

Задания для самостоятельной работы студентов

модуль 1

«Механическое движение»	3
Тема 1. Кинематика прямолинейного движения материальной точки.....	3
Тема 2. Криволинейное движение тела	10
Тема 3. Кинематика вращательного движения тела вокруг неподвижной оси	17
Тема 4. II закон Ньютона.....	23
Тема 5. Движение тел с учетом действия силы трения и сопротивления среды	32
Тема 6. Движение тел по наклонной плоскости	37
Тема 7. Движение тел по окружности.....	44
Тема 8. Импульс, закон сохранения импульса.....	49
Тема 9. Энергия. Закон сохранения энергии	55
Тема 10. Механическая работа и мощность	61

Таблица вариантов для модуля I

№ вар	Номера задач									
1	1.1	1.98	1.150	1.177	1.204	1.237	1.309	1.340	1.377	1.418
2	1.2	1.99	1.151	1.178	1.205	1.238	1.308	1.341	1.376	1.419
3	1.3	1.100	1.110	1.179	1.206	1.239	1.307	1.342	1.404	1.420
4	1.4	1.95	1.111	1.180	1.207	1.240	1.306	1.343	1.375	1.421
5	1.5	1.96	1.112	1.181	1.208	1.241	1.305	1.344	1.374	1.422
6	1.6	1.97	1.113	1.182	1.209	1.242	1.304	1.345	1.373	1.430
7	1.7	1.89	1.114	1.183	1.210	1.243	1.301	1.346	1.372	1.429
8	1.8	1.90	1.115	1.184	1.211	1.244	1.302	1.347	1.371	1.428
9	1.9	1.91	1.116	1.185	1.212	1.261	1.303	1.348	1.364	1.427
10	1.10	1.92	1.117	1.186	1.207	1.262	1.297	1.349	1.365	1.426
11	1.11	1.93	1.118	1.187	1.213	1.254	1.298	1.350	1.366	1.425
12	1.12	1.94	1.119	1.153	1.214	1.235	1.299	1.351	1.367	1.424
13	1.13	1.83	1.120	1.188	1.215	1.236	1.300	1.313	1.368	1.423
14	1.14	1.84	1.130	1.189	1.216	1.255	1.269	1.314	1.369	1.418
15	1.15	1.85	1.129	1.190	1.217	1.254	1.270	1.315	1.370	1.419
16	1.16	1.86	1.128	1.191	1.218	1.256	1.271	1.316	1.363	1.420
17	1.30	1.87	1.106	1.192	1.219	1.257	1.272	1.317	1.355	1.421
18	1.31	1.88	1.107	1.193	1.220	1.258	1.273	1.318	1.356	1.422
19	1.32	1.69	1.108	1.194	1.221	1.259	1.274	1.319	1.357	1.430
20	1.33	1.70	1.109	1.154	1.222	1.260	1.275	1.320	1.358	1.429
21	1.17	1.60	1.141	1.155	1.223	1.263	1.276	1.321	1.359	1.428
22	1.18	1.61	1.140	1.156	1.224	1.264	1.277	1.322	1.360	1.427
23	1.19	1.62	1.139	1.157	1.225	1.265	1.278	1.323	1.361	1.426
24	1.20	1.50	1.138	1.158	1.226	1.266	1.279	1.324	1.362	1.425
25	1.21	1.51	1.137	1.159	1.227	1.267	1.280	1.325	1.378	1.406
26	1.22	1.52	1.136	1.195	1.228	1.245	1.281	1.329	1.379	1.407
27	1.23	1.53	1.135	1.196	1.229	1.246	1.282	1.330	1.380	1.408
28	1.24	1.54	1.134	1.160	1.223	1.247	1.283	1.331	1.381	1.409
29	1.25	1.55	1.133	1.161	1.224	1.248	1.284	1.332	1.382	1.410
30	1.26	1.56	1.132	1.162	1.225	1.249	1.285	1.333	1.383	1.411
31	1.27	1.57	1.131	1.163	1.226	1.250	1.286	1.334	1.384	1.412
32	1.28	1.58	1.121	1.164	1.227	1.251	1.287	1.335	1.385	1.413
33	1.29	1.59	1.122	1.165	1.228	1.252	1.288	1.336	1.386	1.414
34	1.34	1.63	1.123	1.166	1.230	1.253	1.289	1.337	1.387	1.432
35	1.35	1.65	1.124	1.167	1.231	1.254	1.290	1.338	1.388	1.433
36	1.36	1.66	1.125	1.168	1.232	1.255	1.291	1.339	1.389	1.434
37	1.37	1.67	1.126	1.169	1.233	1.256	1.292	1.326	1.390	1.435
38	1.38	1.68	1.127	1.170	1.207	1.257	1.293	1.327	1.391	1.436
39	1.39	1.71	1.142	1.171	1.208	1.258	1.294	1.328	1.392	1.416
40	1.43	1.72	1.143	1.172	1.209	1.259	1.295	1.313	1.393	1.417
41	1.44	1.73	1.144	1.173	1.210	1.260	1.296	1.314	1.394	1.436
42	1.45	1.74	1.145	1.174	1.211	1.261	1.297	1.315	1.395	1.435
43	1.46	1.75	1.146	1.175	1.212	1.262	1.298	1.316	1.396	1.434
44	1.47	1.76	1.147	1.176	1.204	1.251	1.299	1.317	1.397	1.433
45	1.48	1.77	1.148	1.197	1.205	1.252	1.300	1.318	1.398	1.432
46	1.34	1.78	1.149	1.198	1.206	1.253	1.310	1.319	1.399	1.431
47	1.35	1.79	1.102	1.199	1.219	1.235	1.311	1.343	1.400	1.415
48	1.36	1.80	1.103	1.200	1.220	1.236	1.307	1.344	1.401	1.416
49	1.37	1.81	1.104	1.201	1.221	1.243	1.308	1.345	1.402	1.417
50	1.38	1.82	1.105	1.202	1.222	1.244	1.306	1.346	1.403	1.414

«Механическое движение»

Тема 1. Кинематика прямолинейного движения материальной точки

1.1. Движение материальной точки задано уравнением $x = At + Bt^2$, где $A = 4$ м/с, $B = -0,05$ м/с². Определить момент времени, в который скорость U точки равна нулю. Найти координату и ускорение в этот момент. Построить графики зависимости координаты, пути, скорости и ускорения этого движения от времени.

1.2. Написать кинематическое уравнение движения $x = f(t)$ точки для четырех случаев, представленных на рис. 1. На каждой позиции рисунка — *а*, *б*, *в*, *г* — изображена координатная ось Ox , указаны начальное положение x_0 и скорость v_0 материальной точки *A*, а также ее ускорение *a*.

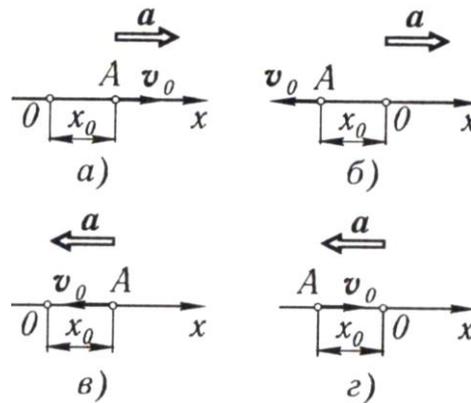


Рис. 1

1.3. Проектор O (рис. 2) установлен на расстоянии $l = 100$ м от стены AB и бросает светлое пятно на эту стену. Проектор вращается вокруг вертикальной оси, делая один оборот за время $T = 20$ с. Найти: 1) уравнение движения светлого пятна по стене в течение первой четверти оборота; 2) скорость U , с которой светлое пятно движется по стене, в момент времени $t = 2$ с. За начало отсчета принять момент, когда направление луча совпадает с OC .

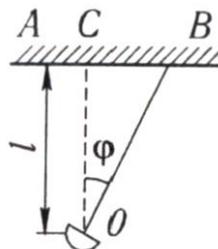


Рис. 2

1.4. Рядом с поездом на одной линии с передними буферами паровоза стоит человек. В тот момент, когда поезд начал двигаться с ускорением $a = 0,1 \text{ м/с}^2$, человек начал идти в том же направлении со скоростью $v = 1,5 \text{ м/с}$. Через какое время t поезд догонит человека? Определить скорость v_1 поезда в этот момент и путь, пройденный за это время человеком.

1.5. Из одного и того же места начали равноускорено двигаться в одном направлении две точки, причем вторая начала свое движение через 2 с после первой. Первая точка двигалась с начальной скоростью $v_1 = 1 \text{ м/с}$ и ускорением $a_1 = 2 \text{ м/с}^2$, вторая - с начальной скоростью $v_2 = 10 \text{ м/с}$ и ускорением $a_2 = 1 \text{ м/с}^2$. Через сколько времени и на каком расстоянии от исходного положения вторая точка догонит первую?

1.6. Движения двух материальных точек выражаются уравнениями: $x_1 = A_1 + B_1 t + C_1 t^2$, $x_2 = A_2 + B_2 t + C_2 t^2$, где $A_1 = 20 \text{ м}$, $A_2 = 2 \text{ м}$, $B_1 = B_2 = 2 \text{ м/с}$, $C_1 = -4 \text{ м/с}^2$, $C_2 = 0,5 \text{ м/с}^2$. В какой момент времени t скорости этих точек будут одинаковыми? Определить скорости v_1 и v_2 , ускорения a_1 и a_2 точек в этот момент.

1.7. Две материальные точки движутся согласно уравнениям: $x_1 = A_1 t + B_1 t^2 + C_1 t^3$, $x_2 = A_2 t + B_2 t^2 + C_2 t^3$, где $A_1 = 4 \text{ м}$, $B_1 = 8 \text{ м/с}^2$, $C_1 = -16 \text{ м/с}^3$, $A_2 = 2 \text{ м}$, $B_2 = -4 \text{ м/с}^2$, $C_2 = 1 \text{ м/с}^3$. В какой момент времени t ускорения этих точек будут одинаковы? Найти скорости v_1 и v_2 точек в этот момент.

1.8. С какой высоты H упало тело, если последний метр своего пути оно прошло за время $t = 0,1 \text{ с}$?

1.9. Камень падает с высоты $h = 1200 \text{ м}$. Какой путь s пройдет камень за последнюю секунду своего падения?

1.10. Камень брошен вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 = 20 \text{ м/с}$. По истечении какого времени камень будет находиться на высоте $h = 15 \text{ м}$? Найти скорость v камня на этой высоте. Сопротивлением воздуха пренебречь. Принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1.11. Вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 = 20 \text{ м/с}$ брошен камень. Через $\tau = 1 \text{ с}$ после этого брошен вертикально вверх другой камень с такой же скоростью. На какой высоте h встретятся камни?

1.12. Тело, брошенное вертикально вверх, находилось на одной и той же высоте $h = 8,6 \text{ м}$ два раза с интервалом $\Delta t = 3 \text{ с}$. Пренебрегая сопротивлением воздуха, вычислить начальную скорость брошенного тела.

1.13. С балкона бросили мячик вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 = 5$ м/с. Через $t = 2$ с мячик упал на землю. Определить высоту балкона над землей и скорость мячика в момент удара о землю.

1.14. Тело брошено с балкона вертикально вверх со скоростью $v_0 = 10$ м/с. Высота балкона над поверхностью земли $h = 12,5$ м. Написать уравнение движения и определить среднюю путевую скорость $\langle v \rangle$ с момента бросания до момента падения на землю.

1.15. Движение точки по прямой задано уравнением $x = At + Bt^2$, где $A = 2$ м/с, $B = -0,5$ м/с². Определить среднюю путевую скорость $\langle v \rangle$ движения точки в интервале времени от $t_1 = 1$ с до $t_2 = 3$ с.

1.16. Точка движется по прямой согласно уравнению $x = At + Bt^3$, где $A = 6$ м/с, $B = -0,125$ м/с³. Определить среднюю путевую скорость $\langle v \rangle$ точки в интервале времени от $t_1 = 2$ с до $t_2 = 6$ с.

1.17. Зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s = At - Bt^2 + Ct^3$, где $A = 2$ м/с, $B = 3$ м/с² и $C = 4$ м/с³. Найти: 1) зависимость скорости v и ускорения a от времени t , 2) расстояние, пройденное телом, скорость и ускорение тела через 2 с после начала движения. Построить график пути, скорости и ускорения для $0 \leq t \leq 3$ с через 0,5 с.

1.18. Зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s = A - Bt + Ct^2$, где $A = 6$ м, $B = 3$ м/с и $C = 2$ м/с². Найти среднюю скорость и среднее ускорение тела в интервале времени от 1 до 4 с. Построить график пути, скорости и ускорения для $0 \leq t \leq 5$ с через 1 с.

1.19. Зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s = A + Bt + Ct^2$, где $A = 3$ м, $B = 2$ м/с и $C = 1$ м/с². Найти среднюю скорость и среднее ускорение тела за первую, вторую и третью секунды его движения.

1.20. Зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $C = 0,14$ м/с² и $D = 0,01$ м/с³. 1) Через сколько времени после начала движения ускорение тела будет равно 1 м/с²? 2) Чему равно среднее ускорение тела за этот промежуток времени?

1.21. Кинематические уравнения движения двух материальных точек имеют вид $x_1 = A_1t + B_1t^2 + C_1t^3$ и $x_2 = A_2t + B_2t^2 + C_2t^3$, где $B_1 = 4$ м/с², $C_1 = -3$ м/с³, $B_2 = -2$ м/с², $C_2 = 1$ м/с³. Определить момент времени, для которого ускорения этих точек будут равны.

1.22. Кинематические уравнения движения двух материальных точек имеют вид $xx_2 = A_2t + B_2t^2 + C_2t^3$, и $x_2 = A_2 + B_2t + C_2t^2$, где $C_1 = -2$ м/с², $C_2 = 1$ м/с². Определить: 1) момент времени, для которого скорости этих точек будут равны; 2) ускорения a_1 и a_2 для этого момента.

1.23. Нормальное ускорение точки, движущейся по окружности радиусом $r = 4$ м, задается уравнением $a_n = A + Bt + Ct^2$ ($A = 1$ м/с², $B = 6$ м/с³, $C = 9$ м/с⁴). Определить: 1) тангенциальное ускорение точки; 2) путь, пройденный точкой за время $t_1 = 5$ с после начала движения; 3) полное ускорение для момента времени $t_2 = 1$ с.

1.24. Зависимость пройденного телом пути s от времени t выражается уравнением $s = At - Bt^2 + Ct^3$ ($A = 2$ м/с, $B = 3$ м/с², $C = 4$ м/с³). Записать выражения для скорости и ускорения. Определить для момента времени $t = 2$ с после начала движения: 1) пройденный путь; 2) скорость; 3) ускорение.

1.25. Зависимость пройденного телом пути по окружности радиусом $r = 3$ м задается уравнением $s = At^2 + Bt$ ($A = 0,4$ м/с², $B = 0,1$ м/с). Определить для момента времени $t = 1$ с после начала движения ускорения: 1) нормальное; 2) тангенциальное; 3) полное.

1.26. Точка движется в плоскости xy из положения с координатами $x = y = 0$ со скоростью $\vec{v} = a\vec{i} + bx\vec{j}$ (a, b — постоянные; i, j - орты осей x и y). Определить: 1) уравнение траектории точки $y(x)$; 2) форму траектории.

1.27. Радиус-вектор материальной точки изменяется со временем по закону $\vec{r} = t^3\vec{i} + 3t^2\vec{j}$, где i, j - орты осей x и y . Определить для момента времени $t = 1$ с: 1) модуль скорости; 2) модуль ускорения.

1.28. Радиус-вектор материальной точки изменяется со временем по закону $\vec{r} = 4t^2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$. Определить: 1) скорость \vec{v} ; 2) ускорение \vec{a} ; 3) модуль скорости в момент времени $t = 2$ с.

1.29. Движение материальной точки в плоскости xu описывается законом $x = At$, $y = At(1 + Bt)$, где A и B - положительные постоянные. Определить: 1) уравнение траектории материальной точки $y(x)$; 2) радиус-вектор \vec{r} точки в зависимости от времени; 3) скорость \vec{v} точки в зависимости от времени; 4) ускорение \vec{a} точки в зависимости от времени.

1.30. Точка движется вдоль оси x со скоростью, проекция которой v_x как функция времени описывается графиком на рис. 3. Имея в виду, что в момент $t = 0$ координата точки $x = 0$, начертить примерные графики зависимостей от времени ускорения a_x , координаты x и пройденного пути s .

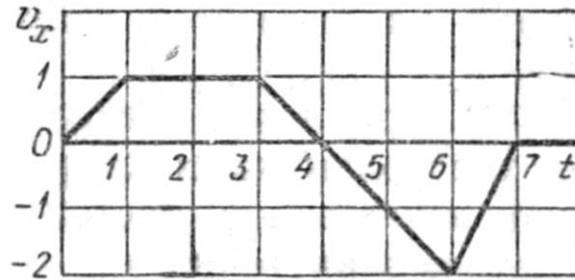


Рис. 3

1.31. Радиус-вектор точки A относительно начала координат меняется со временем t по закону $\vec{r} = \alpha t \vec{i} + \beta t^2 \vec{j}$, где α и β – постоянные, i и j — орты осей x и y . Найти: а) уравнение траектории точки $y(x)$; изобразить ее график; б) зависимости от времени скорости U , ускорения a и модулей этих величин; в) зависимость от времени угла φ между векторами a и U .

1.32. Точка движется в плоскости xu по закону $x = \alpha t$, $y = \alpha t(1 - \beta t)$, где α и β – положительные постоянные. Найти: а) уравнение траектории точки $y(x)$; изобразить ее график; б) скорость U и ускорение a точки в зависимости от t ; в) момент t_0 , когда угол между скоростью и ускорением равен $\pi/4$.

1.33. Частица движется в плоскости xu с постоянным ускорением a , направление которого противоположно положительному направлению оси y . Уравнение траектории частицы имеет вид $y = \alpha x - \beta x^2$, где α и β – положительные постоянные. Найти скорость частицы в начале координат.

1.34. Радиус-вектор точки \vec{r} изменяется: а) только по модулю, б) только по направлению. Что можно сказать о траектории?

1.35. Радиус-вектор частицы определяется выражением: $\vec{r} = 3t^2 \vec{e}_x + 4t^2 \vec{e}_y + 7\vec{e}_z$ (м). Вычислить: а) путь s , пройденный частицей за первые 10 с движения, б) модуль перемещения $|\Delta \vec{r}|$ за то же время, в) объяснить полученные результаты.

1.36. Радиус-вектор частицы изменяется со временем по закону: $\vec{r} = 3t^2 \vec{e}_x + 2t \vec{e}_y + 1\vec{e}_z$ (м). Найти: а) скорость \vec{v} и ускорение \vec{a} частицы, б) модуль скорости U в момент $t = 1$ с, в) приближенное значение пути s , пройденного частицей за 11-ю секунду движения.

1.37. Частица движется со скоростью $\vec{v} = 1\vec{e}_x + 2t\vec{e}_y + 3t^2\vec{e}_z$ (м/с). Найти: а) перемещение $\Delta \vec{r}$ частицы за первые 2 секунды ее движения, б) модуль скорости в момент $t = 2$ с.

1.38. Частица движется со скоростью $\vec{v} = at(2\vec{e}_x + 3\vec{e}_y + 4\vec{e}_z)$ ($a = 1 \text{ м/с}^2$). Найти: а) модуль скорости частицы в момент времени $t = 1 \text{ с}$, б) ускорение частицы \vec{a} и его модуль a , в) путь s , пройденный частицей с момента $t_1 = 2 \text{ с}$ до момента $t_2 = 3 \text{ с}$, г) какой характер имеет движение частицы?

1.39. Одновременно из одного и того же пункта выезжают две автомашины, которые движутся в одном направлении прямолинейно. Зависимость пройденного автомобилями пути от времени выражается уравнениями: $s_1 = at + bt^2$; $s_2 = ct + dt^2 + et^3$. Найти относительную скорость автомобилей.

1.40. За короткий промежуток времени лифт поднимается равномерно ускоренно. По заданному уравнению движения $s = 15t + 2t^2$ построить график зависимости мгновенной скорости от времени.

1.41. Зависимость пройденного телом пути от времени выражается уравнением $s = \frac{1}{4}t^4 - 9t^2$. Найти экстремальное значение скорости тела. Построить график зависимости скорости от времени за первые 5 сек движения.

1.42. Две автомашины движутся по двум прямолинейным и взаимно перпендикулярным дорогам по направлению к перекрестку с постоянными скоростями $v_1 = 50 \text{ км/ч}$ и $v_2 = 100 \text{ км/ч}$. Перед началом движения первая машина находилась на расстоянии $s_1 = 100 \text{ км}$ от перекрестка, вторая — на расстоянии $s_2 = 50 \text{ км}$. Через сколько времени после начала движения расстояние между машинами будет минимальным?

1.43. Частица движется с переменным ускорением. В любое мгновение ее перемещение равно $s = s_0 + At^2 + Bt^3$, где A и B — постоянные. Найти выражения для скорости и ускорения в любой момент времени.

1.44. Зависимость пути от времени для тела, движущегося прямолинейно, выражена уравнением $s = 4 + 40t - 4t^2$. Найти скорость в моменты времени 0 сек, 3 сек, 5 сек. Построить график скорости и ускорения от времени.

1.45. Между 1-й и 5-й секундами движения тела путь (в метрах) в зависимости от времени изменяется по закону $s = \frac{50}{t}$. Построить график пути, скорости и ускорения.

1.46. Самолет летит по компасу с севера на юг со скоростью 650 км/ч . Ветер дует под углом 47° к направлению север—юг со скоростью 20 км/ч и относит самолет в западном направлении. Определить скорость и курс самолета.

1.47. За какое время преодолеет самолет расстояние 390 км, если скорость его в воздухе 360 км/ч, а скорость попутно-бокового ветра, направленного под углом 60° к курсу, равна 20 м/сек?

1.48. Скорость течения реки по ее ширине меняется по закону

$v = -4x^2 + 4x + 0,5$, где $x = \frac{a}{b}$ (a — расстояние от берега, b — ширина реки).

На какое расстояние снесет лодку течением при переправе, если скорость ее относительно воды равна 2 м/сек и направлена прямо к противоположному берегу? Ширина реки 420 м.

Тема 2. Криволинейное движение тела

1.49. Движение материальной точки задано уравнением $\vec{r}(t) = \vec{i}(A + Bt^2) + \vec{j}Ct$, где $A = 10$ м, $B = -5$ м/с², $C = 10$ м/с. Начертить траекторию точки. Найти выражения $\vec{v}(t)$ и $\vec{a}(t)$. Для момента времени $t = 1$ с вычислить: 1) модуль скорости $|\vec{v}|$; 2) модуль ускорения $|\vec{a}|$.

1.50. Движение материальной точки задано уравнением $\vec{r}(t) = \vec{i}(A + Bt^2) + \vec{j}Ct$, где $A = 10$ м, $B = -5$ м/с², $C = 10$ м/с. Начертить траекторию точки. Найти выражения $\vec{v}(t)$ и $\vec{a}(t)$. Для момента времени $t = 1$ с вычислить: 1) модуль тангенциального ускорения $|\vec{a}_\tau|$; 2) модуль нормального ускорения $|\vec{a}_n|$.

1.51. Точка движется по кривой с постоянным тангенциальным ускорением $a_\tau = 0,5$ м/с². Определить полное ускорение a точки на участке кривой с радиусом кривизны $R = 3$ м, если точка движется на этом участке со скоростью $v = 2$ м/с.

1.52. Точка движется по окружности радиусом $R = 4$ м. Начальная скорость v_0 точки равна 3 м/с, тангенциальное ускорение $a_\tau = 1$ м/с². Для момента времени $t = 2$ с определить: 1) длину пути s , пройденного точкой; 2) модуль перемещения $|\Delta\vec{r}|$; 3) среднюю путевую скорость $\langle v \rangle$; 4) модуль вектора средней скорости $\langle \vec{v} \rangle$.

1.53. По окружности радиусом $R = 5$ м равномерно движется материальная точка со скоростью $v = 5$ м/с. Построить графики зависимости длины пути s и модуля перемещения $|\Delta\vec{r}|$ от времени t . В момент времени, принятый за начальный ($t = 0$), $s(0)$ и $|\Delta\vec{r}(0)|$ считать равными нулю.

1.54. Движение точки по окружности радиусом $R = 4$ м задано уравнением $\xi = A + Bt + Ct^2$, где $A = 10$ м, $B = -2$ м/с, $C = 1$ м/с². Найти тангенциальное a_τ , нормальное a_n и полное a ускорения точки в момент времени $t = 2$ с.

1.55. По дуге окружности радиусом $R = 10$ м движется точка. В некоторый момент времени нормальное ускорение точки $a_n = 4,9$ м/с²; в этот момент векторы полного и нормального ускорений образуют угол $\varphi = 60^\circ$. Найти скорость v и тангенциальное ускорение a_τ точки.

1.56. Точка движется по окружности радиусом $R = 2$ м согласно уравнению $\xi = At^3$, где $A = 2$ м/с³. В какой момент времени t нормальное

ускорение a_n точки будет равно тангенциальному a_τ ? Определить полное ускорение a в этот момент.

1.57. Движение точки по кривой задано уравнениями $x = A_1 t^3$ и $y = A_2 t$, где $A_1 = 1$ м/с³, $A_2 = 2$ м/с. Найти уравнение траектории точки, ее скорость \mathcal{U} и полное ускорение a в момент времени $t = 0,8$ с.

1.58. Точка A движется равномерно со скоростью \mathcal{U} по окружности радиусом R . Начальное положение точки и направление движения указаны на рис. 4. Написать кинематическое уравнение движения проекции точки A на направление оси x .

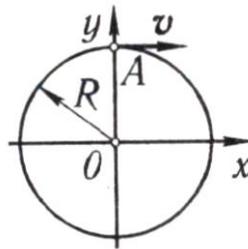


Рис 4.

1.59. Написать для четырех случаев, представленных на рис. 5: 1) кинематические уравнения движения $x = f_1(t)$ и $y = f_2(t)$; 2) уравнение траектории $y = \varphi(x)$. На каждой позиции рисунка — a , $б$, $в$, $г$ — изображены координатные оси, указаны начальное положение точки A , ее начальная скорость \vec{v}_0 и ускорение \vec{g} .

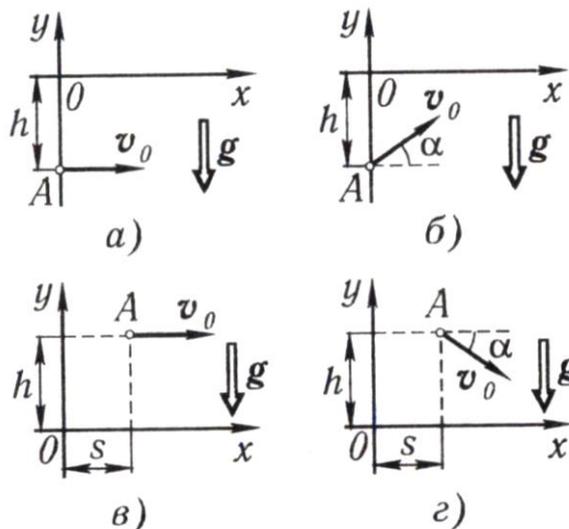


Рис. 5

1.60. Пистолетная пуля пробила два вертикально закрепленных листа бумаги, расстояние l между которыми равно 30 м. Пробоина во втором листе оказалась на $h = 10$ см ниже, чем в первом. Определить скорость U пули, если к первому листу она подлетела, двигаясь горизонтально. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.61. Самолет, летевший на высоте $h = 2940$ м со скоростью $v = 360$ км/ч, сбросил бомбу. За какое время t до прохождения над целью и на каком расстоянии s от нее должен самолет сбросить бомбу, чтобы попасть в цель? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.62. Тело брошено под некоторым углом α к горизонту. Найти этот угол, если горизонтальная дальность s полета тела в четыре раза больше максимальной высоты H траектории.

1.63. Миномет установлен под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту на крыше здания, высота которого $h = 40$ м. Начальная скорость v_0 мины равна 50 м/с. Требуется: 1) написать кинематические уравнения движения и уравнения траектории и начертить эту траекторию с соблюдением масштаба; 2) определить время t полета мины, максимальную высоту H ее подъема, горизонтальную дальность s полета, скорость U в момент падения мины на землю. Сопротивлением воздуха пренебречь. *Указание.* Начало координат поместить на поверхности земли так, чтобы оно находилось на одной вертикали с минометом и чтобы вектор скорости U лежал в плоскости xOy .

1.64. Снаряд, выпущенный из орудия под углом $\beta = 30^\circ$ к горизонту, дважды был на одной и той же высоте h : спустя время $t_1 = 10$ с и $t_2 = 50$ с после выстрела. Определить начальную скорость v_0 и высоту h .

1.65. Пуля пущена с начальной скоростью $v_0 = 200$ м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. Определить максимальную высоту H подъема, дальность s полета и радиус R кривизны траектории пули в ее наивысшей точке. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.66. Камень брошен с вышки в горизонтальном направлении с начальной скоростью $v_0 = 30$ м/с. Определить скорость v , тангенциальное a_τ и нормальное a_n ускорения камня в конце второй секунды после начала движения.

1.67. Тело брошено под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Найти тангенциальное a_τ и нормальное a_n ускорения в начальный момент движения.

1.68. С башни высотой $H = 25$ м горизонтально брошен камень со скоростью $v_0 = 15$ м/с. Найти: 1) сколько времени камень будет в движении,

2) на каком расстоянии s_x от основания башни он упадет на землю, 3) с какой скоростью U он упадет на землю, 4) какой угол φ составит траектория камня с горизонтом в точке его падения на землю. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.69. Камень, брошенный горизонтально, упал на землю через 0,5 с на расстоянии 5 м по горизонтали от места бросания. 1) С какой высоты h был брошен камень? 2) С какой начальной скоростью U_0 он был брошен? 3) С какой скоростью U он упал на землю? 4) Какой угол φ составляет траектория камня с горизонтом в точке его падения на землю? Сопротивление воздуха не учитывать.

1.70. Мяч, брошенный горизонтально, ударяется о стенку, находящуюся на расстоянии 5 м от места бросания. Высота места удара мяча о стенку на 1 м меньше высоты, с которой брошен мяч. 1) С какой скоростью U_0 был брошен мяч? 2) Под каким углом φ мяч подлетает к поверхности стенки? Сопротивление воздуха не учитывать.

1.71. Камень брошен в горизонтальном направлении. Через 0,5 с после начала движения числовое значение скорости камня стало в 1,5 раза больше его начальной скорости. Найти начальную скорость камня. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.72. Камень брошен горизонтально со скоростью $U_x = 15$ м/с. Найти нормальное и тангенциальное ускорения камня через 1 с после начала движения. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.73. Камень брошен горизонтально со скоростью 10 м/с. Найти радиус кривизны траектории камня через 3 с после начала движения. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.74. Мяч бросили со скоростью $U_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 40^\circ$ к горизонту. Найти: 1) на какую высоту s_y поднимется мяч, 2) на каком расстоянии s_x от места бросания он упадет на землю, 3) сколько времени он будет в движении. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.75. Тело брошено со скоростью под углом к горизонту. Продолжительность полета $t = 2,2$ с. Найти наибольшую высоту поднятия этого тела. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.76. Камень, брошенный со скоростью $U_0 = 12$ м/с под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту, упал на землю на расстоянии s от места бросания. С какой высоты h надо бросить камень в горизонтальном направлении, чтобы при той же начальной скорости U_0 он упал на то же место?

1.77. Тело брошено со скоростью $v_0 = 14,7$ м/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Найти нормальное и тангенциальное ускорения тела через $t = 1,25$ с после начала движения. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.78. Тело брошено со скоростью $v_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту. Найти радиус кривизны траектории тела через $t = 1$ с после начала движения. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.79. Тело брошено со скоростью v_0 под углом α к горизонту. Найти величины v_0 и α , если известно, что наибольшая высота подъема тела $h = 3$ м и радиус кривизны траектории тела в верхней точке траектории $R = 3$ м. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.80. С башни высотой $H = 25$ м бросили камень со скоростью $v_0 = 15$ м/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Найти: 1) сколько времени камень будет в движении, 2) на каком расстоянии от основания башни он упадет на землю, 3) с какой скоростью он упадет на землю, 4) какой угол φ составит траектория камня с горизонтом в точке его падения на землю. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.81. Мальчик бросает мяч со скоростью $v_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту. Мяч ударяется о стенку, находящуюся на расстоянии $s = 3$ м от мальчика. 1) Определить, когда происходит удар мяча о стенку (при подъеме мяча или при его опускании). 2) На какой высоте y мяч ударит о стенку (считая от высоты, с которой брошен мяч)? 3) Найти скорость мяча в момент удара. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.82. Тело брошено под углом к горизонту. Оказалось, что максимальная высота подъема $h = \frac{1}{4}s$ (s — дальность полета). Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить угол броска к горизонту.

1.83. Тело брошено со скоростью $v_0 = 15$ м/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить: 1) высоту h подъема тела; 2) дальность полета (по горизонтали) s тела; 3) время его движения.

1.84. Тело брошено со скоростью $v_0 = 20$ м/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить для момента времени $t = 1,5$ с после начала движения: 1) нормальное ускорение; 2) тангенциальное ускорение.

1.85. С башни высотой $H = 40$ м брошено тело со скоростью $v_0 = 20$ м/с под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить: 1) время t движения тела; 2) на каком расстоянии s от основания башни тело упадет на Землю; 3) скорость v падения тела на

Землю; 4) угол φ , который составит траектория тела с горизонтом в точке его падения.

1.86. Тело брошено горизонтально со скоростью $v_0 = 15$ м/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить радиус кривизны траектории тела через $t = 2$ с после начала движения.

1.87. С башни высотой $h = 30$ м в горизонтальном направлении брошено тело с начальной скоростью $v_0 = 10$ м/с. Определить: 1) уравнение траектории тела $y(x)$; 2) скорость v тела в момент падения на Землю; угол φ , который образует эта скорость с горизонтом в точке его падения.

1.88. Небольшое тело бросили под углом к горизонту с начальной скоростью \vec{v}_0 . Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти: а) перемещение тела в функции времени $\vec{r}(t)$; б) средний вектор скорости $\langle \vec{v} \rangle$ за первые t секунд и за все время движения.

1.89. Тело бросили с поверхности Земли под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0 . Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти: а) время движения; б) максимальную высоту подъема и горизонтальную дальность полета; при каком значении угла α они будут равны друг другу; в) уравнение траектории $y(x)$, где y и x — перемещения тела по вертикали и горизонтали соответственно.

1.90. Под каким углом к горизонту надо бросить шарик, чтобы: а) радиус кривизны начала его траектории был в $\eta = 8$ раз больше, чем в вершине; б) центр кривизны вершины траектории находился на земной поверхности?

1.91. Шарик падает с нулевой начальной скоростью на гладкую наклонную плоскость, составляющую угол α с горизонтом. Пролетев расстояние h , он упруго отразился от плоскости. На каком расстоянии от места падения шарик отразится второй раз?

1.92. Пушка и цель находятся на одном уровне на расстоянии 5,10 км друг от друга. Через сколько времени снаряд с начальной скоростью 240 м/с достигнет цели?

1.93. Из пушки выпустили последовательно два снаряда со скоростью $v_0 = 250$ м/с: первый — под углом $\vartheta_1 = 60^\circ$ к горизонту, второй — под углом $\vartheta_2 = 45^\circ$ (азимут один и тот же). Найти интервал времени между выстрелами, при котором снаряды столкнутся друг с другом.

1.94. Небольшое тело (материальная точка) брошено в точке O под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0 (рис. 6). Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти: а) дальность полета l , б) наибольшую высоту поднятия тела h , в) время полета τ , г) уравнение траектории тела в

координатах x', y' , д) значения $\left| \frac{dv}{dt} \right|$ и $\left| \frac{d|v|}{dt} \right|$ в вершине траектории, е) радиус кривизны R траектории в точках O и O' . Точку бросания и точку падения считать лежащими на одном уровне.

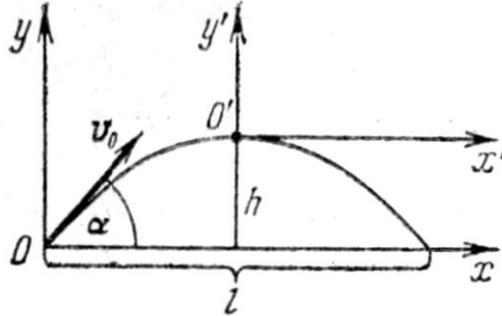


Рис. 6

1.95. Тело брошено под углом к горизонту с начальной скоростью v_0 . Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти среднее значение скорости v за первые τ секунд полета.

1.96. Под каким углом α к горизонту нужно установить ствол орудия, чтобы поразить цель, находящуюся на расстоянии $l = 10$ км, если начальная скорость снаряда $v_0 = 500$ м/с? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.97. Девушка, стоящая на трамплине, бросает мяч с горизонтальной скоростью 15 м/с. Бросая мяч, она теряет равновесие и падает с трамплина, достигая воды через 1 с. На каком расстоянии находится трамплин от места падения мяча? Какова будет конечная скорость мяча?

1.98. Мяч брошен горизонтально с крыши высокого здания со скоростью 10,6 м/с. Определить местоположение и скорость мяча через 4 с.

1.99. Под каким углом к горизонту должно быть брошено тело для достижения максимальной дальности полета при заданной начальной скорости?

Тема 3. Кинематика вращательного движения тела вокруг неподвижной оси

1.100. Определить линейную скорость v и центростремительное ускорение $a_{ц}$ точек, лежащих на земной поверхности: 1) на экваторе; 2) на широте Москвы ($\varphi = 56^\circ$).

1.101. Линейная скорость v_1 точек на окружности вращающегося диска равна 3 м/с. Точки, расположенные на $\Delta R = 10$ см ближе к оси, имеют линейную скорость $v_2 = 2$ м/с. Определить частоту вращения n диска.

1.102. Два бумажных диска насажены на общую горизонтальную ось так, что плоскости их параллельны и отстоят на $d = 30$ см друг от друга. Диски вращаются с частотой $n = 25$ с⁻¹. Пуля, летевшая параллельно оси на расстоянии $r = 12$ см от нее, пробила оба диска. Пробоины в дисках смещены друг относительно друга на расстояние $s = 5$ см, считая по дуге окружности. Найти среднюю путевую скорость $\langle v \rangle$ пули в промежутке между дисками и оценить создаваемое силой тяжести смещение пробоин в вертикальном направлении. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.103. На цилиндр, который может вращаться около горизонтальной оси, намотана нить. К концу нити привязали грузик и предоставили ему возможность опускаться. Двигаясь равноускоренно, грузик за время $t = 3$ с опустился на $h = 1,5$ м. Определить угловое ускорение \mathcal{E} цилиндра, если его радиус $r = 4$ см.

1.104. Диск радиусом $r = 10$ см, находившийся в состоянии покоя, начал вращаться с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 0,5$ рад/с². Найти тангенциальное a_τ , нормальное a_n и полное a ускорения точек на окружности диска в конце второй секунды после начала вращения.

1.105. Диск радиусом $r = 20$ см вращается согласно уравнению $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где $A = 3$ рад, $B = -1$ рад/с, $C = 0,1$ рад/с³. Определить тангенциальное a_τ , нормальное a_n и полное a ускорения точек на окружности диска для момента времени $t = 10$ с.

1.106. Маховик начал вращаться равноускоренно и за промежуток времени $\Delta t = 10$ с достиг частоты вращения $n = 300$ мин⁻¹. Определить угловое ускорение \mathcal{E} маховика и число N оборотов, которое он сделал за это время.

1.107. Велосипедное колесо вращается с частотой $n = 5$ с⁻¹. Под действием сил трения оно остановилось через интервал времени $\Delta t = 1$ мин. Определить угловое ускорение \mathcal{E} и число N оборотов, которое сделает колесо за это время.

1.108. Колесо автомашины вращается равноускорено. Сделав $N = 50$ полных оборотов, оно изменило частоту вращения от $n_1 = 4 \text{ с}^{-1}$ до $n_2 = 6 \text{ с}^{-1}$. Определить угловое ускорение ε колеса.

1.109. Диск вращается с угловым ускорением $\varepsilon = -2 \text{ рад/с}^2$. Сколько оборотов N сделает диск при изменении частоты вращения от $n_1 = 240 \text{ мин}^{-1}$ до $n_2 = 90 \text{ мин}^{-1}$? Найти время Δt , в течение которого это произойдет.

1.110. Винт аэросаней вращается с частотой $n = 360 \text{ мин}^{-1}$. Скорость v поступательного движения аэросаней равна 54 км/ч . С какой скоростью u движется один из концов винта, если радиус R винта равен 1 м ?

1.111. На токарном станке протачивается вал диаметром $d = 60 \text{ мм}$. Продольная подача h резца равна $0,5 \text{ мм}$ за один оборот. Какова скорость v резания, если за интервал времени $\Delta t = 1 \text{ мин}$ протачивается участок вала длиной $l = 12 \text{ см}$?

1.112. Колесо, вращаясь равнозамедленно, при торможении уменьшило свою частоту за 1 мин с 300 до 180 об/мин . Найти угловое ускорение колеса и число оборотов, сделанных им за это время.

1.113. Вентилятор вращается со скоростью, соответствующей частоте 900 об/мин . После выключения вентилятор, вращаясь равнозамедленно, сделал до остановки 75 об . Сколько времени прошло с момента выключения вентилятора до полной его остановки?

1.114. Вал вращается с постоянной скоростью, соответствующей частоте 180 об/мин . С некоторого момента вал тормозится и вращается равнозамедленно с угловым ускорением, численно равным 3 рад/с^2 . 1) Через сколько времени вал остановится? 2) Сколько оборотов он сделает до остановки?

1.115. Точка движется по окружности радиусом $R = 20 \text{ см}$ с постоянным тангенциальным ускорением $a_t = 5 \text{ см/с}^2$. Через сколько времени после начала движения нормальное ускорение a_n точки будет: 1) равно тангенциальному, 2) вдвое больше тангенциального?

1.116. Точка движется по окружности радиусом $R = 10 \text{ см}$ с постоянным тангенциальным ускорением a_t . Найти тангенциальное ускорение a_t точки, если известно, что к концу пятого оборота после начала движения скорость точки стала $v = 79,2 \text{ см/с}$.

1.117. Точка движется по окружности радиусом $R = 10 \text{ см}$ с постоянным тангенциальным ускорением a_t . Найти нормальное ускорение a_n точки через $t = 20 \text{ с}$ после начала движения, если известно, что к концу пятого оборота после начала движения линейная скорость точки равна $v = 10 \text{ см/с}$.

1.118. В первом приближении можно считать, что электрон в атоме водорода движется по круговой орбите с постоянной скоростью v . Найти угловую скорость вращения электрона вокруг ядра и его нормальное

ускорение. Радиус орбиты принять равным $r = 0,5 \cdot 10^{-10}$ м и скорость электрона на этой орбите $v = 2,2 \cdot 10^6$ м/с.

1.119. Колесо радиусом $R = 10$ см вращается с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 3,14$ рад/с². Найти для точек на ободе колеса к концу первой секунды после начала движения: 1) угловую скорость, 2) линейную скорость, 3) тангенциальное ускорение, 4) нормальное ускорение, 5) полное ускорение, 6) угол, составляемый направлением полного ускорения с радиусом колеса.

1.120. Точка движется по окружности радиусом $R = 2$ см. Зависимость пути от времени дается уравнением $s = Ct^3$, где $C = 0,1$ см/с³. Найти нормальное и тангенциальное ускорения точки в момент, когда линейная скорость точки $v = 0,3$ м/с.

1.121. Точка движется по окружности так, что зависимость пути от времени дается уравнением $s = A + Bt + Ct^2$, где $B = -2$ м/с и $C = 1$ м/с². Найти линейную скорость точки, ее тангенциальное, нормальное и полное ускорения через $t = 3$ с после начала движения, если известно, что нормальное ускорение точки при $t' = 2$ с равно $a'_n = 0,5$ м/с².

1.122. Найти угловое ускорение колеса, если известно, что через 2 с после начала равноускоренного движения вектор полного ускорения точки, лежащей на ободе, составляет угол 60° с направлением линейной скорости этой точки.

1.123. Колесо вращается с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 2$ рад/с². Через $t = 0,5$ с после начала движения полное ускорение колеса стало равно $a = 13,6$ см/с². Найти радиус колеса.

1.124. Колесо радиусом $R = 0,1$ м вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где $B = 2$ рад/с и $C = 1$ рад/с³. Для точек, лежащих на ободе колеса, найти через 2 с после начала движения: 1) угловую скорость, 2) линейную скорость, 3) угловое ускорение, 4) тангенциальное ускорение, 5) нормальное ускорение.

1.125. Колесо радиусом $R = 5$ см вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $D = 1$ рад/с³. Найти для точек, лежащих на ободе колеса, изменение тангенциального ускорения Δa_t за каждую секунду движения.

1.126. Колесо радиусом $R = 10$ см вращается так, что зависимость линейной скорости точек, лежащих на ободе колеса, от времени дается уравнением $v = At + Bt^2$, где $A = 3$ см/с² и $B = 1$ см/с³. Найти угол, составляемый вектором полного ускорения с радиусом колеса в моменты времени $t = 0, 1, 2, 3, 4$ и 5 с после начала движения.

1.127. Колесо вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $B = 1$ рад/с, $C = 1$ рад/с² и $D = 1$ рад/с³. Найти радиус колеса, если известно, что к концу второй секунды движения нормальное ускорение точек, лежащих на ободе колеса, равно $a_n = 3,46 \cdot 10^2$ м/с².

1.128. Найти, во сколько раз нормальное ускорение точки, лежащей на ободе вращающегося колеса, больше ее тангенциального ускорения для того момента, когда вектор полного ускорения этой точки составляет угол 30° с вектором ее линейной скорости.

1.129. Материальная точка начинает двигаться по окружности радиусом $r = 12,5$ см с постоянным тангенциальным ускорением $a_\tau = 0,5$ см/с². Определить: 1) момент времени, при котором вектор ускорения a образует с вектором скорости v угол $\alpha = 45^\circ$; 2) путь, пройденный за это время движущейся точкой.

1.130. Линейная скорость v_1 точки, находящейся на ободе вращающегося диска, в три раза больше, чем линейная скорость v_2 точки, находящейся на 6 см ближе к его оси. Определить радиус диска.

1.131. Колесо вращается с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 3$ рад/с². Определить радиус колеса, если через $t = 1$ с после начала движения полное ускорение колеса $a = 7,5$ м/с².

1.132. Якорь электродвигателя, имеющий частоту вращения $n = 50$ с⁻¹, после выключения тока, сделав $N = 628$ оборотов, остановился. Определить угловое ускорение \mathcal{E} якоря.

1.133. Колесо автомашины вращается равнозамедленно. За время $t = 2$ мин оно изменило частоту вращения от 240 до 60 мин⁻¹. Определить: 1) угловое ускорение колеса; 2) число полных оборотов, сделанных колесом за это время.

1.134. Точка движется по окружности радиусом $R = 15$ см с постоянным тангенциальным ускорением a_τ . К концу четвертого оборота после начала движения линейная скорость точки $v = 15$ см/с. Определить нормальное ускорение a_n точки через $t = 16$ с после начала движения.

1.135. Диск радиусом $R = 10$ см вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ ($B = 1$ рад/с, $C = 1$ рад/с², $D = 1$ рад/с³). Определить для точек на ободе диска к концу второй секунды после начала движения: 1) тангенциальное ускорение a_τ ; 2) нормальное ускорение a_n ; 3) полное ускорение a .

1.136. Диск вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением $\varphi = At^2$

($A = 0,5 \text{ рад/с}^2$). Определить к концу второй секунды после начала движения: 1) угловую скорость диска; 2) угловое ускорение диска; 3) для точки, находящейся на расстоянии 80 см от оси вращения, тангенциальное a_τ , нормальное a_n и полное a ускорения.

1.137. Диск вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением $\varphi = At^2$ ($A = 0,1 \text{ рад/с}^2$). Определить полное ускорение a точки на ободе диска к концу второй секунды после начала движения, если линейная скорость этой точки в этот момент $v = 0,4 \text{ м/с}$.

1.138. Диск радиусом $R = 10 \text{ см}$ вращается так, что зависимость линейной скорости точек, лежащих на ободе диска, от времени задается уравнением $v = At + Bt^2$ ($A = 0,3 \text{ м/с}^2$, $B = 0,1 \text{ м/с}^3$). Определить момент времени, для которого вектор полного ускорения a образует с радиусом колеса угол $\varphi = 4^\circ$.

1.139. Диск радиусом $R = 10 \text{ см}$ вращается так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением $\varphi = A + Bt^3$ ($A = 2 \text{ рад}$, $B = 4 \text{ рад/с}^3$). Определить для точек на ободе колеса: 1) нормальное ускорение a_n в момент времени $t = 2 \text{ с}$; 2) тангенциальное ускорение для этого же момента; 3) угол поворота φ , при котором полное ускорение составляет с радиусом колеса угол $\alpha = 45^\circ$.

1.140. Точка движется по окружности со скоростью $v = \alpha t$, где $\alpha = 0,5 \text{ м/с}^2$. Найти ее полное ускорение в момент, когда она пройдет $n = 0,10$ длины окружности после начала движения.

1.141. Точка движется, замедляясь, по окружности радиуса R так, что в каждый момент времени ее тангенциальное и нормальное ускорения по модулю равны друг другу. В начальный момент $t = 0$ скорость точки равна v_0 . Найти зависимости: а) скорости точки от времени и от пройденного пути s ; б) полного ускорения точки от скорости и пройденного пути.

1.142. Точка движется по плоскости так, что ее тангенциальное ускорение $a_\tau = \alpha$, а нормальное ускорение $a_n = \beta t^4$, где α и β - положительные постоянные, t - время. В момент $t = 0$ точка покоилась. Найти зависимости от пройденного пути s радиуса кривизны R траектории точки и ее полного ускорения a .

1.143. Снаряд вылетел со скоростью $v = 320 \text{ м/с}$, сделав внутри ствола $n = 2,0$ оборота. Длина ствола $l = 2 \text{ м}$. Считая движение снаряда в стволе равноускоренным, найти его угловую скорость вращения вокруг оси в момент вылета.

1.144. Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = at - bt^3$, где $a = 6$ рад/с, $b = 2$ рад/с³. Найти: а) средние значения угловой скорости и углового ускорения за промежуток времени от $t = 0$ до остановки; б) угловое ускорение в момент остановки тела.

1.145. Точка A находится на ободе колеса радиуса $R = 0,50$ м, которое катится без скольжения по горизонтальной поверхности со скоростью $v = 1$ м/с. Найти: а) модуль и направление ускорения точки A ; б) полный путь s , проходимый точкой A между двумя последовательными моментами ее касания поверхности.

1.146. Шар радиуса $R = 10$ см катится без скольжения по горизонтальной плоскости так, что его центр движется с постоянным ускорением $a = 2,50$ см/с². Через $t = 2$ с после начала движения его положение соответствует рис. 7. Найти: а) скорости точек A и B ; б) ускорения точек A и O .

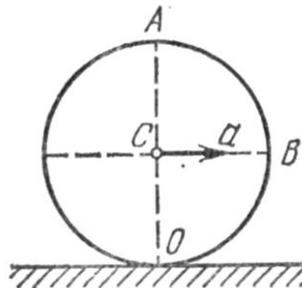


Рис. 7

1.147. Твердое тело вращается с угловой скоростью $\vec{\omega} = at\vec{i} + bt^2\vec{j}$, где $a = 0,50$ рад/с², $b = 0,060$ рад/с³, i и j — орты осей x и y . Найти модули угловой скорости и углового ускорения в момент $t = 10$ с.

1.148. Якорь электродвигателя, вращавшийся со скоростью $n = 50$ об/с, двигаясь после выключения тока равномерно, остановился, сделав $N = 1680$ об. Найти угловое ускорение β якоря.

1.149. До начала торможения автомобиль имел скорость $v_0 = 60$ км/ч. После начала торможения автомобиль двигался прямолинейно с непостоянным ускорением и остановился спустя время $t = 3$ с. За это время он прошел путь $s = 20$ м. Определить среднюю угловую скорость $\langle \omega \rangle$ и среднее угловое ускорение $\langle \beta \rangle$ колеса автомобиля за время торможения. Радиус колеса $R = 0,23$ м.

Тема 4. II закон Ньютона

1.150. На гладком столе лежит брусок массой $m = 4$ кг. К бруску привязан шнур, ко второму концу которого приложена сила $F = 10$ Н, направленная параллельно поверхности стола. Найти ускорение a бруска.

1.151. На столе стоит тележка массой $m_1 = 4$ кг. К тележке привязан один конец шнура, перекинутого через блок. С каким ускорением a будет двигаться тележка, если к другому концу шнура привязать гирию массой $m_2 = 1$ кг?

1.152. К пружинным весам подвешен блок. Через блок перекинут шнур, к концам которого привязали грузы массами $m_1 = 1,5$ кг и $m_2 = 3$ кг. Каково будет показание весов во время движения грузов? Массой блока и шнура пренебречь.

1.153. Два бруска массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 4$ кг, соединенные шнуром, лежат на столе. С каким ускорением a будут двигаться бруски, если к одному из них приложить силу $F = 10$ Н, направленную горизонтально? Какова будет сила натяжения T шнура, соединяющего бруски, если силу 10 Н приложить к первому бруску? ко второму бруску? Трением пренебречь.

1.154. На гладком столе лежит брусок массой $m = 4$ кг. К бруску привязаны два шнура, перекинутые через неподвижные блоки, прикрепленные к противоположным краям стола. К концам шнуров подвешены гири, массы которых $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг. Найти ускорение a , с которым движется брусок, и силу натяжения T каждого из шнуров. Массой блоков и трением пренебречь.

1.155. Материальная точка массой $m = 2$ кг движется под действием некоторой силы F согласно уравнению $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $C = 1$ м/с², $D = -0,2$ м/с³. Найти значения этой силы в моменты времени $t_1 = 2$ с и $t_2 = 5$ с. В какой момент времени сила равна нулю?

1.156. Ракета, масса которой $M = 6$ т, поднимается вертикально вверх. Двигатель ракеты развивает силу тяги $F = 500$ кН. Определить ускорение a ракеты и силу T натяжения троса, свободно свисающего с ракеты, на расстоянии, равном $\frac{l}{4}$ его длины от точки прикрепления троса. Масса m троса равна 10 кг. Силой сопротивления воздуха пренебречь.

1.157. На плоской горизонтальной поверхности находится обруч, масса которого ничтожно мала. К внутренней части обруча прикреплен груз малых размеров, как это показано на рис. 8. Угол $\alpha = 30^\circ$. С каким ускорением a необходимо двигать плоскость в направлении, указанном на рисунке, чтобы обруч с грузом не изменил своего положения относительно плоскости? Скольжение обруча по плоскости отсутствует.

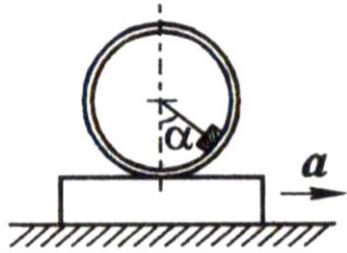


Рис. 8

1.158. Самолет летит в горизонтальном направлении с ускорением $a = 20 \text{ м/с}^2$. Какова перегрузка пассажира, находящегося в самолете? (Перегрузкой называется отношение силы F , действующей на пассажира, к силе тяжести).

1.159. К нити подвешен груз массой $m = 1 \text{ кг}$. Найти натяжение нити, если нить с грузом: 1) поднимать с ускорением $a = 5 \text{ м/с}^2$, 2) опускать с тем же ускорением $a = 5 \text{ м/с}^2$.

1.160. Стальная проволока некоторого диаметра выдерживает силу натяжения 4400 Н . С каким наибольшим ускорением можно поднимать груз массой 400 кг , подвешенный на этой проволоке, чтобы она при этом не разорвалась?

1.161. Масса лифта с пассажирами равна 800 кг . Найти, с каким ускорением и в каком направлении движется лифт, если известно, что натяжение троса, поддерживающего лифт, равно: 1) 12000 Н , 2) 6000 Н .

1.162. К нити подвешена гиря. Если поднимать эту гирю с ускорением $a_1 = 2 \text{ м/с}^2$, то натяжение T нити будет вдвое меньше того натяжения, при котором нить рвется. С каким ускорением a_2 надо поднимать эту гирю, чтобы нить разорвалась?

1.163. Автомобиль массой 1020 кг останавливается при торможении за 5 с , пройдя при этом равнозамедленно расстояние 25 м . Найти начальную скорость автомобиля и силу торможения.

1.164. Поезд массой 500 т движется равнозамедленно при торможении; при этом скорость его уменьшается в течение 1 мин от 40 до 28 км/ч . Найти силу торможения.

1.165. Вагон массой 20 т движется с начальной скоростью 54 км/ч . Определить среднюю силу, действующую на вагон, если известно, что вагон останавливается в течение: $1 \text{ мин } 40 \text{ с}$.

1.166. Вагон массой 20 т движется с начальной скоростью 54 км/ч . Определить среднюю силу, действующую на вагон, если известно, что вагон останавливается в течение 10 с .

1.167. Вагон массой 20 т движется с начальной скоростью 54 км/ч . Определить среднюю силу, действующую на вагон, если известно, что вагон останавливается в течение 1 с .

1.168. Какую силу надо приложить к вагону, стоящему на рельсах, чтобы вагон стал двигаться равноускоренно и за время $t = 30$ с прошел путь $s = 11$ м? Масса вагона $m = 16$ т. Во время движения на вагон действует сила трения, равная $0,05$ силы тяжести вагона.

1.169. Поезд массой 500 т после прекращения тяги паровоза под действием силы трения $9,8 \cdot 10^4$ Н останавливается через 1 мин. С какой скоростью шел поезд?

1.170. Вагон массой 20 т движется с постоянным отрицательным ускорением $0,3$ м/с². Начальная скорость вагона равна 54 км/ч. 1) Какая сила торможения действует на вагон? 2) Через сколько времени вагон остановится? 3) Какое расстояние вагон пройдет до остановки?

1.171. Тело массой $0,5$ кг движется прямолинейно, причем зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s = A - Bt + Ct^2 - Dt^3$, где $C = 5$ м/с² и $D = 1$ м/с³. Найти силу, действующую на тело в конце первой секунды движения.

1.172. Под действием постоянной силы 10 Н тело движется прямолинейно так, что зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s = A - Bt + Ct^2$. Найти массу тела, если постоянная $C = 1$ м/с².

1.173. Тело массой $m = 0,5$ кг движется так, что зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s = A \sin \omega t$, где $A = 5$ см и $\omega = \pi$ рад/с. Найти силу F , действующую на тело через $t = 1/6$ с после начала движения.

1.174. Тело массой $m = 2$ кг движется прямолинейно по закону $s = A - Bt + Ct^2 - Dt^3$ ($C = 2$ м/с², $D = 0,4$ м/с³). Определить силу, действующую на тело в конце первой секунды движения.

1.175. Тело массой m движется так, что зависимость пройденного пути от времени описывается уравнением $s = A \cos \omega t$, где A и ω - постоянные. Записать закон изменения силы от времени.

1.176. К нити подвешен груз массой $m = 500$ г. Определить силу натяжения нити, если нить с грузом: 1) поднимать с ускорением 2 м/с²; 2) опускать с ускорением 2 м/с².

1.177. Два груза ($m_1 = 500$ г и $m_2 = 500$ г) связаны невесомой нитью и лежат на гладкой горизонтальной поверхности (рис. 9). К грузу m_1 приложена горизонтально направленная сила $F = 6$ Н. Пренебрегая трением, определить: 1) ускорение грузов; 2) силу натяжения нити.

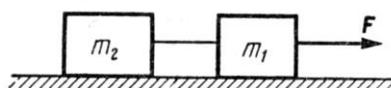


Рис. 9

1.178. Простейшая машина Атвуда, применяемая для изучения законов равноускоренного движения, представляет собой два груза с не равными массами m_1 и m_2 (например, $m_1 > m_2$), которые подвешены на легкой нити, перекинутой через неподвижный блок (рис. 10). Считая нить и блок невесомыми и пренебрегая трением в оси блока, определить: 1) ускорение грузов; 2) силу натяжения нити T ; 3) силу F , действующую на ось блока.

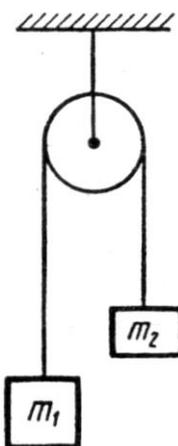


Рис. 10

1.179. На рис. 11 изображена система блоков, к которым подвешены грузы массами $m_1 = 200$ г и $m_2 = 500$ г. Считая, что груз m_1 поднимается, а неподвижный блок с m_2 опускается, нить и блоки невесомы, силы трения отсутствуют, определить: 1) силу натяжения нити T ; 2) ускорения, с которыми движутся грузы.

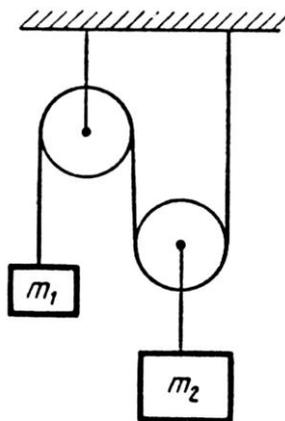


Рис. 11

1.180. В установке (рис. 12) угол α наклонной плоскости с горизонтом равен 20° , массы тел $m_1 = 200$ г и $m_2 = 150$ г. Считая нить и блок невесомыми

и пренебрегая силами трения, определить ускорение, с которым будут двигаться эти тела, если тело m_2 опускается.

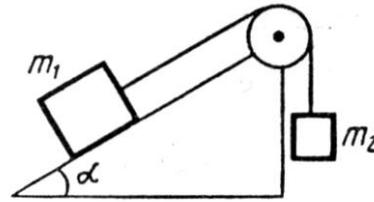


Рис. 12

1.181. Тело A массой $M = 2$ кг (рис. 13) находится на горизонтальном столе и соединено нитями посредством блоков с телами B ($m_1 = 0,5$ кг) и C ($m_2 = 0,5$ кг). Считая нити и блоки невесомыми и пренебрегая силами трения, определить: 1) ускорение, с которым будут двигаться эти тела; 2) разность сил натяжения нитей.

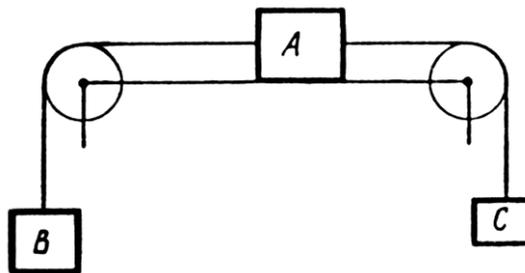


Рис. 13

1.182. Тело массой m движется в плоскости xu по закону $x = A \cos \omega t$, $y = B \sin \omega t$, где A , B и ω - некоторые постоянные. Определить модуль силы, действующей на это тело.

1.183. Частица массой m движется под действием силы $F = F_0 \cos \omega t$, где F_0 и ω - некоторые постоянные. Определить положение частицы, т. е. выразить ее радиус-вектор r как функцию времени, если в начальный момент времени $t = 0$, $r(0) = 0$ и $v(0) = 0$.

1.184. Грузы одинаковой массой ($m_1 = m_2 = 0,5$ кг) соединены нитью и перекинута через невесомый блок, укрепленный на конце стола (рис. 14). Коэффициент трения груза m_2 о стол $f = 0,15$. Пренебрегая трением в блоке, определить ускорение, с которым движутся грузы.

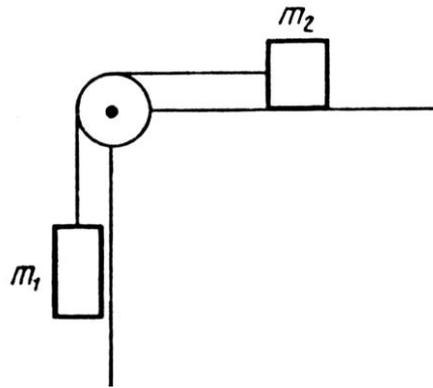


Рис. 14

1.185. Система грузов (рис. 15) массами $m_1 = 0,5$ кг и $m_2 = 0,6$ кг находится в лифте, движущемся вверх с ускорением $a = 4,9$ м/с². Определить силу натяжения нити, если коэффициент трения между грузом массы m_1 и опорой $f = 0,1$.

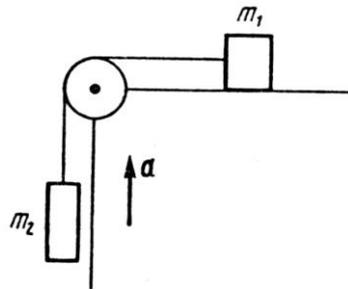


Рис. 15

1.186. Частица движется вдоль оси x по закону $x = \alpha t^2 - \beta t^3$, где α и β - положительные постоянные. В момент $t = 0$ сила, действующая на частицу, равна F_0 . Найти значения F_x силы в точках поворота и в момент, когда частица опять окажется в точке $x = 0$.

1.187. Найти модуль и направление силы, действующей на частицу массы m при ее движении в плоскости xy по закону $x = A \sin \omega t$, $y = B \cos \omega t$, где A , B , ω - постоянные.

1.188. Аэростат массы $m = 250$ кг начал опускаться с ускорением $a = 0,20$ м/с². Определить массу балласта, который следует сбросить за борт, чтобы аэростат получил такое же ускорение, но направленное вверх. Сопротивления воздуха нет.

1.189. В установке, показанной на рис. 16, массы тел равны m_0 , m_1 и m_2 , массы блока и нитей пренебрежимо малы и трения в блоке нет. Найти ускорение a , с которым опускается тело m_0 , и силу натяжения нити,

связывающей тела m_1 и m_2 , если коэффициент трения между этими телами и горизонтальной поверхностью равен k .

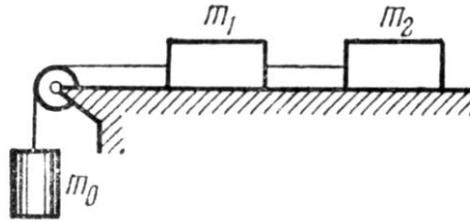


Рис. 16

1.190. Через блок, прикрепленный к потолку кабины лифта, перекинута нить, к концам которой привязаны грузы с массами m_1 и m_2 . Кабина начинает подниматься с ускорением a_0 . Пренебрегая массами блока и нити, а также трением, найти: а) ускорение груза m_1 относительно кабины; б) силу, с которой блок действует на потолок кабины.

1.191. В системе, показанной на рис. 17, массы тел равны m_0 , m_1 , m_2 , трения нет, массы блоков пренебрежимо малы. Найти ускорение тела.

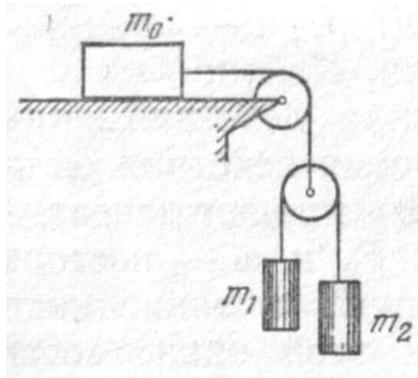


Рис. 17

1.192. С каким минимальным ускорением следует перемещать в горизонтальном направлении брусок A (рис. 18), чтобы тела 1 и 2 не двигались относительно него? Массы тел одинаковы, коэффициент трения между бруском и обоими телами равен k . Массы блока и нити пренебрежимо малы, трения в блоке нет.

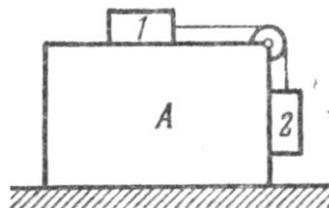


Рис. 18

1.193. Два соприкасающихся бруска лежат на горизонтальном столе, по которому они могут скользить без трения. Масса первого бруска $m_1 = 2$ кг, масса второго бруска $m_2 = 3$ кг. Один из брусков толкают с силой $F_0 = 10$ Н (рис. 19). Найти силу F , с которой бруски давят друг на друга в случае, если сила F_0 приложена к бруску 1.

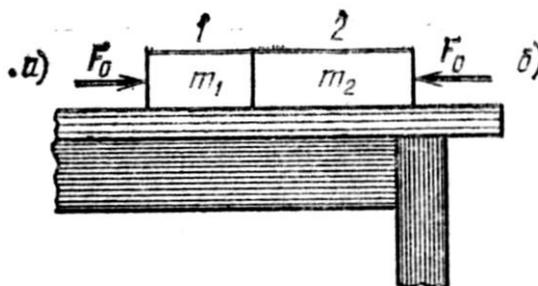


Рис. 19

1.194. Два соприкасающихся бруска лежат на горизонтальном столе, по которому они могут скользить без трения. Масса первого бруска $m_1 = 2$ кг, масса второго бруска $m_2 = 3$ кг. Один из брусков толкают с силой $F_0 = 10$ Н (рис. 19). Найти силу F , с которой бруски давят друг на друга в случае, если сила F_0 приложена к бруску 2.

1.195. Грузы, массы которых $m_1 = 220$ г и $m_2 = 270$ г, подвешены на невесомой нити, перекинутой через блок. Определить ускорение системы. Силой трения пренебречь.

1.196. Тело движется под действием силы $F = 80$ Н. Определить массу тела, если известно, что от состояния покоя до начала равномерно ускоренного движения прошло 10 с и путь тела за этот промежуток изменялся в зависимости от времени по закону $s = bt^2 + ct^3$, где $b = 1$ м/с² и $c = 0,1$ м/с³. Найти также силу, которая действовала на тело через 5 с после начала движения.

1.197. Тело, имеющее постоянную массу, до торможения двигалось равномерно, а в момент остановки тормозящая сила достигала значения $F_{ост} = 40$ Н. Определить тормозящую силу через 3 с после начала торможения, если тормозной путь в зависимости от времени изменялся по закону $s = ct - bt^3$, где $c = 196$ м/с и $b = 1$ м/с³.

1.198. Для тела массой 5 кг путь до полной остановки в зависимости от времени выражен в первом случае уравнением $x_1 = b_1t + c_1t^2$ и во втором — $x_2 = b_2t^2 + c_2t^3$, где $b_1 = 40$ м/с, $c = 4$ м/с², $b_2 = 12$ м/с², $c_2 = 1,6$ м/с³. Найти в

обоих случаях время и путь до полной остановки, а также построить график зависимости силы от времени на заданном отрезке пути.

1.199. Разрывное усилие троса подъемного крана $5 \cdot 10^4$ Н. При каком ускорении произойдет разрыв троса, если поднимать груз массой $3m$?

1.200. Человек весом в 750 Н стоит на пружинных весах в кабине лифта, движущегося с ускорением $a = 5 \text{ м/с}^2$. Что покажут весы, когда лифт движется:
а) вверх; б) вниз? При каком условии показание весов будет равно нулю?

Тема 5. Движение тел с учетом действия силы трения и сопротивления среды

1.201. Шайба, пущенная по поверхности льда с начальной скоростью $v_0 = 20$ м/с, остановилась через $t = 40$ с. Найти коэффициент трения f шайбы о лед.

1.202. Брусок массой $m_2 = 5$ кг может свободно скользить по горизонтальной поверхности без трения. На нем находится другой брусок массой $m_1 = 1$ кг. Коэффициент трения соприкасающихся поверхностей брусков $f = 0,3$. Определить максимальное значение силы F_{max} , приложенной к нижнему бруску, при которой начнется соскальзывание верхнего бруска.

1.203. На горизонтальной поверхности находится брусок массой $m_1 = 2$ кг. Коэффициент трения f_1 бруска о поверхность равен 0,2. На бруске находится другой брусок массой $m_2 = 8$ кг. Коэффициент трения f_2 верхнего бруска о нижний равен 0,3. К верхнему бруску приложена сила F . Определить: 1) значение силы F_1 , при котором начнется совместное скольжение брусков по поверхности; 2) значение силы F_2 , при котором верхний брусок начнет проскальзывать относительно нижнего.

1.204. Катер массой $m = 2$ т с двигателем мощностью $N = 50$ кВт развивает максимальную скорость $v_{max} = 25$ м/с. Определить время t , в течение которого катер после выключения двигателя потеряет половину своей скорости. Принять, что сила сопротивления движению катера изменяется пропорционально квадрату скорости.

1.205. Снаряд массой $m = 10$ кг выпущен из зенитного орудия вертикально вверх со скоростью $v_0 = 800$ м/с. Считая силу сопротивления воздуха пропорциональной скорости, определить время t подъема снаряда до высшей точки. Коэффициент сопротивления $k = 0,25$ кг/с.

1.206. С вертолета, неподвижно висящего на некоторой высоте над поверхностью Земли, сброшен груз массой $m = 100$ кг. Считая, что сила сопротивления воздуха изменяется пропорционально скорости, определить, через какой промежуток времени Δt ускорение a груза будет равно половине ускорения свободного падения. Коэффициент сопротивления $\kappa = 10$ кг/с.

1.207. Моторная лодка массой $m = 400$ кг начинает двигаться по озеру. Сила тяги F мотора равна 0,2 кН. Считая силу сопротивления F_c пропорциональной скорости, определить скорость v лодки через $\Delta t = 20$ с после начала ее движения. Коэффициент сопротивления $\kappa = 20$ кг/с.

1.208. Катер массой $m = 2$ т трогается с места и в течение времени $\tau = 10$ с развивает при движении по спокойной воде скорость $v = 4$ м/с. Определить силу тяги F мотора, считая ее постоянной. Принять силу сопротивления F_c движению пропорциональной скорости; коэффициент сопротивления $k = 100$ кг/с.

1.209. Начальная скорость v_0 пули равна 800 м/с. При движении в воздухе за время $t = 0,8$ с ее скорость уменьшилась до $v = 200$ м/с. Масса m пули равна 10 г. Считая силу сопротивления воздуха пропорциональной квадрату скорости, определить коэффициент сопротивления k . Действием силы тяжести пренебречь.

1.210. Трамвай, трогаясь с места, движется с постоянным ускорением $a = 0,5$ м/с². Через $t = 12$ с после начала движения мотор трамвая выключается, и трамвай движется до остановки равнозамедленно. На всем пути движения трамвая коэффициент трения равен $k = 0,01$. Найти: 1) наибольшую скорость движения трамвая, 2) общую продолжительность движения, 3) отрицательное ускорение трамвая при равнозамедленном движении, 4) общее расстояние, пройденное трамваем.

1.211. На автомобиль массой 1 т во время движения действует сила трения, равная 0,1 его силы тяжести. Чему должна быть равна сила тяги, развиваемая мотором автомобиля, чтобы автомобиль двигался: 1) равномерно, 2) с ускорением 2 м/с²?

1.212. Железнодорожный вагон тормозится, и его скорость равномерно изменяется за время $\Delta t = 3,3$ с от $v_1 = 47,5$ км/ч до $v_2 = 30$ км/ч. При каком предельном значении коэффициента трения между чемоданом и полкой чемодан при торможении начинает скользить по полке?

1.213. Канат лежит на столе так, что часть его свешивается со стола, и начинает скользить тогда, когда длина свешивающейся части составляет 25% всей его длины. Чему равен коэффициент трения каната о стол?

1.214. На автомобиль массой 1 т во время движения действует сила трения, равная 0,1 его силы тяжести. Найти силу тяги, развиваемую мотором автомобиля, если автомобиль движется с постоянной скоростью: 1) в гору с уклоном 1 м на каждые 25 м пути, 2) под гору с тем же уклоном.

1.215. Найти силу тяги, развиваемую мотором автомобиля, движущегося в гору с ускорением 1 м/с². Уклон горы равен 1 м на каждые 25 м пути. Масса автомобиля 1 т. Коэффициент трения равен 0,1.

1.216. Тело массой $m = 2$ кг падает вертикально с ускорением $a = 5$ м/с². Определить силу сопротивления при движении этого тела.

1.217. Грузы одинаковой массой ($m_1 = m_2 = 0,5$ кг) соединены нитью и перекинуты через невесомый блок, укрепленный на конце стола (рис. 20). Коэффициент трения груза m_2 о стол $f = 0,15$. Пренебрегая трением в блоке, определить силу натяжения нити.

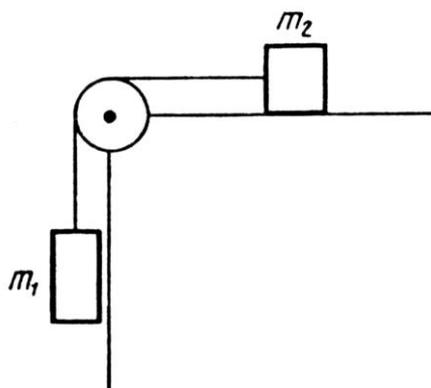


Рис. 20

1.218. На горизонтальной поверхности находится доска массой m_2 , на которой лежит брусок массой m_1 . Коэффициент трения бруска о поверхность доски равен f . К доске приложена горизонтальная сила F , зависящая от времени по закону $F = At$, где A — некоторая постоянная. Определить: 1) момент времени t_0 , когда доска начнет выскальзывать из-под бруска; 2) ускорения бруска a_1 и доски a_2 .

1.219. В установке, показанной на рис. 21, массы тел равны m_0 , m_1 и m_2 , массы блока и нитей пренебрежимо малы и трения в блоке нет. Найти ускорение a , с которым опускается тело m_0 , и силу натяжения нити, связывающей тела m_1 и m_2 , если коэффициент трения между этими телами и горизонтальной поверхностью равен k .

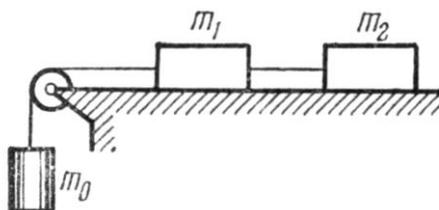


Рис. 21

1.220. На гладкой горизонтальной плоскости лежит доска массы m_1 и на ней брусок массы m_2 . К бруску приложили горизонтальную силу, увеличивающуюся со временем t по закону $F = \alpha t$, где α - постоянная. Найти зависимости от t ускорений доски a_1 и бруска a_2 , если коэффициент трения между доской и бруском равен k . Изобразить примерные графики этих зависимостей.

1.221. Брусок массы m тянут за нить так, что он движется с постоянной скоростью по горизонтальной плоскости с коэффициентом трения k (рис. 22).

Найти угол α , при котором натяжение нити будет наименьшим. Чему оно равно?

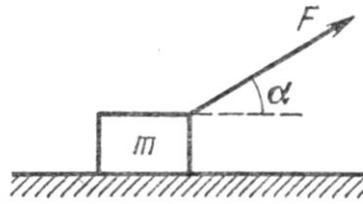


Рис. 22

1.222. Два соприкасающихся бруска лежат на горизонтальном столе, по которому они могут скользить без трения. Масса первого бруска $m_1 = 2$ кг, масса второго бруска $m_2 = 3$ кг. Один из брусков толкают силой $F_0 = 10$ Н (рис. 23). Найти: 1. Силу F , с которой бруски давят друг на друга в случае, если сила F_0 приложена а) к бруску 1, б) к бруску 2. 2. Что примечательного в полученных результатах?

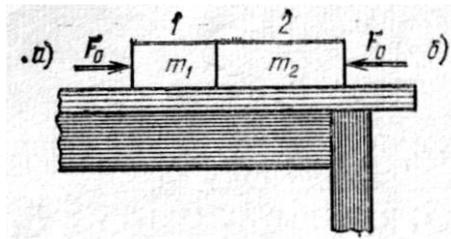


Рис. 23

1.223. Решить предыдущую задачу в предположении, что коэффициент трения между бруском и столом равен $k_1 = 0,100$ для бруска 1 и $k_2 = 0,200$ для бруска 2.

1.224. Решить предыдущую задачу, положив $k_1 = 0,200$ и $k_2 = 0,100$.

1.225. На горизонтальном столе лежат два тела массы $M = 1,000$ кг каждое. Тела связаны невесомой нерастяжимой нитью (рис. 24). Такая же нить связывает тело 2 с грузом массы $m = 0,500$ кг. Нить может скользить без трения по изогнутому желобу, укрепленному на краю стола. Коэффициент трения первого тела со столом $k_1 = 0,100$, второго тела $k_2 = 0,150$. Найти: а) ускорение ω , с которым движутся тела, б) натяжение F_{12} нити, связывающей тела 1 и 2, в) натяжение F нити, на которой висит груз.

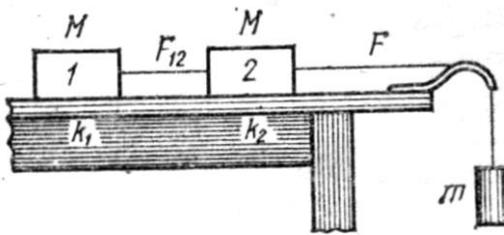


Рис. 24

1.226. Ящик массой 60 кг тянут равномерно по полу с помощью веревки, прикрепленной к ящику. Веревка образует угол 30° с полом. Коэффициент трения между ящиком и полом равен 0,4. Определить силу, под действием которой движется ящик.

1.227. На брусок массой 5 кг в горизонтальном направлении действует сила в 20 Н. Определить ускорение, с которым движется брусок, если коэффициент трения бруска с горизонтальной поверхностью $k = 0,4$.

1.228. Сани массой 200 кг движутся ускоренно в горизонтальном направлении. Действующая сила в 1000 Н приложена под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Коэффициент трения $k = 0,05$. Определить ускорение.

1.229. Деревянный брусок массой $m_1 = 350$ г, находящийся на горизонтальной плоскости, привязан к нити, которая перекинута через блок (без трения). Другим концом нить прикреплена к грузу массой $m_2 = 265$ г (рис. 25). Коэффициент трения между бруском и плоскостью 0,45. Определить ускорение системы и натяжение нити.

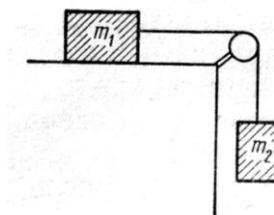


Рис. 25

1.230. С каким ускорением a должна двигаться тележка (рис. 26), чтобы положение грузов m_1 и m_2 оставалось неизменным? Коэффициент трения $k = 0,3$.

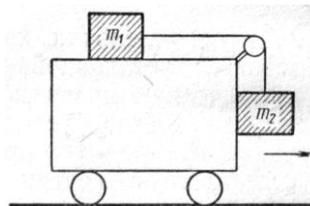


Рис. 26

Тема 6. Движение тел по наклонной плоскости

1.231. Наклонная плоскость, образующая угол $\alpha = 25^\circ$ с плоскостью горизонта, имеет длину $l = 2$ м. Тело, двигаясь равноускоренно, соскользнуло с этой плоскости за время $t = 2$ с. Определить коэффициент трения f тела о плоскость.

1.232. Шайба, пущенная по поверхности льда с начальной скоростью $v_0 = 20$ м/с, остановилась через $t = 40$ с. Найти коэффициент трения f шайбы о лед.

1.233. На автомобиль массой 1 т во время движения действует сила трения, равная 0,1 его силы тяжести. Найти силу тяги, развиваемую мотором автомобиля, если автомобиль движется с постоянной скоростью: 1) в гору с уклоном 1 м на каждые 25 м пути, 2) под гору с тем же уклоном.

1.234. Найти силу тяги, развиваемую мотором автомобиля, движущегося в гору с ускорением 1 м/с^2 . Уклон горы равен 1 м на каждые 25 м пути. Масса автомобиля 1 т. Коэффициент трения равен 0,1.

1.235. Тело лежит на наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол 4° . 1) При каком предельном значении коэффициента трения тело начнет скользить по наклонной плоскости? 2) С каким ускорением будет скользить тело по плоскости, если коэффициент трения равен 0,03? 3) Сколько времени потребуется для прохождения при этих условиях 100 м пути? 4) Какую скорость тело будет иметь в конце этих 100 м?

1.236. Тело скользит по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Пройдя расстояние $s = 36,4$ см, тело приобретает скорость $v = 2$ м/с. Чему равен коэффициент трения тела о плоскость?

1.237. Тело скользит по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол 45° . Зависимость пройденного телом расстояния s от времени t дается уравнением $s = Ct^2$, где $C = 1,73 \text{ м/с}^2$. Найти коэффициент трения тела о плоскость.

1.238. Невесомый блок укреплен на вершине наклонной плоскости (рис. 27), составляющей с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Гири A и B равной массы $m_1 = m_2 = 1$ кг соединены нитью и перекинуты через блок. Найти: 1) ускорение, с которым движутся гири, 2) натяжение нити. Трением в блоке, а также трением гири B о наклонную плоскость пренебречь.

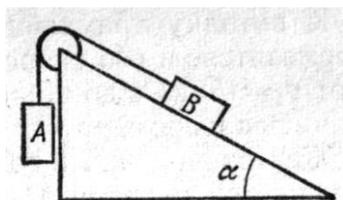


Рис. 27

1.239. Решить предыдущую задачу при условии, что коэффициент трения гири B о наклонную плоскость $k = 0,1$. Трением в блоке пренебречь.

1.240. Невесомый блок укреплен на вершине двух наклонных плоскостей, составляющих с горизонтом углы $\alpha = 30^\circ$ и $\beta = 45^\circ$ (рис. 28). Гири A и B равной массы $m_1 = m_2 = 1$ кг соединены нитью и перекинуты через блок. Найти: 1) ускорение, с которым движутся гири, 2) натяжение нити. Трением гирь A и B о наклонные плоскости, а также трением в блоке пренебречь.

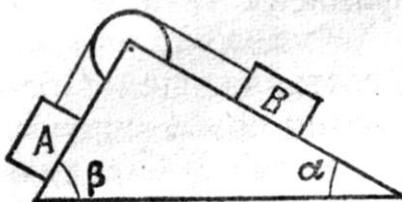


Рис. 28

1.241. С вершины клина, длина которого $l = 2$ м и высота $h = 1$ м, начинает скользить небольшое тело. Коэффициент трения между телом и клином $f = 0,15$. Определить: 1) ускорение, с которым движется тело; 2) время прохождения тела вдоль клина; 3) скорость тела у основания клина.

1.242. По наклонной плоскости с углом α наклона к горизонту, равным 30° , скользит тело. Определить скорость тела в конце второй секунды от начала скольжения, если коэффициент трения $f = 0,15$.

1.243. Вагон массой $m = 1$ т спускается по канатной железной дороге с уклоном $\alpha = 15^\circ$ к горизонту (рис. 29). Принимая коэффициент трения $f = 0,05$, определить силу натяжения каната при торможении вагона в конце спуска, если скорость вагона перед торможением $v_0 = 2,5$ м/с, а время торможения $t = 6$ с.

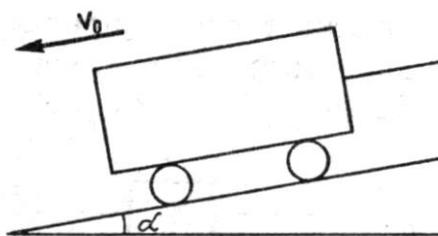


Рис. 29

1.244. Грузы одинаковой массой ($m_1 = m_2 = 0,5$ кг) соединены нитью и перекинуты через невесомый блок, укрепленный на конце стола (рис. 30).

Коэффициент трения груза m_2 о стол $f = 0,15$. Пренебрегая трением в блоке, определить: 1) ускорение, с которым движутся грузы; 2) силу натяжения нити.

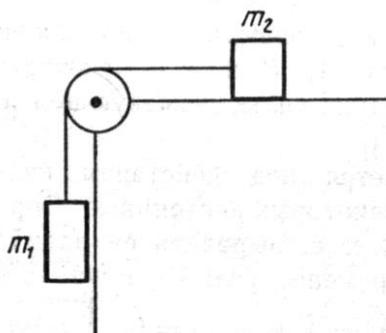


Рис. 30

1.245. В установке (рис. 31) угол α наклона плоскости с горизонтом равен 30° , массы тел одинаковы ($m = 1$ кг). Считая нить и блок невесомыми и пренебрегая трением в оси блока, определить силу давления на ось, если коэффициент трения между наклонной плоскостью и лежащим на ней телом $f = 0,1$.

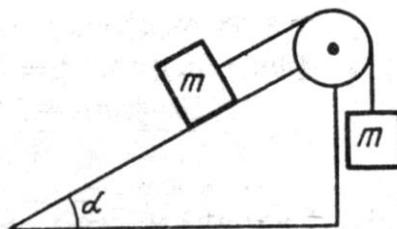


Рис. 31

1.246. На наклонную плоскость с углом наклона к горизонту $\alpha = 35^\circ$ положена доска массой $m_2 = 2$ кг, а на доску - брусок массой $m_1 = 1$ кг. Коэффициент трения между бруском и доской $f_1 = 0,1$, а между доской и плоскостью $f_2 = 0,2$. Определить: 1) ускорение бруска; 2) ускорение доски; 3) коэффициент трения f_2 , при котором доска не будет двигаться.

1.247. Вагон под действием силы тяжести катится вдоль дороги, составляющей угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом. Сила трения составляет $\eta = 10\%$ от веса вагона. К потолку вагона на нити подвешен шарик массой $m = 15$ г. Определить: 1) силу F , действующую на нить; 2) угол φ отклонения нити от вертикали.

1.248. Вагон под действием силы тяжести катится вдоль дороги, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$, а затем переходящей в

горизонтальный участок. Силы трения на обоих участках составляют 10 % от веса вагона. К потолку вагона на нити подвешен шарик массой $m = 15$ г. Определить силу F , действующую на нить, и угол φ отклонения нити от вертикали на: 1) наклонном; 2) горизонтальном участках дороги.

1.249. На наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30^\circ$ (рис. 32) лежит тело. Коэффициент трения между телом и наклонной плоскостью $f = 0,2$. Определить наименьшее горизонтально направленное ускорение a , с которым должна двигаться наклонная плоскость, чтобы тело, лежащее на ней, поднималось по наклонной плоскости.

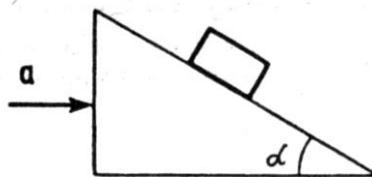


Рис. 32

1.250. На наклонную плоскость, составляющую угол α с горизонтом, поместили два бруска 1 и 2 (рис. 33). Массы брусков равны m_1 и m_2 , коэффициенты трения между плоскостью и этими брусками - соответственно k_1 и k_2 , причем $k_1 > k_2$. Найти: а) силу взаимодействия между брусками в процессе движения; б) значения угла α , при которых не будет скольжения.

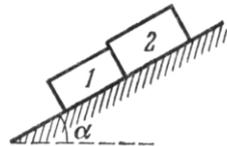


Рис. 33

1.251. Небольшое тело пустили снизу вверх по наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 15^\circ$ с горизонтом. Найти коэффициент трения, если время подъема тела оказалось в $\eta = 2$ раза меньше времени спуска.

1.252. В установке (рис. 34) известны угол α и коэффициент трения k между телом m_1 и наклонной плоскостью. Массы блока и нити пренебрежимо малы, трения в блоке нет. Вначале оба тела неподвижны. Найти отношение масс m_2/m_1 , при котором тело m_2 начнет: а) опускаться; б) подниматься.

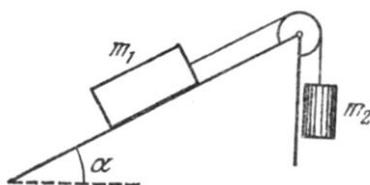


Рис. 34

1.253. Наклонная плоскость (см. рис. 35) составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом. Отношение масс тел $m_2/m_1 = \eta = 2/3$. Коэффициент трения между телом m_1 и плоскостью $k = 0,10$. Массы блока и нити пренебрежимо малы. Найти модуль и направление ускорения тела m_2 , если система пришла в движение из состояния покоя.

1.254. Небольшое тело m начинает скользить по наклонной плоскости из точки, расположенной над вертикальным упором A (рис. 35). Коэффициент трения между телом и наклонной плоскостью $k = 0,140$. При каком значении угла α время соскальзывания будет наименьшим?

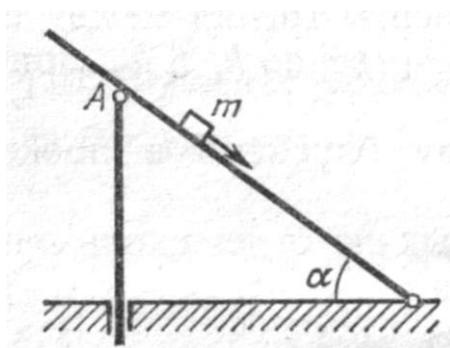


Рис. 35

1.255. Шайбу положили на наклонную плоскость и сообщили направленную вверх начальную скорость U_0 . Коэффициент трения между шайбой и плоскостью равен k . При каком значении угла наклона α шайба пройдет вверх по плоскости наименьшее расстояние? Чему оно равно?

1.256. Призме 1 , на которой находится брусок 2 массы сообщили горизонтальное ускорение a (рис. 36). При каком максимальном значении этого ускорения брусок будет оставаться еще неподвижным относительно призмы, если коэффициент трения между ними $k < ctg\alpha$?

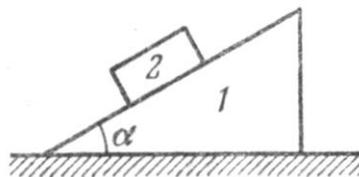


Рис. 36

1.257. Чтобы определить коэффициент трения k между деревянными поверхностями, брусок положили на доску и стали поднимать один конец доски до тех пор, пока брусок не начал по ней скользить. Это произошло при угле наклона доски $\alpha = 14^\circ$. Чему равен k ?

1.258. Два соприкасающихся бруска скользят по наклонной доске (рис. 37). Масса первого бруска $m_1 = 2$ кг, масса второго бруска $m_2 = 3$ кг. Коэффициент трения между бруском и доской равен $k_1 = 0,100$ для бруска 1 и $k_2 = 0,200$ для бруска 2. Угол наклона доски $\alpha = 45^\circ$. Определить: а) ускорение ω , с которым движутся бруски, б) силу F , с которой бруски давят друг на друга. Что происходило бы в случае $k_1 > k_2$?

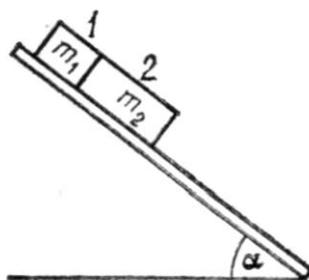


Рис. 37

1.259. Ящик массой 100 кг поднимают вверх по наклонной плоскости длиной 45 м и высотой 6 м с помощью веревки, расположенной параллельно плоскости. Определить натяжение веревки, которое потребуется, чтобы поднять ящик с постоянной скоростью, если коэффициент трения соприкасающихся поверхностей равен 0,3.

1.260. Сани начинают двигаться по поверхности холма под углом 30° к горизонту с расстояния $l = 10$ м от его подножия. Пройдя в горизонтальном направлении путь $s = 90$ м, они останавливаются. Определить коэффициент трения саней о снег.

1.261. Два одинаковых тела A и B массой m связаны нитью и находятся на наклонных плоскостях, образующих с горизонтом углы α и β (рис. 38). Тело B начинает скользить вниз по наклонной плоскости. С каким ускорением будут двигаться тела A и B , если коэффициенты трения соответственно равны k_1 и k_2 ?

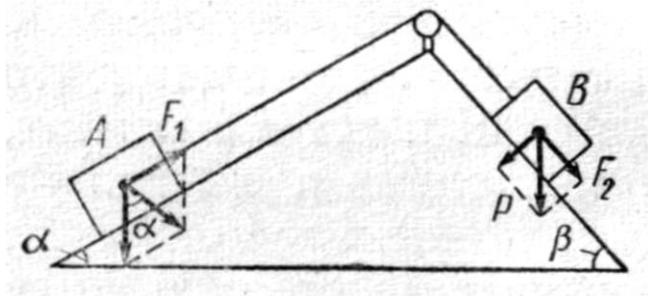


Рис. 38

1.262. Сани массой 100 кг скатываются с холма и скользят по горизонтальной поверхности. Как далеко сани пройдут по льду, если у подножия холма они достигают скорости 10 м/с? Коэффициент трения между санями и горизонтальной поверхностью льда у подножия холма 0,03.

1.263. Тело массой 100 кг поднимают по наклонной плоскости с ускорением 2 м/с². Какую силу, параллельную наклонной плоскости, необходимо приложить для подъема тела? Коэффициент трения соприкасающихся поверхностей $k = 0,2$, угол наклона 30° .

Тема 7. Движение тел по окружности

1.264. Диск радиусом $R = 40$ см вращается вокруг вертикальной оси. На краю диска лежит кубик. Принимая коэффициент трения $f = 0,4$, найти частоту n вращения, при которой кубик соскользнет с диска.

1.265. Акробат на мотоцикле описывает «мертвую петлю» радиусом $r = 4$ м. С какой наименьшей скоростью v_{\min} должен проезжать акробат верхнюю точку петли, чтобы не сорваться?

1.266. К шнуру подвешена гиря. Гирю отвели в сторону так, что шнур принял горизонтальное положение, и отпустили. Как велика сила T натяжения шнура в момент, когда гиря проходит положение равновесия? Какой угол φ с вертикалью составляет шнур в момент, когда сила натяжения шнура равна силе тяжести гири?

1.267. Самолет описывает петлю Нестерова радиусом $R = 200$ м. Во сколько раз сила F , с которой летчик давит на сиденье в нижней точке, больше силы тяжести P летчика, если скорость самолета $v = 100$ м/с?

1.268. Грузик, привязанный к шнуру длиной $l = 50$ см, описывает окружность в горизонтальной плоскости. Какой угол φ образует шнур с вертикалью, если частота вращения $n = 1$ с⁻¹?

1.269. Грузик, привязанный к нити длиной $l = 1$ м, описывает окружность в горизонтальной плоскости. Определить период T обращения, если нить отклонена на угол $\varphi = 60^\circ$ от вертикали.

1.270. При насадке маховика на ось центр тяжести оказался на расстоянии $r = 0,1$ мм от оси вращения. В каких пределах меняется сила F давления оси на подшипники, если частота вращения маховика $n = 10$ с⁻¹? Масса m маховика равна 100 кг.

1.271. Мотоцикл едет по внутренней поверхности вертикального цилиндра радиусом $R = 11,2$ м. Центр тяжести мотоцикла с человеком расположен на расстоянии $R = 0,8$ м от поверхности цилиндра. Коэффициент трения f покрышек о поверхность цилиндра равен 0,6. С какой минимальной скоростью v_{\min} должен ехать мотоциклист? Каков будет при этом угол φ наклона его к плоскости горизонта?

1.272. Автомобиль массой $m = 5$ т движется со скоростью $v = 10$ м/с по выпуклому мосту. Определить силу F давления автомобиля на мост в его верхней части, если радиус R кривизны моста равен 50 м.

1.273. Сосуд с жидкостью вращается с частотой $n = 2$ с⁻¹, вокруг вертикальной оси. Поверхность жидкости имеет вид воронки. Чему равен угол φ наклона поверхности жидкости в точках, лежащих на расстоянии $r = 5$ см от оси?

1.274. Автомобиль идет по закруглению шоссе, радиус R кривизны которого равен 200 м. Коэффициент трения f колес о покрытие дороги равен 0,1 (гололед). При какой скорости v автомобиля начнется его занос?

1.275. Какую наибольшую скорость v_{\max} может развить велосипедист, проезжая закругление радиусом $R = 50$ м, если коэффициент трения скольжения f между шинами и асфальтом равен 0,3? Каков угол φ отклонения велосипеда от вертикали, когда велосипедист движется по закруглению?

1.276. На какую часть уменьшается вес тела на экваторе вследствие вращения Земли вокруг оси?

1.277. Какой продолжительности должны были бы быть сутки на Земле, чтобы тела на экваторе не имели веса?

1.278. Трамвайный вагон массой 5 т идет по закруглению радиусом 128 м. Найти силу бокового давления колес на рельсы при скорости движения 9 км/ч.

1.279. Ведерко с водой, привязанное к веревке длиной 60 см, равномерно вращается в вертикальной плоскости. Найти: 1) наименьшую скорость вращения ведерка, при которой в высшей точке вода из него не выливается, 2) натяжение веревки при этой скорости в высшей и низшей точках окружности. Масса ведерка с водой 2 кг.

1.280. Камень, привязанный к веревке длиной $l = 50$ см, равномерно вращается в вертикальной плоскости. Найти, при какой частоте веревка разорвется, если известно, что она разрывается при натяжении, равном десятикратной силе тяжести камня.

1.281. Камень, привязанный к веревке, равномерно вращается в вертикальной плоскости. Найти массу камня, если известно, что разность между максимальным и минимальным натяжениями веревки равна 1 кг·с.

1.282. Гирька, привязанная к нити длиной 30 см, описывает в горизонтальной плоскости окружность радиусом 15 см. Какой частоте соответствует скорость вращения гирьки?

1.283. Гирька массой 50 г, привязанная к нити длиной 25 см, описывает в горизонтальной плоскости окружность. Скорость вращения гирьки соответствует частоте 2 об/с. Найти натяжение нити.

1.284. Диск вращается вокруг вертикальной оси, делая 30 об/мин. На расстоянии 20 см от оси вращения на диске лежит тело. Каков должен быть коэффициент трения между телом и диском, чтобы тело не скатилось с диска?

1.285. Самолет, летящий со скоростью 900 км/ч, делает «мертвую петлю». Каков должен быть радиус «мертвой петли», чтобы наибольшая сила, прижимающая летчика к сидению, была равна: 1) пятикратной силе тяжести летчика, 2) десятикратной силе тяжести летчика?

1.286. Мотоциклист едет по горизонтальной дороге со скоростью 72 км/ч, делая поворот радиусом кривизны 100 м. На сколько при этом он должен наклониться, чтобы не упасть при повороте?

1.287. К потолку трамвайного вагона подвешен на нити шар. Вагон идет со скоростью 9 км/ч по закруглению радиусом 36,4 м. На какой угол отклонится при этом нить с шаром?

1.288. Длина стержней центробежного регулятора (рис. 39) равна 12,5 см. Какое число оборотов в секунду делает центробежный регулятор, если при вращении грузы отклонились от вертикали на угол: 1) 60° , 2) 30° ?

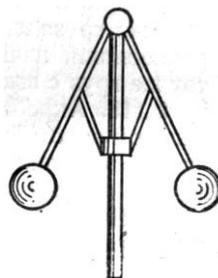


Рис. 39

1.289. Шоссе имеет вираж с уклоном 10° при радиусе закругления дороги 100 м. На какую скорость рассчитан вираж?

1.290. Груз массой 1 кг, висящий на нити, отклоняют на угол 30° . Найти натяжение нити в момент прохождения грузом положения равновесия.

1.291. Мальчик вращается на «гигантских шагах», делая 16 об/мин. Длина канатов равна 5 м. 1) Какой угол с вертикалью составляют канаты «гигантских шагов»? 2) Каково натяжение канатов, если масса мальчика равна 45 кг? 3) Какова скорость вращения мальчика?

1.292. Груз массой $m = 1$ кг, висящий на невесомом стержне длиной $l = 0,5$ м, совершает колебания в вертикальной плоскости. 1) При каком угле отклонения α стержня от вертикали кинетическая энергия груза в его нижнем положении равна $W_k = 2,45$ Дж? 2) Во сколько раз при таком угле отклонения натяжение стержня в его среднем положении больше натяжения стержня в его крайнем положении?

1.293. На невесомом стержне висит груз, сила тяжести которого равна P . Груз отклоняют на угол 90° и отпускают. Найти натяжение стержня при прохождении им положения равновесия.

1.294. Стальная проволока некоторого радиуса выдерживает натяжение до 2,94 кН. На такой проволоке подвешен груз массой 150 кг. На какой наибольший угол можно отклонить проволоку с грузом, чтобы она не разорвалась при прохождении грузом положения равновесия?

1.295. Камень массой 0,5 кг, привязанный к веревке длиной $l = 50$ см, равномерно вращается в вертикальной плоскости. Натяжение веревки в нижней точке окружности $T = 44$ Н. На какую высоту поднимется камень, если

веревка обрывается в тот момент, когда скорость направлена вертикально вверх?

1.296. Самолет, летящий со скоростью $v = 360$ км/ч, описывает вертикальную петлю Нестерова радиусом $R = 360$ м. Определить силу, прижимающую летчика ($m = 80$ кг) к сиденью: 1) в нижней точке этой петли; 2) в верхней точке этой петли.

1.297. Модель центробежного регулятора (рис. 40) вращается с частотой $n = 2$ с⁻¹. Учитывая только массу шаров, определить угол отклонения стержней, несущих шары. Длина стержней $l = 15$ см.

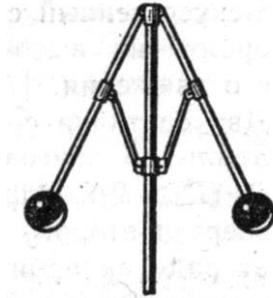


Рис. 40

1.298. Мотоциклист в цирке едет вдоль внутренней поверхности вертикального цилиндра радиусом $r = 15$ м. Центр масс мотоцикла с человеком отстоит на $h = 1$ м от места соприкосновения колес со стенкой. Коэффициент трения шин о стенки $f = 0,5$. Определить: 1) минимальную скорость v_{\min} , с которой должен ехать мотоциклист; 2) угол α наклона мотоциклиста к горизонтальной поверхности при данной минимальной скорости.

1.299. Самолет делает «мертвую петлю» радиуса $R = 500$ м с постоянной скоростью $v = 360$ км/ч. Найти вес летчика массы $m = 70$ кг в нижней, верхней и средней точках петли.

1.300. Небольшой шарик массы m , подвешенный на нити, отвели в сторону так, что нить образовала прямой угол с вертикалью, и затем отпустили. Найти: а) модуль полного ускорения шарика и силу натяжения нити в зависимости от ϑ - угла отклонения нити от вертикали; б) силу натяжения нити в момент, когда вертикальная составляющая скорости шарика максимальна; в) угол ϑ между нитью и вертикалью в момент, когда вектор полного ускорения шарика направлен горизонтально.

1.301. Шарик, подвешенный на нити, качается в вертикальной плоскости так, что его ускорения в крайнем и нижнем положениях равны по модулю друг другу. Найти угол ϑ отклонения нити в крайнем положении.

1.302. Небольшое тело A начинает скользить с вершины гладкой сферы радиуса R . Найти угол ϑ между вертикалью и радиус-вектором,

характеризующим положение тела A относительно центра сферы в момент отрыва от нее, а также скорость тела в этот момент.

1.303. Автомашина движется с постоянным тангенциальным ускорением $a_\tau = 0,62 \text{ м/с}^2$ по горизонтальной поверхности, описывая окружность радиуса $R = 40 \text{ м}$. Коэффициент трения скольжения между колесами машины и поверхностью $k = 0,20$. Какой путь пройдет машина без скольжения, если в начальный момент ее скорость равна нулю?

1.304. Мотоциклист едет по внутренней поверхности вертикальной цилиндрической стенки радиуса $R = 5,0 \text{ м}$. Центр масс человека с мотоциклом расположен на расстоянии $l = 0,8 \text{ м}$ от стенки. Коэффициент трения между колесами и стенкой $k = 0,34$. С какой минимальной скоростью может ехать мотоциклист по горизонтальной окружности?

1.305. Горизонтально расположенный диск вращается вокруг проходящей через его центр вертикальной оси со скоростью $n = 10 \text{ об/мин}$. На каком расстоянии r от центра диска может удержаться лежащее на диске небольшое тело, если коэффициент трения $k = 0,200$?

1.306. Небольшому телу сообщают начальный импульс, в результате чего оно начинает двигаться поступательно без трения вверх по наклонной плоскости со скоростью $v_0 = 3 \text{ м/с}$. Плоскость образует с горизонтом угол $\alpha = 20^\circ$. Определить: а) на какую высоту h поднимется тело, б) сколько времени t_1 тело будет двигаться вверх до остановки.

Тема 8. Импульс, закон сохранения импульса

1.307. Материальная точка массой $m = 1$ кг, двигаясь равномерно, описывает четверть окружности радиусом $r = 1,2$ м в течение времени $t = 2$ с. Найти изменение Δp импульса точки.

1.308. Тело массой $m = 5$ кг брошено под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту с начальной скоростью $v_0 = 20$ м/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти: 1) импульс силы F , действующей на тело, за время его полета; 2) изменение Δp импульса тела за время полета.

1.309. Шарик массой $m = 100$ г упал с высоты $h = 2,5$ м на горизонтальную плиту, масса которой много больше массы шарика, и отскочил от нее вверх. Считая удар абсолютно упругим, определить импульс p , полученный плитой.

1.310. Шарик массой $m = 300$ г ударился о стену и отскочил от нее. Определить импульс p_1 , полученный стеной, если в последний момент перед ударом шарик имел скорость $v_0 = 10$ м/с, направленную под углом $\alpha = 30^\circ$ к поверхности стены. Удар считать абсолютно упругим.

1.311. Шарик массой $m = 0,2$ кг соскальзывает без трения по желобу высотой $h = 2$ м. Начальная скорость v_0 шарика равна нулю. Найти изменение Δp импульса шарика и импульс p , полученный желобом при движении тела.

1.312. Шар массой $m_1 = 10$ кг, движущийся со скоростью $v_1 = 4$ м/с, сталкивается с шаром массой $m_2 = 4$ кг, скорость v_2 которого равна 12 м/с. Считая удар прямым, неупругим, найти скорость u шаров после удара в двух случаях: 1) малый шар нагоняет большой шар, движущийся в том же направлении; 2) шары движутся навстречу друг другу.

1.313. В лодке массой $m_1 = 240$ кг стоит человек массой $m_2 = 60$ кг. Лодка плывет со скоростью $v_1 = 2$ м/с. Человек прыгает с лодки в горизонтальном направлении со скоростью $v = 4$ м/с (относительно лодки). Найти скорость u движения лодки после прыжка человека в двух случаях: 1) человек прыгает вперед по движению лодки и 2) в сторону, противоположную движению лодки.

1.314. На полу стоит тележка в виде длинной доски, снабженной легкими колесами. На одном конце доски стоит человек. Масса человека $M = 60$ кг, масса доски $m = 20$ кг. С какой скоростью u (относительно пола) будет двигаться тележка, если человек пойдет вдоль доски со скоростью (относительно доски) $v = 1$ м/с? Массой колес пренебречь. Трение во втулках не учитывать.

1.315. В предыдущей задаче найти, на какое расстояние d :
1) передвинется тележка, если человек перейдет на другой конец доски;
2) переместится человек относительно пола; 3) переместится центр масс системы тележка - человек относительно доски и относительно пола. Длина l доски равна 2 м.

1.316. На железнодорожной платформе установлено орудие. Масса платформы с орудием $M = 15$ т. Орудие стреляет вверх под углом $\varphi = 60^\circ$ к горизонту в направлении пути. С какой скоростью покатится платформа вследствие отдачи, если масса снаряда $m = 20$ кг и он вылетает со скоростью $v_2 = 600$ м/с?

1.317. Снаряд массой $m = 10$ кг обладал скоростью $v = 200$ м/с и верхней точке траектории. В этой точке он разорвался на две части. Меньшая массой $m_1 = 3$ кг получила скорость $u_1 = 400$ м/с в прежнем направлении. Найти скорость u_2 второй, большей части после разрыва.

1.318. В предыдущей задаче найти, с какой скоростью u_2 и под каким углом φ_2 к горизонту полетит большая часть снаряда, если меньшая полетела вперед под углом $\varphi_1 = 60^\circ$ к горизонту.

1.319. Два конькобежца массами $m_1 = 80$ кг и $m_2 = 50$ кг, держась за концы длинного натянутого шнура, неподвижно стоят на льду один против другого. Один из них начинает укорачивать шнур, выбирая его со скоростью $v = 1$ м/с. С какими скоростями u_1 и u_2 будут двигаться по льду конькобежцы? Трением пренебречь.

1.320. Молекула массой $m = 4,65 \cdot 10^{-26}$ кг, летящая нормально к стенке сосуда со скоростью $v = 600$ м/с, ударяется о стенку и упруго отскакивает от нее без потери скорости. Найти импульс силы, полученный стенкой за время удара.

1.321. Молекула массой $m = 4,65 \cdot 10^{-26}$ кг, летящая со скоростью $v = 600$ м/с, ударяется о стенку сосуда под углом 60° к нормали и под таким же углом упруго отскакивает от нее без потери скорости. Найти импульс силы, полученный стенкой за время удара.

1.322. Шарик массой 0,1 кг, падая вертикально с некоторой высоты, ударяется о наклонную плоскость и упруго отскакивает от нее без потери скорости. Угол наклона плоскости к горизонту равен 30° . Импульс силы, полученный плоскостью за время удара, равен 1,73 Н·с. Сколько времени пройдет от момента удара шарика о плоскость до момента, когда он будет находиться в наивысшей точке траектории?

1.323. На рельсах стоит платформа массой $m_1 = 10$ т. На платформе закреплено орудие массой $m_2 = 5$ т, из которого производится, выстрел вдоль

рельсов. Масса снаряда $m_3 = 100$ кг; его начальная скорость относительно орудия $v_0 = 500$ м/с. Определить скорость v_x платформы в первый момент после выстрела, если: 1) платформа стояла неподвижно, 2) платформа двигалась со скоростью $v_1 = 18$ км/ч и выстрел был произведен в направлении ее движения, 3) платформа двигалась со скоростью $v_1 = 18$ км/ч и выстрел был произведен в направлении, противоположном направлению движения.

1.324. Из ружья массой 5 кг вылетает пуля массой $5 \cdot 10^{-3}$ кг со скоростью 600 м/с. Найти скорость отдачи ружья.

1.325. Человек массой 60 кг, бегущий со скоростью 8 км/ч, догоняет тележку массой 80 кг, движущуюся со скоростью 2,9 км/ч, и вскакивает на нее. 1) С какой скоростью станет двигаться тележка? 2) С какой скоростью будет двигаться тележка, если человек бежал ей навстречу?

1.326. Снаряд массой 100 кг, летящий горизонтально вдоль железнодорожного пути со скоростью 500 м/с, попадает в вагон с песком массой 10 т и застревает в нем. Какую скорость получит вагон, если: 1) вагон стоял неподвижно, 2) вагон двигался со скоростью 36 км/ч в том же направлении, что и снаряд, 3) вагон двигался со скоростью 36 км/ч в направлении, противоположном движению снаряда?

1.327. Граната, летящая со скоростью 10 м/с, разорвалась на два осколка. Большой осколок, масса которого составляла 60% массы всей гранаты, продолжал двигаться в прежнем направлении, но с увеличенной скоростью, равной 25 м/с. Найти скорость меньшего осколка.

1.328. Тело массой 1 кг, движущееся горизонтально со скоростью 1 м/с, догоняет второе тело массой 0,5 кг и неупруго сталкивается с ним. Какую скорость получают тела, если: 1) второе тело стояло неподвижно, 2) второе тело двигалось со скоростью 0,5 м/с в том же направлении, что и первое тело, 3) второе тело двигалось со скоростью 0,5 м/с в направлении, противоположном направлению движения первого тела.

1.329. Конькобежец массой 70 кг, стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой 3 кг со скоростью 8 м/с. Найти, на какое расстояние откатится при этом конькобежец, если известно, что коэффициент трения коньков о лед равен 0,02.

1.330. Человек, стоящий на неподвижной тележке, бросает вперед в горизонтальном направлении камень массой 2 кг. Тележка с человеком покатила назад, и в первый момент после бросания ее скорость была равна 0,1 м/с. Масса тележки с человеком равна 100 кг. Найти кинетическую энергию брошенного камня через 0,5 с после начала его движения. Сопротивлением воздуха при полете камня пренебречь.

1.331. Тело массой $m_1 = 2$ кг движется навстречу второму телу массой $m_2 = 1,5$ кг и неупруго сталкивается с ним. Скорость тел непосредственно

перед столкновением была равна соответственно $v_1 = 1$ м/с и $v_2 = 2$ м/с. Сколько времени будут двигаться эти тела после столкновения, если коэффициент трения $k = 0,05$?

1.332. Автомат выпускает 600 пуль в минуту. Масса каждой пули 4 г, ее начальная скорость 500 м/с. Найти среднюю силу отдачи при стрельбе.

1.333. На рельсах стоит платформа массой $m_1 = 10$ т. На платформе укреплено орудие массой $m_2 = 5$ т, из которого производится выстрел вдоль рельсов. Масса снаряда $m_3 = 100$ кг, его начальная скорость относительно орудия $v_0 = 500$ м/с. На какое расстояние откатится платформа при выстреле, если: 1) платформа стояла неподвижно, 2) платформа двигалась со скоростью $v_1 = 18$ км/ч и выстрел был произведен в направлении ее движения, 3) платформа двигалась со скоростью $v_1 = 18$ км/ч и выстрел был произведен в направлении, противоположном направлению ее движения. Коэффициент трения платформы о рельсы равен 0,002.

1.334. Снаряд массой $m = 5$ кг, вылетевший из орудия, в верхней точке траектории имеет скорость $v = 300$ м/с. В этой точке он разорвался на два осколка, причем больший осколок массой $m_1 = 3$ кг полетел в обратном направлении со скоростью $v_1 = 100$ м/с. Определить скорость v_2 второго, меньшего, осколка.

1.335. Лодка массой $M = 150$ кг и длиной $l = 2,8$ м стоит неподвижно в стоячей воде. Рыбак массой $m = 90$ кг в лодке переходит с носа на корму. Пренебрегая сопротивлением воды, определить, на какое расстояние s при этом сдвинется лодка.

1.336. Снаряд, вылетевший из орудия со скоростью v_0 , разрывается на два одинаковых осколка в верхней точке траектории на расстоянии l (по горизонтали). Один из осколков полетел в обратном направлении со скоростью движения снаряда до разрыва. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить, на каком расстоянии (по горизонтали) от орудия упадет второй осколок.

1.337. Платформа с песком общей массой $M = 2$ т стоит на рельсах на горизонтальном участке пути. В песок попадает снаряд массой $m = 8$ кг и застревает в нем. Пренебрегая трением, определить, с какой скоростью будет двигаться платформа, если в момент попадания скорость снаряда $v = 450$ м/с, а ее направление - сверху вниз под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту.

1.338. На железнодорожной платформе, движущейся по инерции со скоростью $v_0 = 3$ км/ч, укреплено орудие. Масса платформы с орудием $M = 10$ т. Ствол орудия направлен в сторону движения платформы. Снаряд массой $m = 10$ кг вылетает из ствола под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту.

Определить скорость v снаряда (относительно Земли), если после выстрела скорость платформы уменьшилась в $n = 2$ раза.

1.339. Две легкие тележки (массы соответственно m_1 и $m_2 = 2m_1$) соединены между собой сжатой, связанной нитью пружиной. Пережигая нить, пружина распрямляется и тележки разъезжаются в разные стороны. Считая коэффициент трения для обеих тележек одинаковым, определить: 1) v_1/v_2 - отношение скоростей движения тележек; 2) t_1/t_2 - отношение времен, в течение которых тележки движутся; 3) s_1/s_2 - отношение путей, пройденных тележками.

1.340. Две одинаковые тележки массой M каждая движутся по инерции (без трения) друг за другом с одинаковой скоростью v_0 . В какой-то момент времени человек массой m , находящийся на задней тележке, прыгнул в переднюю со скоростью u относительно своей тележки. Определить скорость v_1 передней тележки.

1.341. Две небольшие шайбы, массы которых m_1 и m_2 , связаны нерастяжимой нитью длины l и движутся по гладкой горизонтальной плоскости. В некоторый момент скорость одной шайбы равна нулю, а другой - v , причем ее направление перпендикулярно к нити. Найти силу натяжения нити.

1.342. Плот массы M с находящимся на нем человеком массы m неподвижно стоит на поверхности пруда. Относительно плота человек совершает перемещение l' со скоростью $v'(t)$ и останавливается. Пренебрегая сопротивлением воды, найти: а) перемещение l плота относительно берега; б) горизонтальную составляющую силы, с которой человек действовал на плот в процессе движения.

1.343. Ствол пушки направлен под углом $\vartheta = 48^\circ$ к горизонту. Когда колеса пушки закреплены, скорость снаряда, масса которого в $\eta = 50$ раз меньше массы пушки, $v_0 = 180$ м/с. Найти скорость пушки сразу после выстрела, если колеса ее освободить.

1.344. Пушка массы M начинает свободно скользить вниз по гладкой наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом. Когда пушка прошла путь l , произвели выстрел, в результате которого снаряд вылетел с импульсом p в горизонтальном направлении, а пушка остановилась. Пренебрегая массой снаряда по сравнению с массой пушки, найти продолжительность выстрела.

1.345. Шайба 1, скользившая по шероховатой горизонтальной поверхности, испытала соударение с покоившейся шайбой 2. После столкновения шайба 1 отскочила под прямым углом к направлению своего первоначального движения и прошла до остановки путь $s_1 = 1,5$ м, а шайба

2 - путь $s_2 = 4$ м. Найти скорость шайбы 1 непосредственно перед столкновением, если ее масса в $\eta = 1,5$ раза меньше массы шайбы 2 и коэффициент трения $k = 0,17$.

1.346. Тело массы m бросили под углом к горизонту с начальной скоростью u_0 . Спустя время τ тело упало на Землю. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти: а) приращение импульса тела Δp за время полета, б) среднее значение импульса $\langle p \rangle$ за время τ .

1.347. Два шара движутся навстречу друг другу вдоль прямой, проходящей через их центры. Масса и скорость первого шара равны 4,00 кг и 8,00 м/с, второго шара 6,00 кг и 2,00 м/с. Как будут двигаться шары после абсолютно неупругого соударения?

Тема 9. Энергия. Закон сохранения энергии

1.348. Под действием постоянной силы $F = 400$ Н, направленной вертикально вверх, груз массой $m = 20$ кг был поднят на высоту $h = 15$ м. Какой потенциальной энергией $П$ будет обладать поднятый груз? Какую работу A совершит сила F ?

1.349. Тело массой $m = 1$ кг, брошенное с вышки в горизонтальном направлении со скоростью $v_0 = 20$ м/с, через $t = 3$ с упало на землю. Определить кинетическую энергию T , которую имело тело в момент удара о землю. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.350. Камень брошен вверх под углом $\varphi = 60^\circ$ к плоскости горизонта. Кинетическая энергия T_0 камня в начальный момент времени равна 20 Дж. Определить кинетическую T и потенциальную $П$ энергии камня в высшей точке его траектории. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.351. С какой наименьшей высоты h должен начать скатываться акробат на велосипеде (не работая ногами), чтобы проехать по дорожке, имеющей форму «мертвой петли» радиусом $R = 4$ м, и не оторваться от дорожки в верхней точке петли? Трением пренебречь.

1.352. Камешек скользит с наивысшей точки купола, имеющего форму полусферы. Какую дугу α опишет камешек, прежде чем оторвется от поверхности купола? Трением пренебречь.

1.353. Мотоциклист едет по горизонтальной дороге. Какую наименьшую скорость v он должен развить, чтобы, выключив мотор, проехать по треку, имеющему форму «мертвой петли» радиусом $R = 4$ м? Трением и сопротивлением воздуха пренебречь.

1.354. При выстреле из орудия снаряд массой $m_1 = 10$ кг получает кинетическую энергию $T_1 = 1,8$ МДж. Определить кинетическую энергию T_2 ствола орудия вследствие отдачи, если масса m_2 ствола орудия равна 600 кг.

1.355. Ядро атома распадается на два осколка массами $m_1 = 1,6 \cdot 10^{-25}$ кг и $m_2 = 2,4 \cdot 10^{-25}$ кг. Определить кинетическую энергию T_2 второго осколка, если энергия T_1 первого осколка равна 18 нДж.

1.356. Молекула распадается на два атома. Масса одного из атомов в $n = 3$ раза больше, чем другого. Пренебрегая начальной кинетической энергией и импульсом молекулы, определить кинетические энергии T_1 и T_2 атомов, если их суммарная кинетическая энергия $T = 0,032$ нДж.

1.357. Пуля массой $m = 10$ г, летевшая со скоростью $v = 600$ м/с, попала в баллистический маятник (рис. 41) массой $M = 5$ кг и застряла в нем. На какую высоту h , откачнувшись после удара, поднялся маятник?

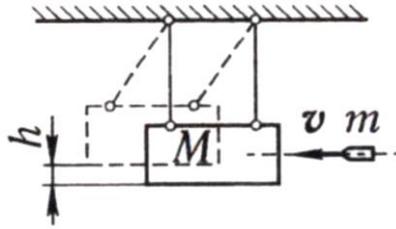


Рис. 41

1.358. В баллистический маятник массой $M = 5$ кг попала пуля массой $m = 10$ г и застряла в нем. Найти скорость U пули, если маятник, отклонившись после удара, поднялся на высоту $h = 10$ см.

1.359. Два груза массами $m_1 = 10$ кг и $m_2 = 15$ кг подвешены на нитях длиной $l = 2$ м так, что грузы соприкасаются между собой. Меньший груз был отклонен на угол $\varphi = 60^\circ$ и выпущен. Определить высоту h , на которую поднимутся оба груза после удара. Удар грузов считать неупругим.

1.360. Два неупругих шара массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 3$ кг движутся со скоростями соответственно $v_1 = 8$ м/с и $v_2 = 4$ м/с. Определить увеличение ΔU внутренней энергии шаров при их столкновении в двух случаях: 1) меньший шар нагоняет больший; 2) шары движутся навстречу друг другу.

1.361. Шар массой m_1 , летящий со скоростью $v_1 = 5$ м/с, ударяет неподвижный шар массой m_2 . Удар прямой, неупругий. Определить скорость u шаров после удара, а также долю ω кинетической энергии летящего шара, израсходованной на увеличение внутренней энергии этих шаров. Рассмотреть два случая: 1) $m_1 = 2$ кг, $m_2 = 8$ кг; 2) $m_1 = 8$ кг, $m_2 = 2$ кг.

1.362. Шар массой $m_1 = 2$ кг налетает на покоящийся шар массой $m_2 = 8$ кг. Импульс p_1 движущегося шара равен 10 кг·м/с. Удар шаров прямой, упругий. Определить непосредственно после удара: 1) импульсы p'_1 первого шара и p'_2 второго шара; 2) изменение Δp_1 импульса первого шара; 3) кинетические энергии T'_1 первого шара и T'_2 второго шара; 4) изменение ΔT_1 кинетической энергии первого шара; 5) долю ω кинетической энергии, переданной первым шаром второму.

1.363. Шар массой $m_1 = 6$ кг налетает на другой, покоящийся шар массой $m_2 = 4$ кг. Импульс p_1 первого шара равен 5 кг·м/с. Удар шаров прямой, неупругий. Определить непосредственно после удара: 1) импульсы p'_1 первого шара и p'_2 второго шара; 2) изменение Δp_1 импульса первого шара; 3)

кинетические энергии T'_1 первого шара и T'_2 второго шара; 4) изменение ΔT_1 кинетической энергии первого шара; 5) долю ω_1 кинетической энергии, переданной первым шаром второму и долю ω_2 кинетической энергии, оставшейся у первого шара; 6) изменение ΔU внутренней энергии шаров; 7) долю ω кинетической энергии первого шара, перешедшей во внутреннюю энергию шаров.

1.364. Шар массой $m_1 = 200$ г, движущийся со скоростью $v_1 = 10$ м/с, ударяет неподвижный шар массой $m_2 = 800$ г. Удар прямой, абсолютно упругий. Каковы будут скорости u_1 и u_2 шаров после удара?

1.365. Шар массой $m = 1,8$ кг сталкивается с покоящимся шаром большей массы M . В результате прямого упругого удара шар потерял $\omega = 0,36$ своей кинетической энергии T_1 . Определить массу большего шара.

1.366. Из двух соударяющихся абсолютно упругих шаров больший шар покоится. В результате прямого удара меньший шар потерял $\omega = 3/4$ своей кинетической энергии T_1 . Определить отношение $k = M/m$ масс шаров.

1.367. Определить максимальную часть ω кинетической энергии T_1 , которую может передать частица массой $m_1 = 2 \cdot 10^{-22}$ г, сталкиваясь упруго с частицей массой $m_2 = 6 \cdot 10^{-22}$ г, которая до столкновения покоилась.

1.368. Частица массой $m_1 = 10^{-25}$ кг обладает импульсом $p_1 = 5 \cdot 10^{-20}$ кг·м/с. Определить, какой максимальный импульс p_2 может передать эта частица, сталкиваясь упруго с частицей массой $m_2 = 4 \cdot 10^{-25}$ кг, которая до соударения покоилась.

1.369. На покоящийся шар налетает со скоростью $v_1 = 2$ м/с другой шар одинаковой с ним массы. В результате столкновения этот шар изменил направление движения на угол $\beta = 30^\circ$. Определить: 1) скорости u_1 и u_2 шаров после удара; 2) угол β между вектором скорости второго шара и первоначальным направлением движения первого шара. Удар считать упругим.

1.370. Частица массой $m_1 = 10^{-24}$ г имеет кинетическую энергию $T_1 = 9$ нДж. В результате упругого столкновения с покоящейся частицей массой $m_2 = 4 \cdot 10^{-24}$ г она сообщает ей кинетическую энергию $T_2 = 5$ нДж. Определить угол α , на который отклонится частица от своего первоначального направления.

1.371. Из орудия массой 5 т вылетает снаряд массой 100 кг. Кинетическая энергия снаряда при вылете равна 7,5 МДж. Какую кинетическую энергию получает орудие вследствие отдачи?

1.372. Тело массой 2 кг движется со скоростью 3 м/с и нагоняет второе тело массой 3 кг, движущееся со скоростью 1 м/с. Найти скорости тел после столкновения, если: 1) удар был неупругий, 2) удар был упругий. Тела движутся по одной прямой. Удар — центральный.

1.373. Тело массой 5 кг ударяется о неподвижное тело массой 2,5 кг, которое после удара начинает двигаться с кинетической энергией 5 Дж. Считая удар центральным и упругим, найти кинетическую энергию первого тела до и после удара.

1.374. Тело массой 5 кг ударяется о неподвижное тело массой 2,5 кг. Кинетическая энергия системы этих двух тел непосредственно после удара стала равна 5 Дж. Считая удар центральным и неупругим, найти кинетическую энергию первого тела до удара.

1.375. Два тела движутся навстречу друг другу и ударяются неупруго. Скорость первого тела до удара $v_1 = 2$ м/с, скорость второго $v_2 = 4$ м/с. Общая скорость тел после удара по направлению совпадает с направлением скорости v_1 и равна $v = 1$ м/с. Во сколько раз кинетическая энергия первого тела была больше кинетической энергии второго тела?

1.376. Два шара подвешены на параллельных нитях одинаковой длины так, что они соприкасаются. Масса первого шара 0,2 кг, масса второго 100 г. Первый шар отклоняют так, что его центр поднимается на высоту 4,5 см, и опускают. На какую высоту поднимутся шары после соударения, если: 1) удар упругий, 2) удар неупругий?

1.377. Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на очень легком жестком стержне, и застревает в нем. Масса пули в 1000 раз меньше массы шара. Расстояние от точки подвеса стержня до центра шара равно 1 м. Найти скорость пули, если известно, что стержень с шаром отклонился от удара пули на угол 10° .

1.378. Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на легком жестком стержне, и застревает в нем. Масса пули $m_1 = 5$ г и масса шара $m_2 = 0,5$ кг. Скорость пули $v_1 = 500$ м/с. При какой предельной длине стержня (расстоянии от точки подвеса до центра шара) шар от удара пули поднимется до верхней точки окружности?

1.379. Деревянным молотком, масса которого равна 0,5 кг, ударяют о неподвижную стенку. Скорость молотка в момент удара равна 1 м/с. Считая коэффициент восстановления при ударе равным 0,5, найти количество теплоты, выделившееся при ударе. (Коэффициентом восстановления материала тела называется отношение скорости тела после удара к его скорости до удара.)

1.380. Деревянный шарик падает вертикально вниз с высоты 2 м без начальной скорости. Коэффициент восстановления при ударе шарика о пол считать равным 0,5. Найти: 1) высоту, на которую поднимается шарик после удара о пол, 2) количество теплоты, которое выделится при этом ударе. Масса шарика 100 г.

1.381. Шарик из пластмассы, падая с высоты 1 м, несколько раз отскакивает от пола. Чему равен коэффициент восстановления при ударе шарика о пол, если с момента падения до второго удара о пол прошло 1,3 с?

1.382. Стальной шарик, упавший с высоты 1,5 м на стальную доску, отскакивает от нее со скоростью $v_2 = 0,75v_1$, где v_1 - скорость, с которой он подлетел к доске. 1) На какую высоту он поднимается? 2) Сколько времени пройдет от начала движения шарика до вторичного его падения на доску?

1.383. Металлический шарик, падая с высоты $h_1 = 1$ м на стальную плиту, отскакивает от нее на высоту $h_2 = 81$ см. Найти коэффициент восстановления материала шарика.

1.384. Стальной шарик массой $m = 20$ г, падая с высоты $h_1 = 1$ м на стальную плиту, отскакивает от нее на высоту $h_2 = 81$ см. Найти: 1) импульс силы, полученный плитой за время удара, 2) количество теплоты, выделившееся при ударе.

1.385. Движущееся тело массой m_1 ударяется о неподвижное тело массой m_2 . Считая удар неупругим и центральным, найти, какая часть первоначальной кинетической энергии переходит при ударе в тепло. Задачу решить сначала в общем виде, а затем рассмотреть случаи: 1) $m_1 = m_2$, 2) $m_1 = 9m_2$.

1.386. Движущееся тело массой m_1 ударяется о неподвижное тело массой m_2 . Считая удар упругим и центральным, найти, какую часть своей первоначальной кинетической энергии первое тело передает второму при ударе. Задачу решить сначала в общем виде, а затем рассмотреть случаи: 1) $m_1 = m_2$, 2) $m_1 = 9m_2$.

1.387. Движущееся тело массой m_1 ударяется о неподвижное тело массой m_2 . 1) Чему должно равняться отношение масс m_1/m_2 , чтобы при центральном упругом ударе скорость первого тела уменьшилась в 1,5 раза? 2) С какой кинетической энергией W_2 начнет двигаться при этом второе тело, если первоначальная кинетическая энергия W_1 первого тела равна 1 кДж?

1.388. Нейтрон (масса m_0) ударяется о неподвижное ядро атома углерода ($m = 12m_0$). Считая удар центральным и упругим, найти, во сколько раз уменьшится кинетическая энергия нейтрона при ударе.

1.389. Нейтрон (масса m_0) ударяется о неподвижное ядро: 1) атома углерода ($m = 12m_0$), 2) атома урана ($m = 235m_0$). Считая удар центральным и упругим, найти, какую часть своей скорости потеряет нейтрон при ударе.

1.390. Мальчик вращается на «гигантских шагах», делая 16 об/мин. Длина канатов равна 5 м. 1) Какой угол с вертикалью составляют канаты «гигантских шагов»? 2) Каково натяжение канатов, если масса мальчика равна 45 кг? 3) Какова скорость вращения мальчика?

1.391. Груз массой $m = 1$ кг, висящий на невесомом стержне длиной $l = 0,5$ м, совершает колебания в вертикальной плоскости. 1) При каком угле отклонения α стержня от вертикали кинетическая энергия груза в его нижнем положении равна $W_k = 2,45$ Дж? 2) Во сколько раз при таком угле отклонения натяжение стержня в его среднем положении больше натяжения стержня в его крайнем положении?

1.392. На невесомом стержне висит груз, сила тяжести которого равна P . Груз отклоняют на угол 90° и отпускают. Найти натяжение стержня при прохождении им положения равновесия.

1.393. Стальная проволока некоторого радиуса выдерживает натяжение до 2,94 кН. На такой проволоке подвешен груз массой 150 кг. На какой наибольший угол можно отклонить проволоку с грузом, чтобы она не разорвалась при прохождении грузом положения равновесия?

1.394. Камень массой 0,5 кг, привязанный к веревке длиной $l = 50$ см, равномерно вращается в вертикальной плоскости. Натяжение веревки в нижней точке окружности $T = 44$ Н. На какую высоту поднимется камень, если веревка обрывается в тот момент, когда скорость направлена вертикально вверх?

1.395. Акробат прыгает в сетку с высоты $H_1 = 8$ м. На какой предельной высоте h_1 над полом надо натянуть сетку, чтобы акробат не ударился о пол при прыжке? Известно, что сетка прогибается на $h_2 = 0,5$ м, если акробат прыгает в нее с высоты $H_2 = 1$ м.

1.396. Груз положили на чашку весов. Сколько делений покажет стрелка весов при первоначальном отбросе, если после успокоения качаний она показывает 5 делений?

1.397. Небольшому телу сообщают начальный импульс, в результате чего оно начинает двигаться поступательно без трения вверх по наклонной плоскости со скоростью $v_0 = 3$ м/с. Плоскость образует с горизонтом угол $\alpha = 20^\circ$. Определить: а) на какую высоту h поднимется тело, б) сколько времени t_1 тело будет двигаться вверх до остановки, в) сколько времени t_2 тело затратит на скольжение вниз до исходного положения, г) какую скорость U имеет тело в момент возвращения в исходное положение.

Тема 10. Механическая работа и мощность

1.398. Под действием постоянной силы F вагонетка прошла путь $s = 5$ м и приобрела скорость $v = 2$ м/с. Определить работу A силы, если масса m вагонетки равна 400 кг и коэффициент трения $f = 0,01$.

1.399. Вычислить работу A , совершаемую при равноускоренном подъеме груза массой $m = 100$ кг на высоту $h = 4$ м за время $t = 2$ с.

1.400. Найти работу A подъема груза по наклонной плоскости длиной $l = 2$ м, если масса m груза равна 100 кг, угол наклона $\varphi = 30^\circ$, коэффициент трения $f = 0,1$ и груз движется с ускорением $a = 1$ м/с².

1.401. Вычислить работу A , совершаемую на пути $s = 12$ м равномерно возрастающей силой, если в начале пути сила $F_1 = 10$ Н, в конце пути $F_2 = 46$ Н.

1.402. Под действием постоянной силы $F = 400$ Н, направленной вертикально вверх, груз массой $m = 20$ кг был поднят на высоту $h = 15$ м. Какой потенциальной энергией $П$ будет обладать поднятый груз? Какую работу A совершит сила F ?

1.403. Материальная точка массой $m = 2$ кг двигалась под действием некоторой силы, направленной вдоль оси Ox согласно уравнению $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $A = 10$ м; $B = -2$ м/с; $C = 1$ м/с², $D = -0,2$ м/с³. Найти мощность N , затрачиваемую на движение точки, в моменты времени $t_1 = 2$ с и $t_2 = 5$ с.

1.404. Конькобежец, стоя на льду, бросил вперед гирию массой $m_1 = 5$ кг и вследствие отдачи покатился назад со скоростью $v_2 = 1$ м/с. Масса конькобежца $m_2 = 60$ кг. Определить работу A , совершенную конькобежцем при бросании гири.

1.405. На рельсах стоит платформа, на которой в горизонтальном положении закреплено орудие без противооткатного устройства. Из орудия производят выстрел вдоль железнодорожного пути. Масса m_1 снаряда равна 10 кг и его скорость $v = 1$ км/с. Масса m_2 платформы с орудием и прочим грузом равна 20 т. На какое расстояние l откатится платформа после выстрела, если коэффициент сопротивления $f = 0,002$?

1.406. Молот массой $m_1 = 5$ кг ударяет небольшой кусок железа, лежащий на наковальне. Масса m_2 наковальни равна 100 кг. Массой куска железа пренебречь. Удар неупругий. Определить к.п.д. η удара молота при данных условиях.

1.407. Боек свайного молота массой $m_1 = 500$ кг падает с некоторой высоты на сваю массой $m_2 = 100$ кг. Найти к.п.д. η удара бойка, считая удар неупругим. Изменением потенциальной энергии сваи при углублении ее пренебречь.

1.408. Молотком, масса которого $m_1 = 1$ кг, забивают в стену гвоздь массой $m_2 = 75$ г. Определить к.п.д. η удара молотка при данных условиях.

1.409. Мяч радиусом $R = 10$ см плавает в воде так, что его центр находится на $H = 9$ см выше поверхности воды. Какую работу надо совершить, чтобы погрузить мяч в воду до диаметральной плоскости?

1.410. Шар радиусом $R = 6$ см удерживается внешней силой под водой так, что его верхняя точка касается поверхности воды. Плотность материала шара $\rho = 500$ кг/м³. Какую работу произведет выталкивающая сила, если отпустить шар и предоставить ему свободно плавать?

1.411. Шар диаметром $D = 30$ см плавает в воде. Какую работу надо совершить, чтобы погрузить шар в воду на $h = 5$ см глубже? Плотность материала шара $\rho = 500$ кг/м³.

1.412. Льдина площадью поперечного сечения $S = 1$ м² и высотой $H = 0,4$ м плавает в воде. Какую работу надо совершить, чтобы полностью погрузить льдину в воду?

1.413. Найти работу, которую надо совершить, чтобы сжать пружину на 20 см, если известно, что сила пропорциональна деформации и под действием силы 29,4 Н пружина сжимается на 1 см.

1.414. Тело массой $m = 5$ кг поднимают с ускорением $a = 2$ м/с². Определить работу силы в течение первых пяти секунд.

1.415. Автомашина массой $m = 1,8$ т движется в гору, уклон которой составляет 3 м на каждые 100 м пути. Определить: 1) работу, совершаемую двигателем автомашины на пути 5 км, если коэффициент трения равен 0,1; 2) развиваемую двигателем мощность, если известно, что этот путь был преодолен за 5 мин.

1.416. Определить работу, совершаемую при подъеме груза массой $m = 50$ кг по наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30^\circ$ к горизонту на расстояние $s = 4$ м, если время подъема $t = 2$ с, а коэффициент трения $f = 0,06$.

1.417. Тело скользит с наклонной плоскости высотой h и углом наклона α к горизонту и движется далее по горизонтальному участку. Принимая коэффициент трения на всем пути постоянным и равным f , определить расстояние s , пройденное телом на горизонтальном участке, до полной остановки.

1.418. Насос мощностью N используют для откачки нефти с глубины h . Определить массу жидкости, поднятой за время t , если к.п.д. насоса равен η .

1.419. Поезд массой $m = 600$ т движется под гору с уклоном $\alpha = 0,3^\circ$ и за время $t = 1$ мин развивает скорость $v = 18$ км/ч. Коэффициент трения $f = 0,01$. Определить среднюю мощность $\langle N \rangle$ локомотива.

1.420. Автомобиль массой $m = 1,8$ т спускается при выключенном двигателе с постоянной скоростью $v = 54$ км/ч по уклону дороги (угол к горизонту $\alpha = 0,3^\circ$). Определить, какова должна быть мощность двигателя автомобиля, чтобы он смог подниматься на такой же подъем с той же скоростью.

1.421. Материальная точка массой $m = 1$ кг двигалась под действием некоторой силы согласно уравнению $s = A - Bt + Ct^2 - Dt^3$ ($B = 3$ м/с, $C = 5$ м/с², $D = 1$ м/с³). Определить мощность N , затрачиваемую на движение точки в момент времени $t = 1$ с.

1.422. Тело массой m начинает двигаться под действием силы $\vec{F} = 2t\vec{i} + 3t^2\vec{j}$, где \vec{i} и \vec{j} - соответственно единичные векторы координатных осей x и y . Определить мощность $N(t)$, развиваемую силой в момент времени t .

1.423. Небольшому телу сообщают начальный импульс, в результате чего оно начинает двигаться поступательно без трения вверх по наклонной плоскости со скоростью $v_0 = 3$ м/с. Плоскость образует с горизонтом угол $\alpha = 20^\circ$. Определить: а) на какую высоту h поднимется тело, б) сколько времени t_1 тело будет двигаться вверх до остановки, в) сколько времени t_2 тело затратит на скольжение вниз до исходного положения, г) какую скорость v имеет тело в момент возвращения в исходное положение.

1.424. Решить предыдущую задачу в предположении, что коэффициент трения между телом и плоскостью $k = 0,1$. Масса тела $m = 1$ кг. Помимо указанных в предыдущей задаче величин, определить: д) какую работу A совершает сила трения на всем пути снизу вверх и обратно.

1.425. Тонкая стальная цепочка с очень мелкими звеньями, имеющая длину $l = 1$ м и массу $m = 10$ г, лежит на горизонтальном столе. Цепочка вытянута в прямую линию, перпендикулярную к краю стола. Конец цепочки свешивается с края стола. Когда длина свешивающейся части составляет $\eta = 0,275$ часть всей длины, цепочка начинает соскальзывать со стола вниз. Считая цепочку однородной по длине, найти: а) коэффициент трения k между цепочкой и столом, б) работу A сил трения цепочки о стол за время соскальзывания.

1.426. Частица движется равномерно по окружности. Чему равна работа A результирующей всех сил, действующих на частицу: а) за один оборот, б) за пол оборота, в) за четверть оборота?

1.427. Сила, действующая на частицу, имеет вид $\vec{F} = \vec{a}e_x(H)$, где a - константа. Вычислить работу A , совершаемую над частицей этой силой на пути от точки с координатами (1, 2, 3) (м) до точки с координатами (7, 8, 9) (м).

1.428. Тело массы $m = 1$ кг падает с высоты $h = 20$ м. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти: а) среднюю по времени мощность $\langle P \rangle$, развиваемую силой тяжести на пути h , б) мгновенную мощность P на высоте $h/2$.

1.429. Тонкая стальная цепочка с очень мелкими звеньями, имеющая длину $l = 1$ м и массу $m = 10$ г, лежит на горизонтальном столе. Цепочка вытянута в прямую линию, перпендикулярную к краю стола. Конец цепочки свешивается с края стола. Когда длина свешивающейся части составляет $\eta = 0,275$ часть всей длины, цепочка начинает соскальзывать со стола вниз. Считая цепочку однородной по длине, найти скорость v цепочки в конце соскальзывания.