электронов, содержащихся в этом теле; под воздействием поля электромагнитной волны электроны совершают колебания, амплитуда этих колебаний растет и, в конце концов, электроны приобретают кинетическую энергию, достаточную, чтобы покинуть твердое тело; это приводит к возникновению фототока. Но такая модель не выдерживает сравнения с экспериментальными данными.

Согласно предлагаемой классической модели фотоэффекта кинетическая энергия электронов определяется энергией колебаний электромагнитной волны, т.е. ее амплитудой или световым потоком. Чем больше энергия электромагнитной волны, тем больше должна быть кинетическая энергия электронов, а следовательно, и их скорость. Это должно приводить к росту задерживающего напряжения при увеличении освещенности пластины. Величина задерживающего напряжения должна быть пропорциональна световому потоку, так как световой поток пропорционален энергии излучения. Согласно экспериментальным данным, увеличение энергии световой волны не влияет на величину задерживающего напряжения. Эксперимент показывает, что увеличение интенсивности излучения ведет к росту тока насыщения, т.е. к увеличению числа вылетевших с поверхности электронов, но не их энергии. При этом число вылетевших электронов прямо пропорционально интенсивности излучения. Эксперимент показывает, что энергия фотоэлектронов зависит только от частоты излучения и эта зависимость линейная, чем выше частота, тем больше энергия фотоэлектронов.

Если бы предлагаемая классическая модель фотоэффекта была верной, то фотоэффект имел бы резонансный характер. Известно, что при совпадении частоты внешней вынуждающей силы, в роли которой в данном случае выступает электромагнитное поле волны, с частотой соб-

ственных колебаний системы (т.е. электрона) происходит резкое возрастание амплитуды колебаний и очень интенсивная передача энергии от волны к электрону. Подобная картина наблюдается, например, в случае аномальной дисперсии электромагнитного излучения в веществе. В таком случае сила фототока становилась бы аномально большой при некоторых частотах электромагнитного излучения. Опыт показывает, что никаких резонансных явлений при внешнем фотоэффекте не наблюдается.

Еще одним фактом, не укладывающемся в классическую картину фотоэффекта, является то, что фототок возникает сразу же после начала облучения и после установления режима насыщения его сила не зависит от времени воздействия излучения на пластину. Чем дольше электромагнитная волна «раскачивает» электрон, тем больше его скорость и энергия. В 1914 г. Майер и Герлах оценили минимальное время, необходимое для «раскачки» электрона. Оно оказалось порядка нескольких минут.



**Фото 4.2.** Альберт Эйнштейн (1879–1955)

Устранить все описанные выше противоречия классической модели фотоэффекта удалось А. Эйнштейну [1,2]. Однако для этого ему фактически пришлось отказаться от применения волновой теории света, столь хорошо зарекомендовавшей себя при объяснении, в том числе и количественном многих оптических явлений. Опубликованная в 1905 г. работа Эйнштейна по объяснению фотоэффекта послужила одним из оснований для присуждения ему Нобелевской премии по физике.

Для объяснения законов фотоэффекта Эйнштейн воспользовался квантовой гипотезой Планка и дополнил ее очень важными соображениями. Согласно Планку свет излучается и поглощается порциями – квантами, энергия которых  $E = h\nu$ , где  $\nu$  – частота излучения;  $h$  – постоянная Планка. Эйнштейн предположил, что свет не только излучается и поглощается квантами, но и распространение света можно рассматривать как движение частиц со скоростью, равной скорости света, и с энергией, равной  $h\nu$ . Такое представление о природе света позволило объяснить качественно и количественно все наблюдаемые закономерности внешнего фотоэффекта.

Эйнштейн предложил следующую модель фотоэффекта. Кванты света с энергией  $h\nu$  (позже они были названы фотонами) поглощаются электронами вещества, получая при этом энергию фотонов. В результате увеличивается кинетическая энергия электронов, и она может оказаться достаточной для выхода за пределы твердого тела. Поглощение одного фотона приводит к вылету одного электрона, следовательно, число электронов проводимости, а следовательно, и сила тока в фотоэлементе прямо пропорциональна числу поглощенных фотонов. В свою очередь, так как каждый из фотонов переносит одинаковую порцию энергии, энергия поглощенного излучения также пропорциональна числу поглощенных фотонов. Это позволяет объяснить первый из законов фотоэффекта, утверждающий, что сила фототока насыщения прямо пропорциональна световому потоку, или энергии излучения, поглощаемой единицей площади поверхности в единицу времени.

В такой модели максимальная кинетическая энергия вылетевших электронов зависит от энергии поглощаемых фотонов, которая в свою очередь пропорциональна частоте излучения и не зависит от светового потока, т.е. от числа поглощаемых фотонов. Рост интенсивности приведет только к увеличению числа фотоэлектронов, но не увеличению энергии каждого из них. Модель фотоэффекта, предложенная Эйнштейном, объясняет и полную безынерционность этого процесса. Фототок начинается сразу после поглощения первого же фотона с необходимой энергией и не требует «раскачки» электронов до необходимой энергии.

Эйнштейн записал закон сохранения энергии для процесса поглощения электроном кванта электромагнитного излучения:

$$h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{m\nu^2}{2}. \quad (43)$$

Здесь  $A_{\text{вых}}$  – работа выхода электрона из вещества, т.е. работа, которую должен совершить электрон, чтобы покинуть твердое тело. Ее величина определяется природой твердого тела и для каждого вещества работа выхода различна. Более того, для одного и того же вещества величина работы выхода может иметь разные значения, если, например, речь идет о различных гранях анизотропного кристалла. Второе слагаемое в правой части уравнения (43) – кинетическая энергия вылетевшего электрона,

$m$  – масса электрона,  $v$  – его скорость. Это уравнение и получило название уравнения Эйнштейна для фотоэффекта.

Как уже отмечалось выше, сила фототока пропорциональна числу поглощенных квантов света, т.е. энергии излучения, а кинетическую энергию можно определить так:

$$E_k = h\nu - A_{\text{вых}},$$

что фактически совпадает с экспериментально установленной зависимостью (42). Энергия вылетающих электронов прямо пропорциональна частоте излучения.

Уравнение Эйнштейна позволяет объяснить и наличие так называемой «красной границы» фотоэффекта, или минимальной частоты излучения, при которой еще возможен фотоэффект. Из уравнения (43) следует, что

$$\nu = \frac{A_{\text{вых}}}{h} - \frac{mv^2}{2h}.$$

Отсюда минимальная частота излучения, при которой еще возможен фотоэффект из данного вещества, может быть определена из условия равенства нулю кинетической энергии вылетевшего электрона, которое эквивалентно предположению о том, что вся энергия поглощенного фотона равна работе выхода:

$$\nu_k = \frac{A_{\text{вых}}}{h}. \quad (44)$$

Уравнение Эйнштейна объясняет все наблюдаемые свойства внешнего фотоэлектрического эффекта, однако сделанные при его выводе предположения встретили непонимание большого числа физиков того времени. Для признания справедливости выводов Эйнштейна большинством физиков потребовалось достаточно длительное время и серьезные экспериментальные исследования. Одним из противников Эйнштейна был известный американский физик экспериментатор Р. Э. Милликен. В течение почти десяти лет он проводил тщательные исследования, призванные опровергнуть теорию Эйнштейна и найти объяснение фотоэффекту с классических позиций. Однако в результате Милликен блестяще и с высокой точностью подтвердил правоту Эйнштейна, о чем он сам и написал в работе 1915 г.

Работы по исследованию фотоэффекта позволили физикам вплотную подойти к формулировке концепции корпускулярно-волнового дуа-

лизма света, согласно которой свет одновременно является и электромагнитной волной, и потоком частиц, обладающих энергией  $E = h\nu$  и перемещающихся со скоростью света.

### Контрольные вопросы

1. Каким может быть механизм внешнего фотоэффекта с точки зрения классической волновой теории света?
2. К каким противоречиям с экспериментом приводит применение классической волновой модели фотоэффекта?
3. Какие предположения сделаны Эйнштейном для объяснения наблюдаемых свойств внешнего фотоэффекта?
4. В чем состоит физическая модель фотоэффекта согласно теории Эйнштейна?
5. Запишите уравнение Эйнштейна для фотоэффекта. На применении какого фундаментального закона физики оно основано?
6. Что такое работа выхода электрона?
7. Как уравнение Эйнштейна объясняет существование задерживающего напряжения при фотоэффекте?
8. Как уравнение Эйнштейна объясняет существование «красной границы» фотоэффекта?
9. Как уравнение Эйнштейна объясняет зависимость тока насыщения при фотоэффекте только от величины светового потока (от интенсивности излучения)?
10. Как уравнение Эйнштейна объясняет безынерционность фотоэффекта?
11. Предложите способ определения постоянной Планка из экспериментов по внешнему фотоэффекту.
12. Два образца из одного из того же металла облучают ультрафиолетом: первый – излучением с частотой  $\nu_0$ , второй –  $2\nu_0$ ,  $\nu_0 = 2,0 \cdot 10^{15}$  Гц. Максимальная скорость фотоэлектронов во втором случае в 1,5 раза выше, чем в первом. Определите работу выхода электронов.
13. В опыте по наблюдению внешнего фотоэффекта пластину из металла с работой выхода 2,1 эВ сначала освещали светом с длиной волны 350 нм. При этом сила фототока насыщения составила 5 мкА.

Затем длину волны излучения увеличили в  $n$  раз и одновременно его интенсивность увеличили в 2 раза. Какой стала сила фототока? Решить задачу для 1)  $n = 1,5$ ; 2)  $n = 2$ .

### 4.3. Фотоны

Как мы убедились, рассматривая процессы теплового излучения и внешнего фотоэффекта, объяснить все наблюдаемые свойства света невозможно, не рассматривая его корпускулярные свойства. Считается, что свет можно рассматривать как поток частиц или квантов электромагнитного излучения, которым в 1926 г. английским химиком Г. Льюисом было дано название – фотоны, которое было принято научным сообществом. Какими свойствами должны обладать такие частицы?

Энергия фотона, или энергия кванта света  $E = h\nu$ , что следует из квантовой гипотезы Планка и уравнения Эйнштейна для фотоэффекта. Формулу для энергии фотона можно переписать, используя понятия циклической частоты  $\omega$  или длины волны излучения  $\lambda$ :

$$E = h\nu = \hbar\omega = \frac{hc}{\lambda}, \quad (45)$$

где  $h = 6,626122 \cdot 10^{-34}$  Дж·с – постоянная Планка;  $\nu$  – частота излучения;

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,054580 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}.$$

Фотоны существуют в вакууме, двигаясь со скоростью света. Считается, что они не обладают массой покоя  $m_0$ . В то же время движущемуся фотону можно поставить в соответствие массу, исходя из формулы Эйнштейна, связывающей массу частицы с ее энергией,  $E = mc^2$ . Отсюда масса фотона:

$$m = \frac{E}{c^2}. \quad (46)$$

Частица с массой  $m$ , движущаяся со скоростью  $c$ , должна обладать импульсом, величина которого  $p = mc$ . Отсюда с учетом формулы (45) величина импульса фотона равна

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h}{\lambda}. \quad (47)$$

Правильность этой формулы была подтверждена при объяснении эффекта светового давления, эффекта Комптона и других явлений.

### Контрольные вопросы

1. Видимый свет является электромагнитным излучением с длиной волны в диапазоне примерно от  $\lambda_1 = 380$  нм до  $\lambda_2 = 700$  нм. Каковы предельные значения энергии, импульса и массы фотонов видимого света?

2. Лазер работает в импульсном режиме на длине волны 663 нм. Длительность вспышки лазера составляет 1 мкс. Сколько фотонов испускает лазер в течение одной вспышки, если средняя мощность вспышки равна 300 Вт?

3. Эксперименты показали, что человеческий глаз может воспринимать свет с длиной волны 500 нм, если мощность излучения не меньше, чем  $2 \cdot 10^{-17}$  Вт. Какое минимальное число фотонов должно попадать в глаз человека за одну секунду?

4. Рентгеновская трубка излучает 1015 фотонов в секунду с длиной волны, равной 0,3 нм. Она работает при напряжении 33 кВ. При этом потребляемый трубкой ток равен 2 мА. Какую часть потребляемой энергии составляет энергия излученных трубкой фотонов?

### 4.4. Давление света

Одним из явлений, которое можно объяснить, используя представление об электромагнитном излучении, как о потоке частиц, является давление электромагнитных волн, или световое давление. В то же время следует заметить, что эффект светового давления вполне корректно можно объяснить рассматривая свет как электромагнитную волну. Возможно, в этом и проявляется дуалистичная природа света, который является и волной, и потоком частиц одновременно. Мы рассмотрим оба способа объяснения этого явления.

Предположение о том, что свет может оказывать давление на поверхность тел, высказывал еще в 1619 г. великий немецкий астроном и математик Иоганн Кеплер (1571–1630). С помощью такого предположения он объяснял тот факт, что часто хвосты комет направлены в сторону от Солнца. Попытки измерить световое давление делались неоднократно,

но величина этого давления очень мала, и ее измерение требовало проведения очень тонких экспериментов. В 1873 г. Э. Крукс утверждал, что он измерил давление света с помощью прибора, который назвали радиометром Крукса. Подобное устройство называют еще «вертушкой Лебедева» в честь русского физика Петра Николаевича Лебедева [2, 3]. Дело в том, что эксперимент Крукса оказался неудачным, а настоящее измерение давления света выполнил именно Лебедев несколько лет спустя. После публикации Крукса строгое научное обоснование эффекта светового давления было сделано Дж. К. Максвеллом. Максвелл рассчитал давление, которое должна оказывать световая волна, отражаемая поверхностью металла, и это давление оказалось на несколько порядков меньше, чем получил Крукс.



**Фото 4.3.** Петр Николаевич Лебедев (1866–1912)

В опытах Крукса использовалось устройство в виде коромысла, на концах которого находились два лепестка из легкой фольги. Одна сторона каждого из лепестков была зеркальной, а другая была зачернена. Коромысло было соединено с упругой нитью. По углу закручивания нити можно определить момент сил, приложенных к коромыслу. Коромысло облучают светом. Свет отражается от зеркальных поверхностей лепестков и поглощается зачерненными поверхностями. В результате из-за разности давлений, оказываемых отраженным и поглощенным светом, возникает момент сил, действующий на коромысло, величина которого и определяется по углу закручивания нити. Так как сила светового давления очень мала, устройство помещают в герметичную стеклянную колбу, из которой откачан воздух. Если давление воздуха недостаточно мало, то вращение коромысла может быть вызвано взаимодействием нагревающихся под

действием света поверхностей лепестков с молекулами газа. Скорее всего, именно этот эффект и наблюдал Крукс. Интересно отметить, что в этом случае направление вращения коромысла противоположно тому, которое должно возникать в результате давления света. В 1899 г. П. Н. Лебедев существенно усовершенствовал методику эксперимента и практически исключил влияние теплового взаимодействия лепестков с молекулами газа в колбе. Величина измеренного Лебедевым давления света находилась в хорошем согласии с расчетами Максвелла. В 1907 г. Лебедев экспериментально доказал воздействие светового давления на газы, что стало подтверждением предположения Кеплера о влиянии светового давления на форму кометных хвостов.

С точки зрения волновой теории света давление световой волны можно объяснить так. Пусть электромагнитная волна падает на поверхность твердого тела перпендикулярно этой поверхности и, пройдя некоторое небольшое расстояние внутри твердого тела, полностью поглощается. Электромагнитное поле волны, а точнее его электрическая составляющая, воздействует на электроны, которые под действием этого переменного электрического поля совершают гармонические колебания. При этом магнитная составляющая поля волны также действует на электроны, которые пришли в движение. Направление магнитной силы перпендикулярно направлению скорости электрона, векторы скорости электрона, индукции магнитного поля и магнитной силы образуют правую тройку векторов (рис. 4.3,а). На рис. 4.3,а волна распространяется вдоль оси  $OX$ , плоскость  $YZ$  является поверхностью твердого тела. При определении направления магнитной силы следует также помнить, что электрон имеет отрицательный электрический заряд. При изменении направления вектора напряженности электрического поля в процессе колебаний изменяется и направление его скорости (рис. 4.3,б). Однако это не приводит к изменению направления магнитной силы, потому что одновременно в процессе колебаний электромагнитного поля волны изменяется и направление вектора магнитной индукции. Сила, действующая на электрон, всегда направлена вглубь твердого тела. Движение электронов можно также рассматривать как электрический ток и определять направление силы, действующей на этот ток. Разумеется, результат останется тем же.

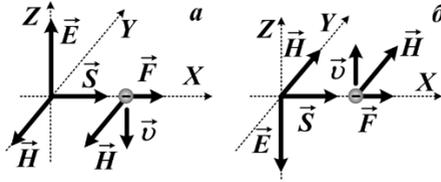


Рис. 4.3. Направление силы, действующей на электрон со стороны электромагнитного поля волны

Электромагнитная волна поглощается твердым телом, следовательно, ее энергия расходуется на совершение работы силы, действующей на электроны. Обозначим суммарную силу, действующую со стороны поля электромагнитной волны на электроны твердого тела, буквой  $F$ , а величину поглощенной энергии волны обозначим  $W$ . Пусть волна поглощается при прохождении расстояния  $x$  от поверхности тела. Работа силы  $F$ ,  $A = Fx = Fct$ , где  $c$  – скорость света;  $t$  – промежуток времени, за который волна поглощается. Энергия поглощенной волны  $W = w\Delta V$ . Здесь  $w$  – плотность энергии электромагнитной волны;  $\Delta V$  – элемент объема (рис. 4.4). На рисунке буквой  $\Sigma$  обозначена площадь основания параллелепипеда;  $\vec{S}$  – вектор Умова–Пойнтинга электромагнитной волны.

Поглощенная энергия волны равна работе силы  $F$ , следовательно,

$$Fct = W = w\Delta V. \quad (48)$$

Как видно из рис. 4.4,  $\Delta V = \Sigma ct$ . Поэтому величина силы, действующей со стороны волны на площадку  $\Sigma$ , равна

$$F = \frac{w\Delta V}{ct} = \frac{W}{ct}.$$

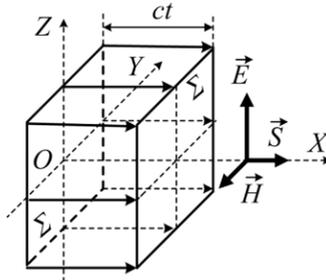


Рис.4.4. Объем, в котором поглощается электромагнитная волна

Давление, оказываемое поглощаемой электромагнитной волной на поверхность, равно

$$P = \frac{F}{\Sigma} = \frac{W}{\Sigma ct} = \frac{|\vec{S}|}{c}. \quad (49)$$

При получении формулы (49) мы учли, что модуль вектора Умова–Пойнтинга равен энергии, переносимой электромагнитной волной через единицу поверхности в единицу времени,  $|\vec{S}| = \frac{W}{\Sigma t}$ .

Согласно второму закону Ньютона сила  $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ , где  $d\vec{p}$  – изменение импульса за время  $dt$ . Подставим в формулу (48) выражение для модуля силы, действующей на поверхность, и после элементарных алгебраических преобразований получим

$$\Delta p = \frac{W}{c}. \quad (50)$$

Таким образом, величина импульса, переносимого электромагнитной волной, равна энергии этой волны, деленной на скорость ее распространения. Обратим ваше внимание на то, что формула (50) очень похожа на формулу (47) для импульса фотона.

Рассмотрим теперь процесс отражения электромагнитной волны от зеркальной поверхности. На рис. 4.5 показано направление импульса падающей волны  $p_1$ , направление импульса отраженной волны  $p_2$  и направление импульса, полученного поверхностью  $\Delta p_o$ . По абсолютной величине  $p_1 = p_2 = p$ . Согласно закону сохранения импульса имеем

$$\Delta p_o = 2\Delta p = 2 \frac{\Delta W}{c}. \quad (51)$$

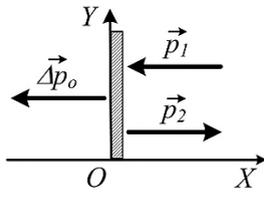


Рис. 4.5. Направления импульсов при отражении волны от поверхности

Таким образом, импульс, передаваемый поверхности при отражении волны, в два раза больше импульса, передаваемого поверхности при поглощении волны, следовательно, и сила, действующая на зеркальную поверхность, будет вдвое больше силы, действующей на зачерненную поверхность. Световое давление на зеркальную поверхность также будет в два раза больше давления света на зачерненную поверхность.

Теперь рассмотрим явление светового давления с точки зрения корпускулярной теории света. Будем считать, что на поверхность тела падает поток фотонов. Фотоны переносят импульс, следовательно, при взаимодействии с поверхностью тела возникает давление на эту поверхность. Если поверхность зеркальная, все фотоны отражаются, если поверхность зачернена, то все фотоны поглощаются.

Давление равно величине силы, действующей на тело, делённой на площадь тела

$$P = \frac{F}{\Sigma} = \frac{1}{\Sigma} \left| \frac{d\vec{p}}{dt} \right|,$$

где  $d\vec{p}$  – изменение импульса поверхности, происходящее в результате поглощения или отражения фотонов.

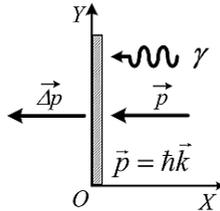


Рис. 4.6. Изменение импульса поверхности при поглощении одного фотона

Рассмотрим случай полного поглощения света (рис. 4.6). Найдём импульс, передаваемый поверхности тела поглощаемым фотоном. Согласно закону сохранения импульса при поглощении одного фотона поверхности передается импульс, величина которого равна

$$\Delta p_1 = \hbar k = \frac{E_1}{c},$$

где  $k$  – модуль волнового вектора фотона;  $E_1$  – энергия одного фотона. При поглощении поверхностью  $n$  фотонов поверхность получает импульс, равный

$$\Delta p_n = N\hbar k = \frac{NE_1}{c}.$$

Пусть  $W = NE_1$  энергия, передаваемая поверхности тела  $N$  поглощаемыми фотонами, тогда давление излучения равно

$$P = \frac{1}{\Sigma} \left| \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \right| = \frac{W}{\Sigma c \Delta t} = \frac{S}{c}. \quad (52)$$

Здесь  $S$  – модуль вектора Умова–Пойнтинга или энергия, передаваемая единице площади поверхности тела излучением в единицу времени. Полученная формула для давления света совпадает с формулой (49), полученной исходя из рассмотрения волновых свойств света.

В случае отражения фотонов от поверхности импульс, получаемый поверхностью, в два раза больше, чем в предыдущем случае. Изменение импульса поверхности в этом случае иллюстрирует рис.4.7. Теперь импульс, получаемый поверхностью, при отражении  $N$  фотонов равен

$$\Delta p_n = 2n\hbar k = \frac{2nE_1}{c} = \frac{2W}{c}.$$

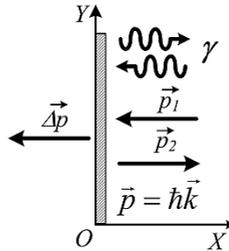


Рис. 4.7. Изменение импульса поверхности при отражении одного фотона

Давление электромагнитного излучения в случае отражения света равно

$$P = 2 \frac{1}{\Sigma} \left| \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \right| = \frac{2W}{\Sigma c \Delta t} = \frac{2S}{c}. \quad (53)$$

Теперь рассмотрим случай произвольной поверхности, которая часть фотонов отражает, а другую часть – поглощает. Пусть на поверхность падают  $N$  фотонов, из них  $N_1$  поглощаются, а  $N_2$  – отражаются.  $N_1 = N - N_2$ . Тогда импульс, передаваемый поверхности тела при попадании на нее  $N$  фотонов

$$\Delta p_N = N_1 \hbar k + N_2 \hbar k = (N - N_2 + 2N_2) \hbar k = \left( \frac{N}{N} + \frac{N_2}{N} \right) N \hbar k = \left( 1 + \frac{N_2}{N} \right) N \hbar k$$

Обозначим отношение числа отразившихся фотонов к общему числу фотонов буквой  $\rho$ :

$$\rho = \frac{N_2}{N}.$$

Коэффициент  $\rho$  назовём коэффициентом отражения излучения. Теперь формулу для изменения импульса поверхности можно записать так:

$$\Delta p = (1 + \rho) N \hbar k = (1 + \rho) \frac{N \hbar \omega}{c}.$$

Энергия одного фотона  $E_1 = \hbar \omega$ , поэтому

$$\Delta p = (1 + \rho) \frac{N E_1}{c} = (1 + \rho) \frac{W}{c}.$$

Здесь  $W$  – энергия поглощенного поверхностью излучения.

Давление излучения равно

$$P = \frac{1}{\Sigma} \left| \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \right| = (1 + \rho) \frac{W}{\Sigma c \Delta t}.$$

Энергия, передаваемая единице площади поверхности тела излучением в единицу времени равна, модулю вектора Умова–Пойнтинга

$$S = \left| \vec{S} \right| = \frac{W}{\Sigma \Delta t},$$

поэтому давление света в общем случае имеет следующий вид:

$$P = (1 + \rho) \frac{W}{\Sigma c \Delta t} = (1 + \rho) \frac{S}{c}. \quad (54)$$

Величина светового давления обычно невелика, однако при использовании лазеров в качестве источников излучения можно добиться того, что малые частицы массой около  $10^{-13}$  кг под действием света могут приобрести ускорение примерно в  $10^4$  раз больше, чем ускорение свободного падения. Это позволяет использовать давление света для разделения изотопов.

Предположение Кеплера о том, что давление света определяет направление кометных хвостов, также оказалось верным. Известны случаи, когда под воздействием давления солнечного излучения изменялись

орбиты спутников и межпланетных космических аппаратов. В последнее время были реализованы проекты первых «космических парусников», т.е. искусственных спутников Земли, ускоряемых излучением Солнца при помощи «светового паруса». Существуют и совсем фантастические проекты, как, например, идея послать к ближайшей к Солнцу звезде, Альфе Центавра, целую флотилию малых космических аппаратов, ускоряемых светом Солнца. Предполагается, что, постепенно разогнавшись до скорости около  $0,6-0,8 c$  ( $c$  – скорость света), они смогут достичь окрестностей Альфы Центавра примерно за 12–15 лет.

Итак, свет, как и любое электромагнитное излучение, падая на какую-либо поверхность, оказывает на нее давление. Величина этого давления определяется формулой (54). Явление светового давления может быть объяснено как с волновых, так и с корпускулярных позиций. Формула, по которой это давление можно рассчитать, также может быть выведена как из волновых, так и из корпускулярных характеристик света.

### Контрольные вопросы

1. На какие наблюдения опирался И. Кеплер, выдвигая гипотезу о давлении света?
2. В чем состояла основная идея экспериментального определения величины светового давления? В чем состоят экспериментальные трудности определения величины светового давления?
3. В чем состоит физический механизм воздействия света на вещество с точки зрения волновой теории?
4. Какие превращения энергии световой волны происходят при поглощении этой волны веществом, согласно волновой модели светового давления?
5. В чем состоит физическая модель, применяемая для объяснения эффекта светового давления с точки зрения корпускулярной теории света?
6. Какие фундаментальные законы механики используются для определения величины светового давления в корпускулярном подходе?
7. Как определить импульс, передаваемый одним фотоном поверхности в случае поглощения фотона и в случае его отражения?

8. Как связаны энергия, переносимая электромагнитной волной через единицу площади в единицу времени (модуль вектора Умова–Пойнтинга), с энергией отдельного фотона?

9. Что такое коэффициент поглощения? Каков его физический смысл?

10. Считается, что суммарная мощность излучения Солнца, падающего на 1 квадратный метр поверхности вблизи Земли, составляет 1,367 кВт. Оцените максимальную силу светового давления на поверхность солнечных батарей искусственного спутника Земли, площадь которых составляет  $10 \text{ м}^2$ , а коэффициент отражения 0,1.

11. Какой должна быть мощность направленного излучения лазера, чтобы оно могло удерживать от падения на землю малую зеркальную частицу, массой 1 мг. Считать, что опыт производится в вакууме. Как изменится результат, если опыт проводить при нормальном атмосферном давлении. Считать, что плотность материала частицы  $2500 \text{ кг/м}^3$ , плотность воздуха  $1,3 \text{ кг/м}^3$ .

#### 4.5. Рентгеновское излучение. Коротковолновая граница спектра тормозного рентгеновского излучения



**Фото 4.4.** Вильгельм  
Конрад Рентген  
(1866–1912)

Еще одним свойством электромагнитного излучения, которое невозможно объяснить, не прибегая к представлению об излучении, как о потоке частиц, является существование так называемой коротковолновой границы спектра тормозного рентгеновского излучения. Работая с трубкой Крукса и источником высокого напряжения В. К. Рентген [1, 2, 3] в 1895 г. обнаружил новый вид электромагнитного излучения, которое он назвал X-лучами. Исследование свойств этого вида излучения, выполненное Рентгеном, показало, что X-лучи это высокочастотное электромагнитное излучение. Считается, что длины волн рентгеновского излучения соответствуют интервалу от 0,001 до 10 нм. Указанные числовые значения длин волн являются условными границами, определяющими лишь

порядок величины. Волны с длиной более 10 нм принято считать ультрафиолетовым излучением, а волны с длиной менее 0,001 нм – гамма-лучами.

Рентгеновское излучение возникает, когда поток электронов, ускоренных напряжением в несколько десятков киловольт или более, попадает в анод разрядной трубки (рис. 4.8). Электроны, вылетающие из нагреваемого катода  $K$ , ускоряются высоким напряжением. Затем поток электронов фокусируется специальными электродами  $\Phi$ , и электроны попадают на анод  $A$ . Сталкиваясь с веществом анода, электроны движутся с очень большим по модулю ускорением в результате чего они излучают высокочастотные электромагнитные волны. Увеличивая ускоряющее напряжение можно уменьшать длину волны излучения. С уменьшением длины волны увеличивается проникающая способность рентгеновских лучей. Проникающая способность рентгеновских лучей сильно зависит от химического состава вещества, которое подвергается облучению. Проникающая способность быстро убывает с ростом атомного номера элементов, из которых состоит данное вещество. Так, человеческие кости содержат кальций, а мягкие ткани организма преимущественно состоят из воды (до 70 %), а также из углерода, азота и кислорода. В рентгеновском диапазоне поглощательная способность костей значительно выше, чем у мягких тканей. Этот факт используется при рентгенографических исследованиях в медицинских целях.

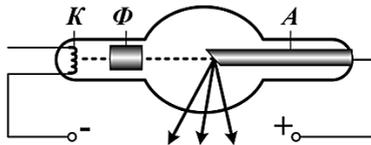


Рис. 4.8. Устройство рентгеновской разрядной трубки

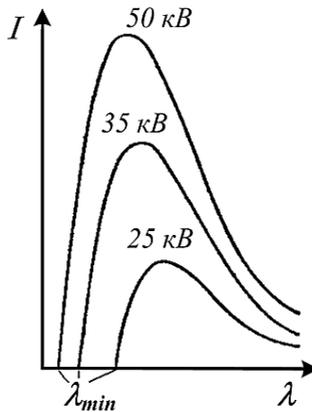
Длина волны рентгеновского излучения сопоставима с расстояниями между атомами в кристаллах. В результате при облучении кристаллов рентгеновским излучением возникает дифракционная картина, похожая на ту, которая возникает при дифракции видимого света. Анализ этой дифракционной картины позволяет восстановить расположение атомов в кристалле. В настоящее время рентгеновская дифрактометрия является основным методом исследования не только кристаллов, но и структуры сложных молекул. Так, методами рентгеновской дифрактометрии удалось изучить структуру ДНК и других важных биологических объектов.

Излучение рентгеновской трубки можно разделить на два вида – тормозное и характеристическое. Тормозное рентгеновское излучение имеет непрерывный спектр, как и тепловое излучение нагретых тел. Спектр тормозного излучения не зависит от материала катода трубки. Напротив, спектральный состав характеристического рентгеновского излучения целиком определяется материалом катода трубки. Набор спектральных линий, излучаемых каждым атомом, строго индивидуален. Спектральный состав небольшой части характеристического излучения может изменяться в результате образования химической связи атомов в соединении. Эти свойства характеристического рентгеновского излучения, как и свойства характеристического оптического и ультрафиолетового излучения, удалось понять, изучая свойства и строение атомов. Объяснить их возможно только на основании квантово-механического описания движения частиц в атоме. На практике исследование спектров характеристического рентгеновского излучения широко применяется для анализа химического состава веществ, а также для изучения характера химической связи в них.

Мы рассмотрим спектры тормозного рентгеновского излучения. Форма спектра тормозного рентгеновского излучения зависит от величины напряжения, ускоряющего электроны в трубке. Для тормозного излучения наблюдается наименьшая длина волны  $\lambda_{min}$ . Волны с длинами  $\lambda < \lambda_{min}$  не излучаются. Величина наименьшей длины волны (или наибольшей частоты) зависит от величины ускоряющего напряжения. На рис. 4.9 показана зависимость интенсивности излучения от длины волны для различных ускоряющих напряжений рентгеновской трубки [9,10].

Существование коротковолновой границы тормозного рентгеновского излучения легко объяснить, исходя из квантовой природы излучения. Величина энергии, излучаемой электроном при торможении, не может превысить величины энергии, полученной электроном при ускорении. Максимальная энергия рентгеновского фотона не может превышать работу электрического поля, затраченную на разгон электрона. Энергия фотона  $E_{max} = hv_{max}$ , где  $v_{max}$  – наибольшая частота фотона. Работа электрического поля  $A = eU$ ,  $e$  – заряд электрона;  $U$  – ускоряющее напряжение. Следовательно,  $hv_{max} = eU$ , откуда наибольшая частота тормозного рентгеновского излучения

$$v_{max} = \frac{eU}{h}. \quad (55)$$



**Рис. 4.9.** Спектр тормозного рентгеновского излучения при различных ускоряющих напряжениях

Учитывая, что частота связана с длиной волны соотношением  $\nu = c/\lambda$ , получим формулу для наименьшей длины волны спектра тормозного рентгеновского излучения:

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU}. \quad (56)$$

Величина, рассчитанная по формуле (56), хорошо согласуется с полученным эмпирическим путем соотношением

$$\lambda_{\min} = \frac{12390}{U} \cdot 10^{-10} (\text{м}),$$

где напряжение  $U$  выражено в вольтах. Таким образом существование коротковолновой границы тормозного рентгеновского излучения также является подтверждением того факта, что электромагнитное излучение можно рассматривать как поток частиц – фотонов.

### Контрольные вопросы

1. Опишите устройство рентгеновской разрядной трубки.
2. Что служит причиной появления рентгеновского излучения в трубке Крукса?

3. Какую ускоряющую разность потенциалов должны пройти электроны, чтобы в разрядной трубке можно было наблюдать рентгеновское излучение?

4. Опишите движение электрона в рентгеновской разрядной трубке.

5. В результате какого процесса в рентгеновской трубке происходит излучение высокочастотных электромагнитных волн?

6. Как влияет изменение ускоряющего напряжения на длину и свойства волны излучения?

7. Каковы границы интервала длин волн, которые соответствуют рентгеновскому излучению?

8. Какие виды рентгеновского излучения возникают в рентгеновской разрядной трубке? В чем их различие? Каковы особенности тормозного и характеристического излучения?

9. Как по имеющемуся графику зависимости интенсивности тормозного рентгеновского излучения от длины волны определить коротковолновую границу излучения? Дайте объяснение существованию коротковолновой границы спектра тормозного рентгеновского излучения.

10. Можно ли так изменить условия эксперимента, чтобы стало возможным наблюдение излучения с длинами волн, меньшими коротковолновой границы тормозного излучения?

11. Получите формулу для наименьшей длины волны коротковолновой границы  $\lambda_{min}$ .

12. Определите, какой будет скорость электрона в рентгеновской разрядной трубке, если он прошел ускоряющую разность потенциалов 10 кВ.

13. Скорость электрона перед торможением в рентгеновской разрядной трубке составляла  $30 \cdot 10^6$  м/с. Определить длину волны  $\lambda_{min}$  коротковолновой границы спектра тормозного излучения.

14. Скорость электрона перед торможением в рентгеновской разрядной трубке составляла  $29 \cdot 10^6$  м/с. Определить максимальную частоту рентгеновского излучения.

15. Определите максимальную частоту рентгеновского излучения, если электрон в рентгеновской разрядной трубке прошел ускоряющую разность потенциалов 10 кВ.

16. Определите величину постоянной Планка, если электрон в рентгеновской разрядной трубке прошел ускоряющую разность потенциалов

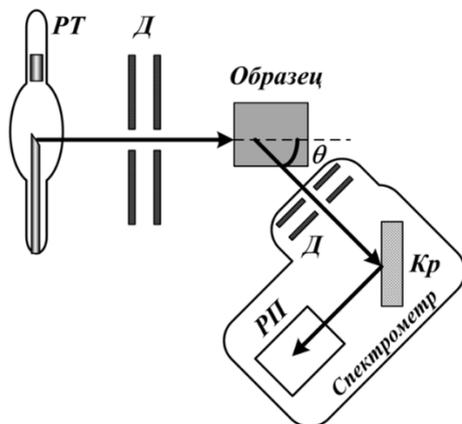
40 кВ, а длина волны  $\lambda_{min}$  коротковолновой границы спектра излучения составила 31 пм.

#### 4.6. Эффект Комптона. Рассеяние рентгеновских фотонов на электронах

Известно, что катод рентгеновской трубки помимо тормозного рентгеновского излучения, имеющего непрерывный спектр, может испускать и характеристическое рентгеновское излучение. Спектр характеристического излучения – линейчатый. Набор излучаемых спектральных линий определяется материалом катода. Природа характеристического излучения связана с процессами, происходящими в атомах вещества катода. В настоящее время хорошо известно, что под воздействием внешних факторов электронная оболочка атома может перейти в возбужденное состояние, а спустя некоторое время возвратиться в исходное основное состояние, испустив избыток энергии в виде фотонов. Набор энергетических уровней, которые могут занимать электроны в атомах, строго индивидуален для атома определенного химического элемента, поэтому атомы разных элементов могут испускать излучение со строго определенным набором длин волн. Эти наборы длин волн хорошо известны для каждого типа атомов и строго классифицированы. Одними из наиболее ярких являются спектральные линии, связанные с переходами электронов в состояние с наименьшей возможной энергией, называемое  $1s$  – состоянием. Эти состояния относятся к так называемой электронной  $K$ -оболочке атома. В рентгеновской спектроскопии такое излучение называется  $K\alpha$ -линией данного атома.

Американский физик А. Х. Комптон в 1922–1923 гг. исследовал взаимодействие характеристического рентгеновского излучения молибдена с различными веществами. Для своих исследований Комптон использовал  $K\alpha$ -излучение атома молибдена с длиной волны 0,071 нм [8,10]. В ходе экспериментов Комптон направлял пучок рентгеновского излучения на различные вещества и исследовал спектральный состав излучения, прошедшего через исследуемое вещество. Схема эксперимента Комптона приведена на рис. 4.10. Излучение от рентгеновской трубки  $PT$  проходит

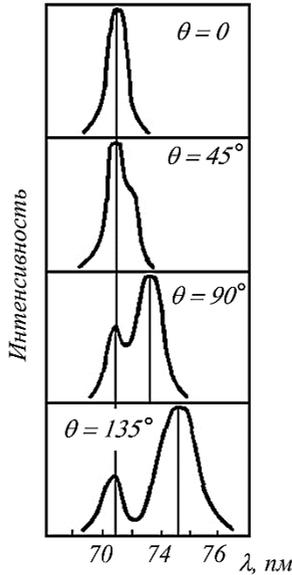
через диафрагму  $D$ , в результате чего формируется направленный пучок, который попадает на исследуемый образец. После взаимодействия с образцом излучение попадает в спектрометр, на кристалл-анализатор и в регистрирующий прибор  $РП$ .  $\theta$  – угол рассеяния излучения.



**Рис.4.10.** Схема опыта Комптона по наблюдению рассеяния рентгеновских лучей

Когда спектрометр, с помощью которого Комpton анализировал спектральный состав излучения, находился на одной линии с исходным пучком, наблюдалась та же  $K\alpha$ -линия молибдена, что и в исходном излучении. Когда же он стал изучать рассеянное излучение, т.е. излучение, изменившее направление распространения в результате взаимодействия с мишенью, то он обнаружил изменения в его спектральном составе. Если наблюдать спектр излучения после взаимодействия с мишенью под некоторым углом к оси исходного рентгеновского пучка, то появляется дополнительная спектральная линия, длина волны которой несколько больше, чем у исходного  $K\alpha$ -излучения молибдена. Интенсивность и длина волны этой линии, которую назвали длинноволновым спутником или линией – спутником, зависит только от угла наблюдения. Особенно интересным стало то, что разность длины волны и спутников, и основной линии одинаковы для различных веществ, использовавшихся в качестве мишени. Они не зависят от рода облучаемого вещества. Общим является и то, что с увеличением угла рассеяния относительная интенсивность спутника рас-

тет. Спектры рентгеновского  $K_{\alpha}$ -излучения молибдена в зависимости от угла рассеяния приведены на рис. 4.11 [8].



**Рис. 4.11.** Изменение длины волны  $K_{\alpha}$  – излучения молибдена при рассеянии

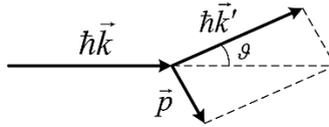
Экспериментально было установлено, что изменение длины волны при рассеянии рентгеновского излучения составляет

$$\Delta\lambda = \Lambda(1 - \cos \vartheta) = 2\Lambda \sin^2 \vartheta, \quad (57)$$

где  $\vartheta$  – угол рассеяния излучения,  $\Lambda = 2,4263 \cdot 10^{-12}$  м – постоянная величина.

Комптон предложил объяснение этого эффекта, воспользовавшись корпускулярной моделью излучения, т.е., рассматривая рентгеновские лучи как поток фотонов. Длина волны некоторых из рентгеновских фотонов изменяется в результате взаимодействия с веществом. По-видимому, фотоны испытывают столкновения с какими-то объектами внутри вещества. Если бы фотоны взаимодействовали с атомами вещества, то результат, т.е. длина волны длинноволнового сателлита зависела бы от рода вещества. Следовательно, фотоны взаимодействуют с одинаковыми объектами внутри любого вещества. Такими объектами могут

быть только электроны. Рассмотрим взаимодействие рентгеновских фотонов с электронами.



**Рис. 4.12.** Изменение импульсов частиц в процессе столкновения фотона с электроном

Энергия фотона непосредственно связана с длиной волны соответствующего рентгеновского излучения, поэтому изменение длины волны можно определить, найдя изменение энергии фотона, происходящее в результате его столкновения с электроном.

Рассмотрим столкновение рентгеновского фотона с электроном. На рис. 4.12  $\vec{\hbar k}$  – импульс фотона, налетающего на электрон;  $\vec{k}$  – волновой вектор налетающего фотона;  $\hbar$  – постоянная Планка. После столкновения электрон, который до столкновения покоился, приобретает импульс  $\vec{p}$ . Фотон, волновой вектор которого после столкновения равен  $\vec{k}'$ , а импульс –  $\vec{\hbar k}'$ , отклоняется от первоначального направления движения на угол  $\mathcal{G}$ . Угол  $\mathcal{G}$  называется углом рассеяния фотона. Будем также считать, что до столкновения энергия налетающего фотона равна  $\hbar\omega$ , а энергия покоящегося электрона  $E_0 = mc^2$ , где  $m$  – масса покоя электрона;  $c$  – скорость света в вакууме. После столкновения длина волны фотона изменяется, следовательно, изменится и его циклическая частота  $\omega$ . Она станет равна  $\omega'$ . Энергия фотона после столкновения равна  $\hbar\omega'$ . Энергию электрона после столкновения определим по известной из релятивистской механики формуле

$$E = c\sqrt{p^2 + m^2c^2},$$

где  $p$  – импульс электрона;  $m$  – масса покоя электрона;  $c$  – скорость света.

Запишем уравнения законов сохранения импульса и энергии для столкновения фотона с электроном и из полученной системы уравнений определим сначала циклическую частоту фотона после столкновения, а потом и длину волны. Это позволит нам определить изменение длины

волны рентгеновского фотона в результате рассеяния его на электроне и сравнить результат с данными эксперимента. Итак, согласно законам сохранения энергии и импульса имеем

$$\begin{cases} \hbar\omega + mc^2 = \hbar\omega' + c\sqrt{p^2 + m^2c^2}, \\ \hbar\vec{k} = \hbar\vec{k}' + \vec{p}. \end{cases} \quad (58)$$

Разделим первое уравнение системы (4.17) на  $c$ , и учтем, что

$$\frac{\omega}{c} = k, \quad \frac{\omega'}{c} = k'$$

В результате получим:

$$\hbar(k - k') + mc = \sqrt{p^2 + m^2c^2}$$

Возведем правую и левую части уравнения в квадрат и приведем подобные слагаемые:

$$\begin{aligned} \hbar^2(k - k')^2 + 2\hbar(k - k')mc + m^2c^2 &= p^2 + m^2c^2, \\ p^2 &= \hbar^2(k - k')^2 + 2\hbar mc(k - k'). \end{aligned} \quad (59)$$

Теперь выразим величину  $p^2$  из второго уравнения системы (58), учитывая, что импульс – величина векторная и для вычисления квадрата разности двух векторов следует применить теорему косинусов. Как видно из рис. 4.12,  $\theta$  – угол между направлениями импульса налетающего и рассеянного фотонов:

$$p^2 = \hbar^2(k^2 - 2kk' \cos \theta + k'^2). \quad (60)$$

Из уравнений (4.18) и (4.19) получаем:

$$\begin{aligned} \hbar^2k^2 - 2\hbar^2kk' \cos \theta + \hbar^2k'^2 &= \hbar^2k^2 - 2\hbar kk' + \hbar^2k'^2 + 2mc(k - k'), \\ \hbar kk'(1 - \cos \theta) &= mc(k - k'). \end{aligned}$$

Разделим правую и левую части последнего уравнения на  $mckk'$  и получим

$$\frac{\hbar}{mc} (1 - \cos \theta) = \frac{1}{k'} - \frac{1}{k}$$

Теперь вспомним, что волновое число  $k$  можно выразить через длину волны излучения, а постоянную Планка  $\hbar$  – через  $h$ :

$$\lambda = \frac{2\pi}{k}, \quad \lambda' = \frac{2\pi}{k'}, \quad h = 2\pi\hbar.$$

В результате получаем

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\vartheta). \quad (61)$$

Подстановка значений постоянной Планка, массы электрона и скорости света показывает, что

$$\frac{h}{mc} = \Lambda = 2,42631 \cdot 10^{-12} \text{ м.}$$

Таким образом, формула (61), полученная А. Комптоном, полностью объясняет результаты, наблюдаемые при рассеянии рентгеновских фотонов веществом. Этот результат служит еще одним убедительным доказательством того, что свет, ультрафиолетовое, рентгеновское излучение имеют дуалистическую природу, их нужно рассматривать одновременно и как электромагнитные волны, и как поток частиц – фотонов.

### Контрольные вопросы

1. Что такое характеристическое рентгеновское излучение? В чем его отличие от тормозного излучения?
2. Почему для исследования рассеяния рентгеновских лучей веществом использовалось характеристическое, а не тормозное излучение?
3. Как изменяется спектральный состав рентгеновского излучения в процессе рассеяния этого излучения веществом? От каких параметров эксперимента зависит изменение длины волны рентгеновского излучения в ходе рассеяния?
4. На основании каких наблюдений был сделан вывод о том, что причиной изменения спектрального состава рентгеновского излучения в ходе рассеяния этого излучения веществом является взаимодействие рентгеновских лучей с электронами?
5. Какую физическую модель предложил А. Комптон для описания рассеяния рентгеновских лучей?
6. Какие фундаментальные физические законы были использованы для описания рассеяния рентгеновских лучей?

7. Существует ли необходимость применения законов релятивистской механики для описания эффекта Комптона? Ответ обоснуйте.

8. Почему комптоновская длина волны электрона  $\lambda$  не зависит от рода вещества и является константой? От каких физических величин она зависит?

9. Возможна ли такая ситуация: вещество облучают рентгеновским излучением с длиной волны 50 пм. При рассеянии под углом  $90^\circ$  кроме излучения с исходной длиной волны наблюдается излучение с длиной волны а) 47,6 пм? б) 58,2 пм? в) 52,4 пм? Ответ обоснуйте.

10. На какую максимальную величину может измениться длина волны рентгеновского излучения в результате рассеяния на электронах вещества? Ответ дайте с точностью до 0,1 пм.

11. Возможно ли в принципе наблюдение эффекта Комптона для ультрафиолетового излучения? Для  $\gamma$ -излучения?

12. Вычислить максимальное изменение длины волны при комптоновском рассеянии фотонов на свободных электронах.

13. Вычислить относительное изменение длины волны при комптоновском рассеянии фотонов на свободных электронах, если угол рассеяния  $90$  градусов. Длина волны падающего фотона 24 пм.

14. Изменение длины волны рентгеновских лучей при рассеянии на свободных электронах составило 2,4 пм. Определить угол рассеяния рентгеновских лучей.

15. Изменение длины волны рентгеновских лучей при рассеянии на свободных электронах составило 2,4 пм. Вычислить энергию, переданную фотоном электрону, если длина волны падающего фотона равна 21,6 пм.

16. Длина волны падающего фотона 20 пм. При комптоновском рассеянии фотона на свободных электронах фотон отдает электрону 10 процентов энергии. Найти кинетическую энергию электрона отдачи.

17. Длина волны падающего фотона 20 пм. При комптоновском рассеянии фотона на свободных электронах фотон отдает электрону 10 процентов энергии. Найти импульс электрона отдачи.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрение процессов теплового излучения, фотоэффекта, светового давления, свойств рентгеновского излучения, эффекта Комптона убедительно доказывает, что видимый свет, инфракрасное, ультрафиолетовое и рентгеновское излучение можно рассматривать как поток отдельных частиц – фотонов. Без обращения к идее дискретности излучения невозможно объяснить целый ряд наблюдаемых физических явлений. В то же время явления интерференции, дифракции, поляризации излучения невозможно объяснить, не рассматривая волновую природу излучения. А, как известно, все эти волновые явления наблюдаются не только для видимого света, но и для всех других видов излучений. Таким образом, развитие физики вынудило ученых сформулировать концепцию корпускулярно-волнового дуализма.

Согласно этой идее, свет и другие виды излучения одновременно являются и электромагнитными волнами, и потоком отдельных корпускул – фотонов. В одних явлениях (интерференция, дифракция, поляризация) излучение проявляет свои волновые свойства, в других (законы теплового излучения, фотоэффект, эффект Комптона) – корпускулярные. Дуализм существует объективно, а не является только удобной теорией, сформулированной для красивого описания каких-то явлений. Для утверждения идей корпускулярно-волнового дуализма потребовалось достаточно длительное время и усилия многих ученых, в том числе и яростных критиков и противников этой концепции, однако другого способа объяснить всю совокупность наблюдаемых фактов никому предложить не удалось.

В 1927 г. Л. де Бройль показал, что идея дуализма применима и к описанию свойств микрочастиц, в частности, электронов, а К. Дэвиссон и Л. Джермер обнаружили у электронов волновые свойства. Это открытие позволило на основе идеи корпускулярно-волнового дуализма построить квантовую механику, описывающую поведение молекулярных, атомных и субатомных систем.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кудрявцев, П. С.* Курс истории физики [Текст]: учебное пособие для студентов педагогических институтов по физическим специальностям / П. С. Кудрявцев. – 2-е изд. перераб. и доп. – Москва: Просвещение, 1982. – 447 с.
2. *Храмов, Ю. А.* Физики: Биографический справочник [Текст]: Ю. А. Храмов; под ред. А. И. Ахиезера. – 2-е изд., испр. и дополн. – Москва: Наука, 1983. – 400 с.
3. *Левченко, С. И.* Краткий очерк истории химии [Текст]: учебное пособие для студентов химфака ЮФУ [Электронный ресурс] / С. И. Левченко // Краткий очерк истории химии. – URL: <http://www.physchem.chimfak.sfedu.ru/Source/History/Persones/index.html> (дата обращения 24.03.2021).
4. *Вайнберг, С.* Открытие субатомных частиц [Текст] / С. Вайнберг. – Москва: Мир, 1986. – 284 с.
5. *Колпачев, А. Б.* Волновая оптика. Конспект лекций. Часть 1 / [Текст]: учебное пособие / А. Б. Колпачев, О. В. Колпачева. – Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2013. – 87 с.
6. *Колпачев, А. Б.* Волновая оптика. Конспект лекций. Часть 2 / [Текст]: учебное пособие / А. Б. Колпачев, О. В. Колпачева. – Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2014. – 79 с.
7. *Колпачев, А. Б.* Волновая оптика. Дифракция и дисперсия света [Текст]: учебное пособие / А. Б. Колпачев, О. В. Колпачева. – Ростов-на-Дону; Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2018. – 91 с.
8. *Шпольский, Э. В.* Атомная физика, Т.1: Введение в атомную физику [Текст]: учебное пособие / Э. В. Шпольский. – 7-е изд., исправл. – Москва: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. – 552 с.
9. *Матвеев, А. Н.* Молекулярная физика [Текст]: учебное пособие для ВУЗов / А. Н. Матвеев. – Москва: Высшая школа, 1981. – 400 с.
10. *Калитеевский, И. Н.* Волновая оптика [Текст]: учебное пособие для ун-тов И. Н. Калитеевский. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Высшая школа, 1978. – 383 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
1. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ КЛАССИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ И НЕБХОДИМОСТЬ РАСШИРЕНИЯ КЛАССИЧЕСКИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ О ПРИРОДЕ СВЕТА .....	4
1.1. Непрерывность изменения физических величин .....	4
1.2. Классический детерминизм .....	7
1.3. Аналитический метод исследования .....	9
2. ОТКРЫТИЕ ЭЛЕКТРОНА .....	11
2.1. Эволюция представлений об электрическом заряде .....	11
2.2. Катодные лучи .....	12
2.3. Определение отношения заряда к массе для частиц катодных лучей .....	15
2.4. Открытие электрона .....	23
2.5. Определение величины заряда электрона .....	25
3. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ .....	33
3.1. Проблема излучения света. Виды излучения .....	33
3.2. Экспериментальные методы исследования интенсивности из- лучения .....	35
3.3. Основные величины, используемые для описания процессов теплового излучения .....	40
3.4. Закон Кирхгофа. Абсолютно черное тело .....	44
3.5. Модели абсолютно черного тела .....	49
3.6. Закон Стефана – Больцмана .....	51
3.7. Экспериментальная зависимость излучательной способности черного тела от длины волны. Закон смещения Вина .....	53
3.8. Постановка задачи о равновесном тепловом излучении .....	56
3.9. Связь между излучательной способностью тела и спектраль- ной плотностью энергии излучения в полости .....	61
3.10. Определение числа степеней свободы электромагнитного излучения в полости .....	64
3.11. Формула Рэлея – Джинса. «Ультрафиолетовая катастрофа» ..	76

*Содержание*

---

3.12. Квантовая гипотеза Планка .....	80
3.13. Формула Планка. Основные приближения .....	83
3.14. Энергия, приходящаяся на одну электромагнитную волну ....	86
3.15. Формула Планка. Спектральная плотность энергии излучения и излучательная способность черного тела .....	89
<b>4. КОНЦЕПЦИЯ КОРПУСКУЛЯРНО-ВОЛНОВОГО ДУАЛИЗМА СВЕТА .....</b>	<b>93</b>
4.1. Фотоэлектрический эффект. Экспериментальные исследования ..	93
4.2. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта .....	98
4.3. Фотоны .....	103
4.4. Давление света .....	104
4.5. Рентгеновское излучение. Коротковолновая граница спектра тормозного рентгеновского излучения .....	113
4.6. Эффект Комптона. Рассеяние рентгеновских фотонов на элек- тронах .....	118
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....</b>	<b>125</b>
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....</b>	<b>126</b>

*Учебное издание*

**КОЛПАЧЁВ Алексей Борисович**  
**КОЛПАЧЁВА Ольга Валериевна**

## **КВАНТОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ОПТИКЕ**

*Учебное пособие*

Редакторы: *Н. И. Селезнева, З. И. Надточий*  
Корректор *Л. В. Чиканенко*  
Компьютерная верстка *И. А. Ключко*

Подписано в печать 25.06.2021 г.  
Бумага офсетная. Формат 60×84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub> Печ. лист. 7,5.  
Уч. изд. л. 5,04. Тираж 30 экз. Заказ № 8065.

Издательство Южного федерального университета

Отпечатано в отделе полиграфической, корпоративной и сувенирной продукции  
Издательско-полиграфического комплекса ИПК КИБИ МЕДИА ЦЕНТРА ЮФУ  
344090, г. Ростов-на-Дону, пр. Стачки, 200/1. Тел. (863) 243-41-66.