

Задания для самостоятельной работы студентов Модуль 6

«Механические колебания»	3
Тема 1. Кинематика гармонических колебаний	3
Тема 2. Сложение колебаний.....	8
Тема 3. Динамика гармонических колебаний.....	14
Тема 4. Маятники.....	17
Тема 5. Затухающие колебания	24
Тема 6. Вынужденные колебания. Резонанс	29
Тема 7. Волны в упругой среде. Уравнение плоской волны	33
«Электромагнитные колебания и волны»	38
Тема 8. Колебательный контур.....	38
Тема 9. Электромагнитные волны в вакууме и диэлектриках	44
Тема 10. Энергия электромагнитной волны.....	49

Таблица вариантов

№ вар	Номера задач									
1	6.1	6.81	6.123	6.139	6.219	6.232	6.306	6.307	6.316	6.404
2	6.2	6.80	6.124	6.140	6.219	6.233	6.305	6.308	6.357	6.403
3	6.3	6.79	6.125	6.141	6.219	6.234	6.304	6.309	6.358	6.402
4	6.4	6.78	6.126	6.142	6.220	6.235	6.303	6.310	6.359	6.401
5	6.5	6.77	6.127	6.143	6.221	6.236	6.302	6.311	6.360	6.400
6	6.6	6.76	6.128	6.144	6.222	6.237	6.298	6.312	6.384	6.395
7	6.7	6.75	6.129	6.145	6.223	6.238	6.299	6.313	6.385	6.396
8	6.8	6.74	6.117	6.146	6.224	6.239	6.300	6.314	6.386	6.397
9	6.9	6.73	6.118	6.179	6.225	6.242	6.301	6.315	6.387	6.398
10	6.10	6.72	6.119	6.178	6.226	6.241	6.280	6.316	6.388	6.399
11	6.11	6.71	6.120	6.177	6.227	6.240	6.281	6.317	6.389	6.404
12	6.12	6.70	6.121	6.176	6.191	6.251	6.282	6.318	6.390	6.403
13	6.13	6.69	6.122	6.175	6.190	6.252	6.283	6.319	6.391	6.402
14	6.14	6.68	6.106	6.174	6.189	6.253	6.284	6.320	6.392	6.401
15	6.15	6.67	6.107	6.173	6.188	6.254	6.285	6.321	6.393	6.400
16	6.16	6.66	6.108	6.172	6.187	6.255	6.286	6.322	6.394	6.395
17	6.17	6.65	6.109	6.171	6.186	6.256	6.287	6.323	6.357	6.396
18	6.18	6.64	6.110	6.170	6.185	6.243	6.288	6.324	6.358	6.397
19	6.19	6.63	6.111	6.169	6.184	6.244	6.289	6.341	6.359	6.398
20	6.20	6.62	6.112	6.168	6.183	6.245	6.290	6.342	6.360	6.399
21	6.21	6.61	6.113	6.167	6.182	6.246	6.291	6.343	6.376	6.404
22	6.22	6.60	6.114	6.166	6.181	6.247	6.292	6.344	6.377	6.403
23	6.23	6.59	6.115	6.165	6.180	6.248	6.293	6.345	6.378	6.402
24	6.24	6.58	6.116	6.147	6.192	6.249	6.294	6.346	6.379	6.401
25	6.25	6.57	6.105	6.148	6.193	6.250	6.295	6.347	6.380	6.400
26	6.26	6.56	6.104	6.149	6.194	6.240	6.296	6.348	6.381	6.395
27	6.27	6.55	6.103	6.150	6.195	6.241	6.297	6.349	6.382	6.396
28	6.28	6.54	6.102	6.151	6.196	6.242	6.257	6.350	6.383	6.397
29	6.29	6.53	6.101	6.152	6.197	6.228	6.258	6.351	6.366	6.398
30	6.30	6.52	6.117	6.153	6.198	6.229	6.259	6.352	6.367	6.399
31	6.31	6.51	6.118	6.154	6.199	6.230	6.260	6.353	6.368	6.404
32	6.32	6.85	6.119	6.155	6.200	6.231	6.261	6.354	6.369	6.403
33	6.33	6.86	6.120	6.156	6.201	6.232	6.262	6.355	6.370	6.402
34	6.34	6.87	6.121	6.157	6.202	6.233	6.263	6.356	6.371	6.401
35	6.35	6.88	6.122	6.158	6.203	6.234	6.264	6.325	6.372	6.400
36	6.36	6.89	6.101	6.159	6.204	6.235	6.265	6.326	6.373	6.395
37	6.37	6.90	6.102	6.160	6.205	6.236	6.266	6.327	6.374	6.396
38	6.38	6.91	6.103	6.161	6.206	6.237	6.267	6.328	6.375	6.397
39	6.39	6.92	6.104	6.162	6.207	6.238	6.268	6.329	6.376	6.398
40	6.40	6.93	6.105	6.163	6.208	6.239	6.269	6.330	6.377	6.399
41	6.41	6.94	6.114	6.164	6.209	6.251	6.270	6.331	6.378	6.404
42	6.42	6.95	6.113	6.130	6.210	6.252	6.271	6.332	6.379	6.403
43	6.43	6.96	6.112	6.131	6.211	6.253	6.272	6.333	6.380	6.402
44	6.44	6.97	6.116	6.132	6.212	6.254	6.273	6.334	6.361	6.401
45	6.45	6.98	6.115	6.133	6.213	6.255	6.274	6.335	6.362	6.400
46	6.46	6.99	6.106	6.134	6.214	6.256	6.275	6.336	6.363	6.395
47	6.47	6.100	6.107	6.135	6.215	6.228	6.276	6.337	6.364	6.396
48	6.48	6.84	6.108	6.136	6.216	6.229	6.277	6.338	6.381	6.397
49	6.49	6.83	6.109	6.137	6.217	6.230	6.278	6.339	6.382	6.398
50	6.50	6.82	6.110	6.138	6.218	6.231	6.279	6.340	6.383	6.399

«Механические колебания»

Тема 1. Кинематика гармонических колебаний

- 6.1. Уравнение колебаний точки имеет вид $x = A \cos \omega(t + \tau)$, где $\omega = \pi \text{ с}^{-1}$, $\tau = 0,2 \text{ с}$. Определить период T и начальную фазу φ колебаний.
- 6.2. Определить период T , частоту ν и начальную фазу φ колебаний, заданных уравнением $x = A \sin \omega(t + \tau)$, где $\omega = 2,5\pi \text{ с}^{-1}$, $\tau = 0,4 \text{ с}$.
- 6.3. Точка совершает колебания по закону $x = A \cos(\omega t + \varphi)$, где $A = 4 \text{ см}$. Определить начальную фазу φ , если $x(0) = 2 \text{ см}$ и $\dot{x}(0) < 0$. Построить векторную диаграмму для момента $t = 0$.
- 6.4. Точка совершает колебания по закону $x = A \cos(\omega t + \varphi)$, где $A = 4 \text{ см}$. Определить начальную фазу φ , если $x(0) = -2\sqrt{2} \text{ см}$ и $\dot{x}(0) < 0$. Построить векторную диаграмму для момента $t = 0$.
- 6.5. Точка совершает колебания по закону $x = A \cos(\omega t + \varphi)$, где $A = 4 \text{ см}$. Определить начальную фазу φ , если $x(0) = 2 \text{ см}$ и $\dot{x}(0) > 0$. Построить векторную диаграмму для момента $t = 0$.
- 6.6. Точка совершает колебания по закону $x = A \cos(\omega t + \varphi)$, где $A = 4 \text{ см}$. Определить начальную фазу φ , если $x(0) = -2\sqrt{3} \text{ см}$ и $\dot{x}(0) > 0$. Построить векторную диаграмму для момента $t = 0$.
- 6.7. Точка совершает колебания по закону $x = A \sin(\omega t + \varphi)$, где $A = 4 \text{ см}$. Определить начальную фазу φ , если $x(0) = 2 \text{ см}$ и $\dot{x}(0) < 0$. Построить векторную диаграмму для момента $t = 0$.
- 6.8. Точка совершает колебания по закону $x = A \sin(\omega t + \varphi)$, где $A = 4 \text{ см}$. Определить начальную фазу φ , если $x(0) = 2\sqrt{3} \text{ см}$ и $\dot{x}(0) > 0$. Построить векторную диаграмму для момента $t = 0$.
- 6.9. Точка совершает колебания по закону $x = A \sin(\omega t + \varphi)$, где $A = 4 \text{ см}$. Определить начальную фазу φ , если $x(0) = -2\sqrt{2} \text{ см}$ и $\dot{x}(0) < 0$. Построить векторную диаграмму для момента $t = 0$.

6.10. Точка совершает колебания по закону $x = A \sin(\omega t + \varphi)$, где $A = 4$ см. Определить начальную фазу φ , если $x(0) = -2\sqrt{3}$ см и $\dot{x}(0) > 0$. Построить векторную диаграмму для момента $t = 0$.

6.11. Точка совершает колебания по закону $x = A \cos(\omega t + \varphi)$, где $A = 2$ см; $\omega = \pi$ с⁻¹; $\varphi = \pi/4$ рад. Построить графики зависимости от времени: 1) смещения $x(t)$; 2) скорости $\dot{x}(t)$; 3) ускорения $\ddot{x}(t)$.

6.12. Точка совершает колебания с амплитудой $A = 4$ см и периодом $T = 2$ с. Написать уравнение этих колебаний, считая, что в момент $t = 0$ смещения $x(0) = 0$ и $\dot{x}(0) < 0$. Определить фазу $(\omega t + \varphi)$ для двух моментов времени: 1) когда смещение $x = 1$ см и $\dot{x}(0) > 0$, 2) когда скорость $\dot{x}(0) = -6$ см/с и $x < 0$.

6.13. Точка равномерно движется по окружности против часовой стрелки с периодом $T = 6$ с. Диаметр d окружности равен 20 см. Написать уравнение движения проекции точки на ось x , проходящую через центр окружности, если в момент времени, принятый за начальный, проекция на ось x равна нулю. Найти смещение x , скорость \dot{x} и ускорение \ddot{x} проекции точки в момент $t = 1$ с.

6.14. Определить максимальные значения скорости \dot{x}_{\max} и ускорения \ddot{x}_{\max} точки, совершающей гармонические колебания с амплитудой $A = 3$ см и угловой частотой $\omega = \pi/2$ с⁻¹.

6.15. Точка совершает колебания по закону $x = A \cos \omega t$, где $A = 5$ см; $\omega = 2$ с⁻¹. Определить ускорение $|\ddot{x}|$ точки в момент времени, когда ее скорость $\dot{x} = 8$ см/с.

6.16. Точка совершает гармонические колебания. Наибольшее смещение x_{\max} точки равно 10 см, наибольшая скорость $\dot{x}_{\max} = 20$ см/с. Найти угловую частоту ω колебаний и максимальное ускорение \ddot{x}_{\max} точки.

6.17. Максимальная скорость \dot{x}_{\max} точки, совершающей гармонические колебания, равна 10 см/с, максимальное ускорение $\ddot{x}_{\max} = 100$ см/с². Найти угловую частоту ω колебаний, их период T и амплитуду A . Написать уравнение колебаний, приняв начальную фазу равной нулю.

6.18. Точка совершает колебания по закону $x = A \sin \omega t$. В некоторый момент времени смещение x_1 точки оказалось равным 5 см. Когда фаза колебаний увеличилась вдвое, смещение x_2 стало равным 8 см. Найти амплитуду A колебаний.

6.19. Колебания точки происходят по закону $x = A \cos(\omega t + \varphi)$. В некоторый момент времени смещение x точки равно 5 см, ее скорость $\dot{x} = 20$

см/с и ускорение $\ddot{x} = - 80 \text{ см/с}^2$. Найти амплитуду A , угловую частоту ω , период T колебаний и фазу $(\omega t + \varphi)$ в рассматриваемый момент времени.

6.20. Написать уравнение гармонического колебательного движения с амплитудой 5 см, если в 1 мин совершается 150 колебаний и начальная фаза колебаний равна 45° . Начертить график этого движения.

6.21. Написать уравнение гармонического колебательного движения с амплитудой 0,1 м, периодом 4 с и начальной фазой, равной нулю.

6.22. Амплитуда гармонических колебаний 50 мм, период 4 с и начальная фаза $\pi/4$. 1) Написать уравнение этого колебания. 2) Найти смещение колеблющейся точки от положения равновесия при $t = 0$ и $t = 1,5$ с. 3) Начертить график этого движения.

6.23. Написать уравнение гармонического колебательного движения, если начальная фаза колебаний равна 0. Амплитуда колебаний 5 см и период колебаний 8 с. Начертить график колебаний.

6.24. Написать уравнение гармонического колебательного движения, если начальная фаза колебаний равна $\pi/2$. Амплитуда колебаний 5 см и период колебаний 8 с. Начертить график колебаний.

6.25. Написать уравнение гармонического колебательного движения, если начальная фаза колебаний равна π . Амплитуда колебаний 5 см и период колебаний 8 с. Начертить график колебаний.

6.26. Написать уравнение гармонического колебательного движения, если начальная фаза колебаний равна $3\pi/2$. Амплитуда колебаний 5 см и период колебаний 8 с. Начертить график колебаний.

6.27. Написать уравнение гармонического колебательного движения, если начальная фаза колебаний равна 2π . Амплитуда колебаний 5 см и период колебаний 8 с. Начертить график колебаний.

6.28. Начертить на одном графике два гармонических колебания с одинаковыми амплитудами ($A_1 = A_2 = 2$ см) и одинаковыми периодами ($T_1 = T_2 = 8$ с), но имеющими разность фаз $\pi/4$.

6.29. Начертить на одном графике два гармонических колебания с одинаковыми амплитудами ($A_1 = A_2 = 2$ см) и одинаковыми периодами ($T_1 = T_2 = 8$ с), но имеющими разность фаз $\pi/2$.

6.30. Начертить на одном графике два гармонических колебания с одинаковыми амплитудами ($A_1 = A_2 = 2$ см) и одинаковыми периодами ($T_1 = T_2 = 8$ с), но имеющими разность фаз π .

- 6.31. Начертить на одном графике два гармонических колебания с одинаковыми амплитудами ($A_1 = A_2 = 2$ см) и одинаковыми периодами ($T_1 = T_2 = 8$ с), но имеющими разность фаз 2π .
- 6.32. Через сколько времени от начала движения точка, совершающая гармоническое колебание, сместится от положения равновесия на половину амплитуды? Период колебаний равен 24 с, начальная фаза равна нулю.
- 6.33. Начальная фаза гармонического колебания равна нулю. Через какую долю периода скорость точки будет равна половине ее максимальной скорости?
- 6.34. Через сколько времени от начала движения точка, совершающая колебательное движение по уравнению $x = 7 \sin 0,5\pi t$, проходит путь от положения равновесия до максимального смещения?
- 6.35. Амплитуда гармонического колебания 5 см, период 4 с. Найти максимальную скорость колеблющейся точки и ее максимальное ускорение.
- 6.36. Уравнение движения точки дано в виде $x = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{4}\right)$ см. Найти: 1) период колебаний, 2) максимальную скорость точки, 3) ее максимальное ускорение.
- 6.37. Уравнение движения точки дано в виде $x = \sin\frac{\pi}{6}t$. Найти моменты времени, в которые достигаются максимальная скорость и максимальное ускорение.
- 6.38. Точка совершает гармоническое колебание. Период колебаний 2 с, амплитуда 50 мм, начальная фаза равна нулю. Найти скорость точки в момент времени, когда смещение точки от положения равновесия равно 25 мм.
- 6.39. Написать уравнение гармонического колебательного движения, если максимальное ускорение точки $49,3$ см/с², период колебаний 2 с и смещение точки от положения равновесия в начальный момент времени 25 мм.
- 6.40. Начальная фаза гармонического колебания равна нулю. При смещении точки от положения равновесия 2,4 см скорость точки равна 3 см/с, а при смещении 2,8 см скорость равна 2 см/с. Найти амплитуду и период этого колебания.
- 6.41. Гармонические колебания величины s описываются уравнением $s = 0,02 \cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$. Определить: 1) амплитуду колебаний; 2) циклическую частоту; 3) частоту колебаний; 4) период колебаний.

6.42. Записать уравнение гармонического колебательного движения точки, совершающей колебания с амплитудой $A = 8$ см, если за $t = 1$ мин совершается $n = 120$ колебаний и начальная фаза колебаний равна 45° .

6.43. Материальная точка совершает гармонические колебания с амплитудой $A = 4$ см и периодом $T = 2$ с. Написать уравнение движения точки, если ее движение начинается из положения $x_0 = 2$ см.

6.44. Точка совершает гармонические колебания с периодом $T = 6$ с и начальной фазой, равной нулю. Определить, за какое время, считая от начала движения, точка сместится от положения равновесия на половину амплитуды.

6.45. Написать уравнение гармонического колебания точки, если его амплитуда $A = 15$ см, максимальная скорость колеблющейся точки $v_{\max} = 30$ см/с, начальная фаза $\varphi = 10^\circ$.

6.46. Точка совершает гармонические колебания по закону $x = 3 \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{8}\right)$ м. Определить: 1) период T колебаний; 2) максимальную скорость v_{\max} точки; 3) максимальное ускорение a_{\max} точки.

6.47. Точка совершает гармонические колебания с амплитудой $A = 10$ см и периодом $T = 5$ с. Определить для точки: 1) максимальную скорость; 2) максимальное ускорение.

6.48. Скорость материальной точки, совершающей гармонические колебания, задается уравнением $v(t) = -6 \sin 2\pi t$. Записать зависимость смещения этой точки от времени.

6.49. Материальная точка совершает колебания согласно уравнению $x = A \sin \omega t$. В какой-то момент времени смещение точки $x_1 = 15$ см. При возрастании фазы колебаний в два раза смещение x_2 оказалось равным 24 см. Определить амплитуду A колебаний.

6.50. Материальная точка совершает гармонические колебания согласно уравнению $x = 0,02 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$, м. Определить: 1) амплитуду колебаний; 2) период колебаний; 3) начальную фазу колебаний; 4) максимальную скорость точки; 5) максимальное ускорение точки; 6) через сколько времени после начала отсчета точка будет проходить через положение равновесия.

Тема 2. Сложение колебаний

6.51. Два одинаково направленных гармонических колебания одного периода с амплитудами $A_1 = 10$ см и $A_2 = 6$ см складываются в одно колебание с амплитудой $A = 14$ см. Найти разность фаз $\Delta\varphi$ складываемых колебаний.

6.52. Два гармонических колебания, направленных по одной прямой и имеющих одинаковые амплитуды и периоды, складываются в одно колебание той же амплитуды. Найти разность фаз $\Delta\varphi$ складываемых колебаний.

6.53. Определить амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания, возникающего при сложении двух колебаний одинакового направления и периода: $x_1 = A_1 \sin \omega t$ и $x_2 = A_2 \sin \omega(t + \tau)$, где $A_1 = A_2 = 1$ см; $\omega = \pi \text{ с}^{-1}$; $\tau = 0,5$ с. Найти уравнение результирующего колебания.

6.54. Точка участвует в двух одинаково направленных колебаниях: $x_1 = A_1 \sin \omega t$ и $x_2 = A_2 \cos \omega t$, где $A_1 = 1$ см; $A_2 = 2$ см; $\omega = 1 \text{ с}^{-1}$. Определить амплитуду A результирующего колебания, его частоту ν и начальную фазу φ . Найти уравнение этого движения.

6.55. Складываются два гармонических колебания одного направления с одинаковыми периодами $T_1 = T_2 = 1,5$ с и амплитудами $A_1 = A_2 = 2$ см. Начальные фазы колебаний $\varphi_1 = \pi/2$ и $\varphi_2 = \pi/3$. Определить амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания. Найти его уравнение и построить с соблюдением масштаба векторную диаграмму сложения амплитуд.

6.56. Складываются три гармонических колебания одного направления с одинаковыми периодами $T_1 = T_2 = T_3 = 2$ с и амплитудами $A_1 = A_2 = A_3 = 3$ см. Начальные фазы колебаний $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \pi/3$, $\varphi_3 = 2\pi/3$. Построить векторную диаграмму сложения амплитуд. Определить из чертежа амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания. Найти его уравнение.

6.57. Складываются два гармонических колебания одинаковой частоты и одинакового направления: $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ и $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$. Начертить векторную диаграмму для момента времени $t = 0$. Определить аналитически амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания. Отложить A и φ на векторной диаграмме. Найти уравнение результирующего колебания (в тригонометрической форме через косинус). Задачу решить для следующего случая: $A_1 = 1$ см, $\varphi_1 = \pi/3$; $A_2 = 2$ см, $\varphi_2 = 5\pi/6$.

6.58. Складываются два гармонических колебания одинаковой частоты и одинакового направления: $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ и $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$. Начертить векторную диаграмму для момента времени $t = 0$. Определить аналитически амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания. Отложить A и φ на векторной диаграмме. Найти уравнение результирующего колебания (в тригонометрической форме через косинус). Задачу решить для следующего случая: $A_1 = 1$ см, $\varphi_1 = 2\pi/3$; $A_2 = 1$ см, $\varphi_2 = 7\pi/6$.

6.59. Два камертона звучат одновременно. Частоты ν_1 и ν_2 их колебаний соответственно равны 440 и 440,5 Гц. Определить период T биений.

6.60. Складываются два взаимно перпендикулярных колебания, выражаемых уравнениями $x = A_1 \sin \omega t$ и $y = A_2 \cos \omega(t + \tau)$, где $A_1 = 2$ см, $A_2 = 1$ см, $\omega = \pi$ с⁻¹, $\tau = 0,5$ с. Найти уравнение траектории и построить ее, показав направление движения точки.

6.61. Точка совершает одновременно два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями $x = A_1 \cos \omega t$ и $y = A_2 \cos \omega(t + \tau)$, где $A_1 = 4$ см, $A_2 = 8$ см, $\omega = \pi$ с⁻¹, $\tau = 1$ с. Найти уравнение траектории точки и построить график ее движения.

6.62. Точка совершает одновременно два гармонических колебания одинаковой частоты, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями $x = A \cos \omega t$ и $y = A \cos \omega t$. Найти уравнение траектории точки, построить ее с соблюдением масштаба и указать направление движения. Принять: $A = 2$ см.

6.63. Точка совершает одновременно два гармонических колебания одинаковой частоты, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями $x = A \cos \omega t$ и $y = A_1 \cos \omega t$. Найти уравнение траектории точки, построить ее с соблюдением масштаба и указать направление движения. Принять: $A = 2$ см, $A_1 = 3$ см.

6.64. Точка совершает одновременно два гармонических колебания одинаковой частоты, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями $x = A \cos \omega t$ и $y = A \cos(\omega t + \varphi_1)$. Найти уравнение траектории точки, построить ее с соблюдением масштаба и указать направление движения. Принять: $A = 2$ см, $\varphi_1 = \pi/2$.

6.65. Точка совершает одновременно два гармонических колебания одинаковой частоты, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями $x = A_2 \cos \omega t$ и $y = A \cos(\omega t + \varphi_2)$. Найти уравнение траектории точки, построить ее с соблюдением

масштаба и указать направление движения. Принять: $A = 2$ см, $A_2 = 1$ см; $\varphi_2 = \pi$.

6.66. Точка совершает одновременно два гармонических колебания одинаковой частоты, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями $x = A_1 \cos \omega t$ и $y = A_1 \sin \omega t$. Найти уравнение траектории точки, построить ее с соблюдением масштаба и указать направление движения. Принять: $A_1 = 3$ см.

6.67. Точка совершает одновременно два гармонических колебания одинаковой частоты, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями $x = A \cos \omega t$ и $y = A_1 \sin \omega t$. Найти уравнение траектории точки, построить ее с соблюдением масштаба и указать направление движения. Принять: $A = 2$ см, $A_1 = 3$ см.

6.68. Точка совершает одновременно два гармонических колебания одинаковой частоты, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями $x = A_2 \sin \omega t$ и $y = A_1 \sin \omega t$. Найти уравнение траектории точки, построить ее с соблюдением масштаба и указать направление движения. Принять: $A_1 = 3$ см, $A_2 = 1$ см.

6.69. Точка совершает одновременно два гармонических колебания одинаковой частоты, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями $x = A_2 \sin \omega t$ и $y = A \sin(\omega t + \varphi_2)$. Найти уравнение траектории точки, построить ее с соблюдением масштаба и указать направление движения. Принять: $A = 2$ см, $A_2 = 1$ см; $\varphi_2 = \pi$.

6.70. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями $x = A_1 \cos \omega t$ и $y = A_2 \sin \omega t$, где $A_1 = 2$ см, $A_2 = 1$ см. Найти уравнение траектории точки и построить ее, указав направление движения.

6.71. Точка одновременно совершает два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями $x = A_1 \sin \omega t$ и $y = A_2 \cos \omega t$, где $A_1 = 0,5$ см; $A_2 = 2$ см. Найти уравнение траектории точки и построить ее, указав направление движения.

6.72. Движение точки задано уравнениями $x = A_1 \sin \omega t$ и $y = A_2 \sin \omega(t + \tau)$, где $A_1 = 10$ см, $A_2 = 5$ см, $\omega = 2$ с⁻¹, $\tau = \pi/4$ с. Найти уравнение траектории и скорости точки в момент времени $t = 0,5$ с.

6.73. Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями $x = A_1 \cos \omega t$ и

$y = -A_2 \cos 2\omega t$, где $A_1 = 2$ см, $A_2 = 1$ см. Найти уравнение траектории и построить ее.

6.74. Точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и описываемых уравнениями $x = A \sin \omega t$ и $y = A \cos 2\omega t$. Найти уравнение траектории точки, построить ее с соблюдением масштаба и указать направление движения. Принять: $A = 2$ см.

6.75. Точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и описываемых уравнениями $x = A \cos \omega t$ и $y = A \sin 2\omega t$. Найти уравнение траектории точки, построить ее с соблюдением масштаба и указать направление движения. Принять: $A = 2$ см.

6.76. Точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и описываемых уравнениями $x = A \cos 2\omega t$ и $y = A_1 \cos \omega t$. Найти уравнение траектории точки, построить ее с соблюдением масштаба и указать направление движения. Принять: $A = 2$ см; $A_1 = 3$ см.

6.77. Точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и описываемых уравнениями $x = A_1 \sin \omega t$ и $y = A \cos \omega t$. Найти уравнение траектории точки, построить ее с соблюдением масштаба и указать направление движения. Принять: $A = 2$ см; $A_1 = 3$ см.

6.78. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями $x = A_1 \cos \omega t$ и $y = A_2 \sin 0,5\omega t$, где $A_1 = 2$ см, $A_2 = 3$ см. Найти уравнение траектории точки и построить ее, указав направление движения.

6.79. Смещение светящейся точки на экране осциллографа является результатом сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний, которые описываются уравнениями $x = A \sin 3\omega t$ и $y = A \sin 2\omega t$. Применяя графический метод сложения и соблюдая масштаб, построить траекторию светящейся точки на экране. Принять $A = 4$ см.

6.80. Смещение светящейся точки на экране осциллографа является результатом сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний, которые описываются уравнениями $x = A \sin 3\omega t$ и $y = A \cos 2\omega t$. Применяя графический метод сложения и соблюдая масштаб, построить траекторию светящейся точки на экране. Принять $A = 4$ см.

6.81. Смещение светящейся точки на экране осциллографа является результатом сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний, которые описываются уравнениями $x = A \sin 3\omega t$ и $y = A \cos \omega t$. Применяя графический метод сложения и соблюдая масштаб, построить траекторию светящейся точки на экране. Принять $A = 4$ см.

6.82. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях $x = \cos \pi t$ и $y = \cos \frac{\pi}{2} t$. Найти траекторию результирующего движения точки.

6.83. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях $x = \sin \pi t$ и $y = 2 \sin(\pi t + \pi/2)$. Найти траекторию движения точки и вычертить ее с нанесением масштаба.

6.84. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях $x = \sin \pi t$ и $y = 4 \sin(\pi t + \pi)$. Найти траекторию движения точки и вычертить ее с нанесением масштаба.

6.85. Два одинаково направленных гармонических колебания одинакового периода с амплитудами $A_1 = 4$ см и $A_2 = 8$ см имеют разность фаз $\varphi = 45^\circ$. Определить амплитуду результирующего колебания.

6.86. Амплитуда результирующего колебания, получающегося при сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний одинаковой частоты, обладающих разностью фаз $\varphi = 60^\circ$, равна $A = 6$ см. Определить амплитуду A_2 второго колебания, если $A_1 = 5$ см.

6.87. Определить разность фаз двух одинаково направленных гармонических колебаний одинаковых частоты и амплитуды, если амплитуда их результирующего колебания равна амплитудам складываемых колебаний.

6.88. Разность фаз двух одинаково направленных гармонических колебаний одинакового периода $T = 4$ с и одинаковой амплитуды $A = 5$ см составляет $\pi/4$. Написать уравнение движения, получающегося в результате сложения этих колебаний, если начальная фаза одного из них равна нулю.

6.89. Складываются два гармонических колебания одного направления, описываемых уравнениями $x_1 = 3 \cos(2\pi t)$ см и $x_2 = 3 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ см. Определить для результирующего колебания: 1) амплитуду; 2) начальную фазу. Записать уравнение результирующего колебания и представить векторную диаграмму сложения амплитуд.

6.90. Точка одновременно участвует в n одинаково направленных гармонических колебаниях одинаковой частоты: $A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$,

$A_2 \cos(\omega t + \varphi_2), \dots, A_n \cos(\omega t + \varphi_n)$. Используя метод вращающегося вектора амплитуды, определить для результирующего колебания: 1) амплитуду; 2) начальную фазу.

6.91. Частоты колебаний двух одновременно звучащих камертонов настроены соответственно на 560 и 560,5 Гц. Определить период биений.

6.92. В результате сложения двух колебаний, период одного из которых $T_1 = 0,02$ с, получают биения с периодом $T_\sigma = 0,2$ с. Определить период T_2 второго складываемого колебания.

6.93. Складываются два гармонических колебания одного направления, имеющие одинаковые амплитуды и одинаковые начальные фазы, с периодами $T_1 = 2$ с и $T_2 = 2,05$ с. Определить: 1) период результирующего колебания; 2) период биения.

6.94. Результирующее колебание, получающееся при сложении двух гармонических колебаний одного направления, описывается уравнением вида $x = A \cos t \cos 45t$ (t - в секундах). Определить: 1) циклические частоты складываемых колебаний; 2) период биений результирующего колебания.

6.95. Точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях, происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях и описываемых уравнениями $x = 3 \cos \omega t$, см и $y = 4 \cos \omega t$, см. Определить уравнение траектории точки и вычертить ее с нанесением масштаба.

6.96. Точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях, происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях и описываемых уравнениями $x = 3 \cos 2\omega t$, см и $y = 4 \cos(2\omega t + \pi)$, см. Определить уравнение траектории точки и вычертить ее с нанесением масштаба.

6.97. Точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях, происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях и описываемых уравнениями $x = A \sin \omega t$ и $y = B \cos \omega t$, где A, B и ω — положительные постоянные. Определить уравнение траектории точки, вычертить ее с нанесением масштаба, указав направление ее движения по этой траектории.

6.98. Точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях одинаковой частоты, происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях и описываемых уравнениями $x = A \sin(\omega t + \pi/2)$ и $y = A \sin \omega t$. Определить уравнение траектории точки и вычертить ее с нанесением масштаба, указав направление ее движения по этой траектории.

6.99. Точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях, происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях и описываемых

уравнениями $x = \cos 2\pi t$ и $y = \cos \pi t$. Определить уравнение траектории точки и вычертить ее с нанесением масштаба.

6.100. Точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях, происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях и описываемых уравнениями $x = A \sin \omega t$ и $y = A \sin 2\omega t$. Определить уравнение траектории точки и вычертить ее с нанесением масштаба.

Тема 3. Динамика гармонических колебаний

6.101. Материальная точка массой $m = 50$ г совершает колебания, уравнение которых имеет вид $x = A \cos \omega t$, где $A = 10$ см, $\omega = 5$ с⁻¹. Найти силу F , действующую на точку, в момент, когда фаза $\omega t = \pi/3$.

6.102. Материальная точка массой $m = 50$ г совершает колебания, уравнение которых имеет вид $x = A \cos \omega t$, где $A = 10$ см, $\omega = 5$ с⁻¹. Найти силу F , действующую на точку, в положении наибольшего смещения точки.

6.103. Колебания материальной точки массой $m = 0,1$ г происходят согласно уравнению $x = A \cos \omega t$, где $A = 5$ см; $\omega = 20$ с⁻¹. Определить максимальные значения возвращающей силы F_{\max} и кинетической энергии T_{\max} .

6.104. Найти возвращающую силу F в момент $t = 1$ с и полную энергию E материальной точки, совершающей колебания по закону $x = A \cos \omega t$, где $A = 20$ см; $\omega = 2\pi/3$ с⁻¹. Масса m материальной точки равна 10 г.

6.105. Колебания материальной точки происходят согласно уравнению $x = A \cos \omega t$, где $A = 8$ см, $\omega = \pi/6$ с⁻¹. В момент, когда возвращающая сила F в первый раз достигла значения -5 мН, потенциальная энергия Π точки стала равной 100 мкДж. Найти этот момент времени t и соответствующую ему фазу ωt .

6.106. Уравнение колебания материальной точки массой $m = 1,6 \cdot 10^{-2}$ кг имеет вид $x = 0,1 \sin \left(\frac{\pi}{8} t + \frac{\pi}{4} \right)$ м. Построить график зависимости от времени t (в пределах одного периода) силы F , действующей на точку. Найти значение максимальной силы.

6.107. Уравнение колебаний материальной точки массой 10 г имеет вид $x = 5 \sin \left(\frac{\pi}{5} t + \frac{\pi}{4} \right)$ см. Найти максимальную силу, действующую на точку, и полную энергию колеблющейся точки.

6.108. Уравнение колебания материальной точки массой 16 г имеет вид $x = 2 \sin\left(\frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{4}\right)$ см. Построить график зависимости от времени (в пределах одного периода) кинетической, потенциальной и полной энергий точки.

6.109. Чему равно отношение кинетической энергии точки, совершающей гармоническое колебание, к ее потенциальной энергии для моментов времени $t = T/12$? Начальная фаза колебаний равна нулю.

6.110. Чему равно отношение кинетической энергии точки, совершающей гармоническое колебание, к ее потенциальной энергии для моментов времени $t = T/8$? Начальная фаза колебаний равна нулю.

6.111. Чему равно отношение кинетической энергии точки, совершающей гармоническое колебание, к ее потенциальной энергии для моментов времени $t = T/6$? Начальная фаза колебаний равна нулю.

6.112. Чему равно отношение кинетической энергии точки, совершающей гармоническое колебание, к ее потенциальной энергии для моментов, когда смещение точки от положения равновесия составляет $x = A/4$, где A — амплитуда колебаний?

6.113. Чему равно отношение кинетической энергии точки, совершающей гармоническое колебание, к ее потенциальной энергии для моментов, когда смещение точки от положения равновесия составляет $x = A/2$, где A — амплитуда колебаний?

6.114. Чему равно отношение кинетической энергии точки, совершающей гармоническое колебание, к ее потенциальной энергии для моментов, когда смещение точки от положения равновесия составляет $x = A$, где A — амплитуда колебаний?

6.115. Полная энергия тела, совершающего гармоническое колебательное движение, равна $3 \cdot 10^{-5}$ Дж, максимальная сила, действующая на тело, равна $1,5 \cdot 10^{-3}$ Н. Написать уравнение движения этого тела, если период колебаний 2 с и начальная фаза 60° .

6.116. Амплитуда гармонических колебаний материальной точки $A = 2$ см, полная энергия колебаний $W = 3 \cdot 10^{-7}$ Дж. При каком смещении от положения равновесия на колеблющуюся точку действует сила $F = 2,25 \cdot 10^{-5}$ Н?

6.117. Тело массой $m = 10$ г совершает гармонические колебания по закону $x = 0,1 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ м. Определить максимальные значения: 1) возвращающей силы; 2) кинетической энергии.

- 6.118. Материальная точка массой $m = 50$ г совершает гармонические колебания согласно уравнению $x = 0,1 \cos \frac{3\pi}{2} t$ м. Определить: 1) возвращающую силу F для момента времени $t = 0,5$ с; 2) полную энергию E точки.
- 6.119. Материальная точка массой $m = 20$ г совершает гармонические колебания по закону $x = 0,1 \cos \left(4\pi t + \frac{\pi}{4} \right)$ м. Определить полную энергию E этой точки.
- 6.120. Полная энергия E гармонически колеблющейся точки равна 10 мкДж, а максимальная сила F_{\max} , действующая на точку, равна -0,5 мН. Написать уравнение движения этой точки, если период T колебаний равен 4 с, а начальная фаза $\varphi = \pi/6$.
- 6.121. Определить отношение кинетической энергии T точки, совершающей гармонические колебания, к ее потенциальной энергии U , если известна фаза колебания.
- 6.122. Определить полную энергию материальной точки массой m , колеблющейся по закону $x = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$.
- 6.123. Записать уравнение гармонических колебаний при следующих параметрах: $A = 5,0 \cdot 10^{-2}$ м, $\varphi_0 = 0$, $T = 0,01$ с. Определить частоту колебаний, угловую скорость, амплитуды скорости и ускорения, полную энергию гармонических колебаний для тела массой $m = 0,10$ кг.
- 6.124. Тело массой 0,10 кг совершает гармонические колебания по закону $x = 0,10 \sin(314 \cdot t + \pi/2)$. Определить амплитуду смещения, начальную фазу, частоту колебаний, период колебаний, амплитуды скорости и ускорения, максимальную кинетическую энергию.
- 6.125. Скорость тела, совершающего гармонические колебания, изменяется по закону $v = 0,060 \sin 100t$. Записать уравнение гармонических колебаний. Определить максимальные значения скорости и ускорения колеблющегося тела, энергию гармонических колебаний для тела массой 0,20 кг.
- 6.126. По уравнению движения $x = 0,20 \sin \pi t$ определить смещение материальной точки через 1,5 с от начала колебаний, путь, пройденный ею за это время, возвращающую силу, действующую в этот момент времени. Масса материальной точки равна 0,20 кг.
- 6.127. По уравнению движения $x = 0,20 \sin \pi t$ определить смещение точки, ее ускорение, возвращающую силу и потенциальную энергию через 1/6 с от момента возникновения колебаний. Масса материальной точки равна 0,20 кг.

6.128. На горизонтальной подставке, совершающей гармонические колебания в вертикальном направлении, лежит груз. При каком максимальном ускорении подставки груз еще не будет отрываться от ее поверхности? Какой будет при этом амплитуда колебаний, если период колебаний равен 0,5 с?

6.129. Горизонтальная доска совершает гармонические колебания в горизонтальном направлении с периодом 2,0 с. При какой амплитуде колебаний лежащее на ней тело начнет скользить? Коэффициент трения покоя равен 0,2.

Тема 4. Маятники

6.130. Грузик массой $m = 250$ г, подвешенный к пружине, колеблется по вертикали с периодом $T = 1$ с. Определить жесткость k пружины.

6.131. К спиральной пружине подвесили грузик, в результате чего пружина растянулась на $x = 9$ см. Каков будет период T колебаний грузика, если его немного оттянуть вниз и затем отпустить?

6.132. Гиря, подвешенная к пружине, колеблется по вертикали с амплитудой $A = 4$ см. Определить полную энергию E колебаний гири, если жесткость k пружины равна 1 кН/м.

6.133. Найти отношение длин двух математических маятников, если отношение периодов их колебаний равно 1,5.

6.134. Математический маятник длиной $l = 1$ м установлен в лифте. Лифт поднимается с ускорением $a = 2,5$ м/с². Определить период T колебаний маятника.

6.135. На концах тонкого стержня длиной $l = 30$ см укреплены одинаковые грузики по одному на каждом конце. Стержень с грузиками колеблется около горизонтальной оси, проходящей через точку, удаленную на $d = 10$ см от одного из концов стержня. Определить приведенную длину L и период T колебаний такого физического маятника. Массой стержня пренебречь.

6.136. На стержне длиной $l = 30$ см укреплены два одинаковых грузика: один — в середине стержня, другой — на одном из его концов. Стержень с грузиком колеблется около горизонтальной оси, проходящей через свободный конец стержня. Определить приведенную длину L и период T колебаний такой системы. Массой стержня пренебречь.

6.137. Система из трех грузов, соединенных стержнями длиной $l = 30$ см (рис. 1), колеблется относительно горизонтальной оси, проходящей через точку O перпендикулярно плоскости чертежа. Найти период T колебаний системы. Массами стержней пренебречь, грузы рассматривать как материальные точки.

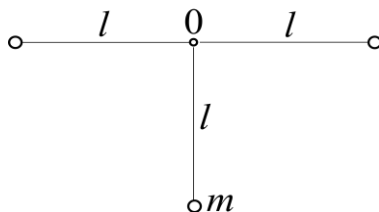


Рис. 1

6.138. Тонкий обруч, повешенный на гвоздь, вбитый горизонтально в стену, колеблется в плоскости, параллельной стене. Радиус R обруча равен 30 см. Вычислить период T колебаний обруча.

6.139. Шарик, подвешенный на нити длиной 2 м, отклоняют на угол 4° и наблюдают его колебания. Полагая колебания незатухающими гармоническими, найти скорость шарика при прохождении им положения равновесия. Проверить полученное решение, найдя скорость шарика при прохождении им положения равновесия из уравнений механики.

6.140. К пружине подвешен груз массой 10 кг. Зная, что пружина под влиянием силы 1 кгс растягивается на 1,5 см, определить период вертикальных колебаний груза.

6.141. К пружине подвешен груз. Зная, что максимальная кинетическая энергия колебаний груза равна 1 Дж, найти коэффициент упругости пружины. Амплитуда колебаний 5 см.

6.142. Как изменится период вертикальных колебаний груза, висящего на двух одинаковых пружинах, если от последовательного соединения пружин перейти к параллельному их соединению?

6.143. Медный шарик, подвешенный к пружине, совершает вертикальные колебания. Как изменится период колебаний, если к пружине подвесить вместо медного шарика алюминиевый такого же радиуса?

6.144. К пружине подвешена чашка весов с гирями. При этом период вертикальных колебаний равен 0,5 с. После того как на чашку весов положили еще добавочные гири, период вертикальных колебаний стал равен

0,6 с. На сколько удлинилась пружина от прибавления этого добавочного груза?

6.145. К резиновому шнуру длиной 40 см и радиусом 1 мм подвешена гиря массой 0,5 кг. Зная, что модуль Юнга резины равен $0,3 \text{ кгс/мм}^2$, найти период вертикальных колебаний гири. У к а з а н и е. Учесть, что коэффициент упругости k резины связан с модулем Юнга E резины соотношением $k = SE/l$, где S — площадь поперечного сечения резины и l — ее длина.

6.146. Ареометр массой $m = 0,2$ кг плавает в жидкости. Если погрузить его немного в жидкость и отпустить, то он начнет совершать колебания с периодом $T = 3,4$ с. Считая колебания незатухающими, найти по данным этого опыта плотность жидкости ρ , в которой плавает ареометр. Диаметр вертикальной цилиндрической трубки ареометра $d = 1$ см.

6.147. Груз, подвешенный к спиральной пружине, колеблется по вертикали с амплитудой $A = 6$ см. Определить полную энергию E колебаний груза, если жесткость k пружины составляет 500 Н/м.

6.148. Спиральная пружина обладает жесткостью $k = 25$ Н/м. Определить, тело какой массой m должно быть подвешено к пружине, чтобы за $t = 1$ мин совершалось 25 колебаний.

6.149. Если увеличить массу груза, подвешенного к спиральной пружине, на 600 г, то период колебаний груза возрастает в 2 раза. Определить массу первоначально подвешенного груза.

6.150. При подвешивании грузов массами $m_1 = 600$ г и $m_2 = 400$ г к свободным пружинам последние удлинились одинаково ($l = 10$ см). Пренебрегая массой пружин, определить: 1) периоды колебаний грузов; 2) какой из грузов при одинаковых амплитудах обладает большей энергией и во сколько раз.

6.151. На горизонтальной пружине жесткостью $k = 800$ Н/м укреплен шар массой $M = 4$ кг, лежащий на гладком столе, по которому он может скользить без трения (рис. 2). Пуля массой $m = 10$ г, летящая с горизонтальной скоростью $v_0 = 600$ м/с и имеющая в момент удара скорость направленную вдоль оси пружины, попала в шар и застряла в нем. Пренебрегая массой пружины и сопротивлением воздуха, определить: 1) амплитуду колебаний шара; 2) период колебаний шара.

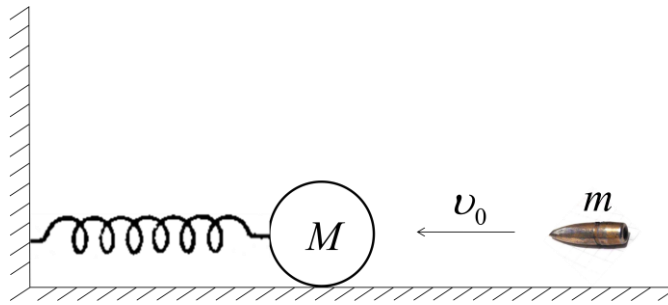


Рис. 2

6.152. На чашку весов массой M (рис. 3), подвешенную на пружине с жесткостью k , с высоты h падает небольшой груз массой m . Удар груза о дно чашки является абсолютно неупругим. Чашка в результате падения груза начинает совершать колебания. Определить амплитуду A этих колебаний.

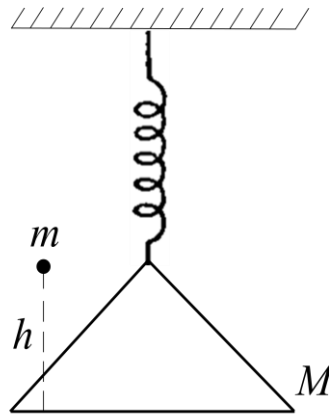


Рис. 3

6.153. Физический маятник представляет собой тонкий однородный стержень длиной 35 см. Определить, на каком расстоянии от центра масс должна быть точка подвеса, чтобы частота колебаний была максимальной.

6.154. Однородный диск радиусом $R = 20$ см колеблется около горизонтальной оси, проходящей на расстоянии $l = 15$ см от центра диска. Определить период T колебаний диска относительно этой оси.

6.155. Тонкий обруч радиусом $R = 50$ см подвешен на вбитый в стену гвоздь и колеблется в плоскости, параллельной стене. Определить период T колебаний обруча.

6.156. Тонкий однородный стержень длиной $l = 60$ см может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через верхний конец

стержня. Стержень отклонили на угол $\alpha_0 = 0,01$ рад и в момент времени $t_0 = 0$ отпустили. Считая колебания малыми, определить период колебаний стержня и записать функцию $\alpha(t)$.

6.157. Тонкий однородный стержень длиной $l = 60$ см может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, отстоящей на расстоянии $x = 15$ см от его середины. Определить период колебаний стержня, если он совершает малые колебания.

6.158. Маятник состоит из стержня ($l = 30$ см, $m = 50$ г), на верхнем конце которого укреплен маленький шарик (материальная точка массой $m' = 40$ г), на нижнем - шарик ($R = 5$ см, $M = 100$ г). Определить период колебания этого маятника около горизонтальной оси, проходящей через точку O в центре стержня (рис. 4).

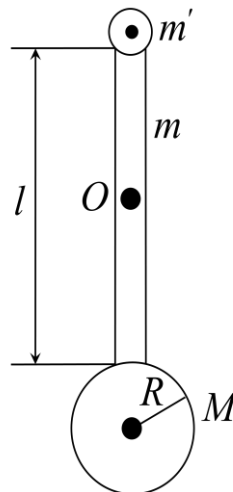


Рис. 4

6.159. Математический маятник, состоящий из нити длиной $l = 1$ м и свинцового шарика радиусом $r = 2$ см, совершает гармонические колебания с амплитудой $A = 6$ см. Определить: 1) скорость шарика при прохождении им положения равновесия; 2) максимальное значение возвращающей силы. Плотность свинца $\rho = 11,3$ г/см³.

6.160. Два математических маятника имеют одинаковые массы, длины, отличающиеся в $n = 1,5$ раза, и колеблются с одинаковыми угловыми амплитудами. Определить, какой из маятников обладает большей энергией и во сколько раз.

6.161. Два математических маятника, длины которых отличаются на $\Delta l = 16$ см, совершают за одно и то же время один $n_1 = 10$ колебаний, другой – $n_2 = 6$ колебаний. Определить длины маятников l_1 и l_2 .

6.162. Математический маятник длиной $l = 50$ см подвешен в кабине самолета. Определить период T колебаний маятника, если самолет движется равномерно.

6.163. Математический маятник длиной $l = 50$ см подвешен в кабине самолета. Определить период T колебаний маятника, если самолет движется горизонтально с ускорением $a = 2,5 \text{ м/с}^2$.

6.164. Математический маятник длиной $l = 1$ м подвешен к потолку кабины, которая начинает опускаться вертикально вниз с ускорением $a_1 = g/4$. Спустя время $t_1 = 3$ с после начала движения кабина начинает двигаться равномерно, а затем в течение 3 с тормозится до остановки. Определить: 1) периоды T_1, T_2, T_3 гармонических колебаний маятника на каждом из участков пути; 2) период T_4 гармонических колебаний маятника при движении точки подвеса в горизонтальном направлении с ускорением $a_4 = g/4$.

6.165. Цилиндр массой m , с площадью основания S свободно плавает в жидкости плотностью ρ . Его погрузили глубже и отпустили. Определить период гармонических колебаний цилиндра. Сопротивлением среды пренебречь.

6.166. В двух вертикальных сообщающихся сосудах находится жидкость массой m . Выведенная из положения равновесия, жидкость совершает колебательное движение. Плотность жидкости равна ρ , площадь поперечного сечения каждого сосуда равна S . Определить период колебаний жидкости.

6.167. Висящий на пружине груз массой 0,10 кг совершает вертикальные колебания с амплитудой 4,0 см. Определить период гармонических колебаний груза, если для упругого удлинения пружины на 1,0 см требуется сила 0,10 Н. Найти энергию гармонических колебаний маятника. Массой пружины пренебречь.

6.168. Груз, лежащий на гладкой неподвижной горизонтальной поверхности, прикреплен к пружине. Другой конец пружины закреплен. Груз тянут по поверхности с силой F и затем отпускают. Написать уравнение колебаний груза, считая их гармоническими. Определить энергию этих колебаний. Как изменится период колебаний, если всю систему перенести на Луну? Масса груза равна m , сила $F = mg$, жесткость пружины равна k . Массой пружины пренебречь.

6.169. Груз массой 0,20 кг, подвешенный к пружине, совершает 30 колебаний за 1 мин с амплитудой 0,10 м. Определить кинетическую энергию груза через $1/6$ периода после момента прохождения грузом положения равновесия, а также жесткость пружины.

6.170. Груз массой m подвешивают к двум невесомым пружинам, жесткость которых равна k_1 и k_2 . Определить период гармонических колебаний груза при последовательном соединении пружин; при параллельном соединении пружин, если груз подвешен посередине между ними на невесомом стержне.

6.171. Математический маятник длиной 99,5 см за 1 мин совершает 30 полных колебаний. Определить период колебания маятника и ускорение свободного падения в том месте, где находится маятник.

6.172. Определить период гармонических колебаний математического маятника длиной 1,0 м, если ускорение свободного падения равно $9,81 \text{ м/с}^2$. Во сколько раз и как надо изменить длину маятника, чтобы период колебаний увеличился в два раза?

6.173. Определить длину математического маятника, совершающего одно полное колебание за 2 с, если ускорение свободного падения равно $9,81 \text{ м/с}^2$. Во сколько раз нужно изменить длину маятника, чтобы частота его колебаний увеличилась в два раза?

6.174. Как относятся длины двух математических маятников, если за одно и то же время первый маятник совершил 10 колебаний, а второй — 20 колебаний?

6.175. Во сколько раз период колебаний математического маятника на Луне отличается от периода колебаний того же маятника на Земле ($g_{\text{л}} \approx g_{\text{з}}/6$)?

6.176. К потолку подвешены два математических маятника. За одинаковый промежуток времени один маятник совершил 5 колебаний, а другой — 3 колебания. Какова длина каждого маятника, если разность их длин равна 48 см?

6.177. Во сколько раз и как отличается период гармонических колебаний математического маятника на планете, масса и радиус которой в четыре раза больше, чем у Земли, от периода колебаний такого же маятника на Земле?

6.178. На сколько отстанут часы с маятником за сутки, если их с полюса перенести на экватор? Считать, что на полюсе часы шли правильно ($g_{\text{п}} \approx 9,83 \text{ м/с}^2$, $g_{\text{экв}} \approx 9,78 \text{ м/с}^2$).

6.179. Часы с маятником точно идут на уровне моря. На сколько будут отставать часы за сутки, если их поднять на высоту $h = 4,0$ км? Радиус Земли $R_3 \approx 6,4 \cdot 10^3$ км.

Тема 5. Затухающие колебания

6.180. Амплитуда затухающих колебаний маятника за время $t_1 = 5$ мин уменьшилась в два раза. За какое время t_2 , считая от начального момента, амплитуда уменьшится в восемь раз?

6.181. За время $t = 8$ мин амплитуда затухающих колебаний маятника уменьшилась в три раза. Определить коэффициент затухания δ .

6.182. Амплитуда колебаний маятника длиной $l = 1$ м за время $t = 10$ мин уменьшилась в два раза. Определить логарифмический декремент колебаний θ .

6.183. Логарифмический декремент колебаний θ маятника равен 0,003. Определить число N полных колебаний, которые должен сделать маятник, чтобы амплитуда уменьшилась в два раза.

6.184. Гиря массой $m = 500$ г подвешена к спиральной пружине жесткостью $k = 20$ Н/м и совершает упругие колебания в некоторой среде. Логарифмический декремент колебаний $\theta = 0,004$. Определить число N полных колебаний, которые должна совершить гиря, чтобы амплитуда колебаний уменьшилась в $n = 2$ раза. За какое время t произойдет это уменьшение?

6.185. Тело массой $m = 5$ г совершает затухающие колебания. В течение времени $t = 50$ с тело потеряло 60% своей энергии. Определить коэффициент сопротивления b .

6.186. Определить период T затухающих колебаний, если период T_0 собственных колебаний системы равен 1 с и логарифмический декремент колебаний $\theta = 0,628$.

6.187. Найти число N полных колебаний системы, в течение которых энергия системы уменьшилась в $n = 2$ раза. Логарифмический декремент колебаний $\theta = 0,01$.

6.188. Тело массой $m = 1$ кг находится в вязкой среде. Коэффициент сопротивления среды для данного тела $r = 0,05$ кг/с. С помощью двух

одинаковых пружин жесткостью $\kappa = 50$ Н/м каждое тело удерживается в положении равновесия, пружины при этом не деформированы (рис. 5). Тело сместили от положения равновесия и отпустили. Определить коэффициент затухания δ .

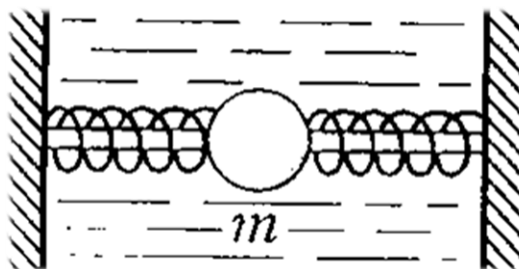


Рис. 5

6.189. Тело массой $m = 1$ кг находится в вязкой среде. Коэффициент сопротивления среды для данного тела $r = 0,05$ кг/с. С помощью двух одинаковых пружин жесткостью $\kappa = 50$ Н/м каждое тело удерживается в положении равновесия, пружины при этом не деформированы (рис. 5). Тело сместили от положения равновесия и отпустили. Определить частоту ν колебаний.

6.190. Тело массой $m = 1$ кг находится в вязкой среде. Коэффициент сопротивления среды для данного тела $r = 0,05$ кг/с. С помощью двух одинаковых пружин жесткостью $\kappa = 50$ Н/м каждое тело удерживается в положении равновесия, пружины при этом не деформированы (рис. 5). Тело сместили от положения равновесия и отпустили. Определить логарифмический декремент колебаний θ .

6.191. Тело массой $m = 1$ кг находится в вязкой среде. Коэффициент сопротивления среды для данного тела $r = 0,05$ кг/с. С помощью двух одинаковых пружин жесткостью $\kappa = 50$ Н/м каждое тело удерживается в положении равновесия, пружины при этом не деформированы (рис. 5). Тело сместили от положения равновесия и отпустили. Определить число N колебаний, по прошествии которых амплитуда уменьшится в e раз.

6.192. Период затухающих колебаний 4 с, логарифмический декремент затухания 1,6, начальная фаза равна нулю. Смещение точки при $t = T/4$ равно 4,5 см. 1) Написать уравнение движения этого колебания. 2) Построить график этого колебательного движения в пределах двух периодов.

6.193. Построить график затухающего колебания, уравнение которого дано в виде $x = e^{-0,1t} \sin \frac{\pi}{4} t$ м.

- 6.194. Уравнение затухающих колебаний дано в виде $x = 5e^{-0,25t} \sin \frac{\pi}{2} t$ м. Найти скорость колеблющейся точки в момент времени $t = 0$.
- 6.195. Уравнение затухающих колебаний дано в виде $x = 5e^{-0,25t} \sin \frac{\pi}{2} t$ м. Найти скорость колеблющейся точки в момент времени $t = T$.
- 6.196. Уравнение затухающих колебаний дано в виде $x = 5e^{-0,25t} \sin \frac{\pi}{2} t$ м. Найти скорость колеблющейся точки в момент времени $t = 2T$.
- 6.197. Уравнение затухающих колебаний дано в виде $x = 5e^{-0,25t} \sin \frac{\pi}{2} t$ м. Найти скорость колеблющейся точки в момент времени $t = 3T$.
- 6.198. Уравнение затухающих колебаний дано в виде $x = 5e^{-0,25t} \sin \frac{\pi}{2} t$ м. Найти скорость колеблющейся точки в момент времени $t = 4T$.
- 6.199. Логарифмический декремент затухания математического маятника равен 0,2. Найти, во сколько раз уменьшается амплитуда колебаний за одно полное колебание маятника.
- 6.200. Чему равен логарифмический декремент затухания математического маятника, если за 1 мин амплитуда колебаний уменьшилась в два раза? Длина маятника 1 м.
- 6.201. Математический маятник длиной 24,7 см совершает затухающие колебания. Через сколько времени энергия колебаний маятника уменьшится в 9,4 раза? Задачу решить при значении логарифмического декремента затухания $\kappa = 0,01$.
- 6.202. Математический маятник длиной 24,7 см совершает затухающие колебания. Через сколько времени энергия колебаний маятника уменьшится в 9,4 раза? Задачу решить при значении логарифмического декремента затухания $\kappa = 1$.
- 6.203. Математический маятник совершает затухающие колебания с логарифмическим декрементом затухания 0,2. Во сколько раз уменьшится полное ускорение маятника в его крайнем положении за одно колебание?
- 6.204. Амплитуда затухающих колебаний математического маятника за 1 мин уменьшилась вдвое. Во сколько раз она уменьшится за 3 мин?
- 6.205. Математический маятник длиной 0,5 м, выведенный из положения равновесия, отклонился при первом колебании на 5 см, а при втором (в ту же сторону) — на 4 см. Найти время релаксации, т. е. время, в течение которого

амплитуда колебаний уменьшится в e раз, где e - основание натуральных логарифмов.

6.206. К вертикально висящей пружине подвешивают груз. При этом пружина удлинится на 9,8 см. Оттягивая этот груз вниз и отпуская его, заставляют груз совершать колебания. Чему должен быть равен коэффициент затухания δ , чтобы колебания прекратились через 10 с (считать условно, что колебания прекратились, если их амплитуда упала до 1% от начальной величины)?

6.207. К вертикально висящей пружине подвешивают груз. При этом пружина удлинится на 9,8 см. Оттягивая этот груз вниз и отпуская его, заставляют груз совершать колебания. Чему должен быть равен коэффициент затухания δ , чтобы груз возвращался в положение равновесия аperiodически?

6.208. К вертикально висящей пружине подвешивают груз. При этом пружина удлинится на 9,8 см. Оттягивая этот груз вниз и отпуская его, заставляют груз совершать колебания. Чему должен быть равен коэффициент затухания δ , чтобы логарифмический декремент затухания был равен 6?

6.209. Период затухающих колебаний $T = 1$ с, логарифмический декремент затухания $\theta = 0,3$, начальная фаза равна нулю. Смещение точки при $t = 2 T$ составляет 5 см. Записать уравнение движения этого колебания.

6.210. Доказать, что для затухающих колебаний, описываемых уравнением $x(t) = A_0 e^{-\delta t} \cos \omega t$, выполняется условие $x(t + T) = x(t) e^{-\delta T}$.

6.211. Амплитуда затухающих колебаний маятника за $t = 2$ мин уменьшилась в 2 раза. Определить коэффициент затухания δ .

6.212. Логарифмический декремент колебаний θ маятника равен 0,01. Определить число N полных колебаний маятника до уменьшения его амплитуды в 3 раза.

6.213. Амплитуда затухающих колебаний математического маятника за 1 мин уменьшилась в 3 раза. Определить, во сколько раз она уменьшится за 4 мин.

6.214. Начальная амплитуда затухающих колебаний маятника $A_0 = 3$ см. По истечении $t_1 = 10$ с $A_1 = 1$ см. Определить, через сколько времени амплитуда колебаний станет равной $A_2 = 0,3$ см.

6.215. Тело массой $m = 0,6$ кг, подвешенное к спиральной пружине жесткостью $k = 30$ Н/м, совершает в некоторой среде упругие колебания.

Логарифмический декремент колебаний $\theta = 0,01$. Определить время t , за которое амплитуда колебаний уменьшится в 3 раза.

6.216. Тело массой $m = 0,6$ кг, подвешенное к спиральной пружине жесткостью $k = 30$ Н/м, совершает в некоторой среде упругие колебания. Логарифмический декремент колебаний $\theta = 0,01$. Определить число N полных колебаний, которые должна совершить гиря, чтобы произошло подобное уменьшение амплитуды.

6.217. При наблюдении затухающих колебаний выяснилось, что для двух последовательных колебаний амплитуда второго меньше амплитуды первого на 60%. Период затухающих колебаний $T = 0,5$ с. Определить: 1) коэффициент затухания δ ; 2) для тех же условий частоту ν_0 незатухающих колебаний.

6.218. Тело массой $m = 100$ г, совершая затухающие колебания, за $\tau = 1$ мин потеряло 40 % своей энергии. Определить коэффициент сопротивления r .

6.219. Затухающие колебания точки происходят по закону $x = a_0 e^{-\beta t} \sin \omega t$. Найти: а) амплитуду смещения и скорость точки в момент $t = 0$; б) моменты времени, когда точка достигает крайних положений.

6.220. Осциллятор со временем релаксации $\tau = 20$ с в момент $t = 0$ имеет начальное смещение $x_0 = 10$ см. При каком значении начальной скорости x_0 это смещение окажется равным своей амплитуде?

6.221. Точка совершает затухающие колебания с частотой $\omega = 25$ с⁻¹. Найти коэффициент затухания β , если в начальный момент скорость точки равна нулю, а ее смещение из положения равновесия в $\eta = 1,020$ раза меньше амплитуды.

6.222. Математический маятник совершает колебания в среде, для которой логарифмический декремент затухания $\lambda_0 = 1,50$. Каким будет значение λ , если сопротивление среды увеличить в $n = 2,00$ раза? Во сколько раз следует увеличить сопротивление среды, чтобы колебания стали невозможны?

6.223. К невесомой пружине подвесили грузик, и она растянулась на $\Delta x = 9,8$ см. С каким периодом будет колебаться грузик, если ему дать небольшой толчок в вертикальном направлении? Логарифмический декремент затухания $\lambda = 3,1$.

6.224. Найти добротность осциллятора, у которого амплитуда смещения уменьшается в $\eta = 2,0$ раза через каждые $n = 110$ периодов колебаний.

6.225. Найти добротность осциллятора, у которого собственная частота $\omega_0 = 100 \text{ с}^{-1}$ и время релаксации $\tau = 60 \text{ с}$.

6.226. Частицу сместили из положения равновесия на расстояние $l = 1,0 \text{ см}$ и предоставили самой себе. Какой путь пройдет, колеблясь, эта частица до полной остановки, если логарифмический декремент затухания $\lambda = 0,020$?

6.227. Найти добротность математического маятника длины $l = 50 \text{ см}$, если за промежуток времени $\tau = 5,2 \text{ мин}$ его полная механическая энергия уменьшилась в $\eta = 4,0 \cdot 10^4$ раз.

Тема 6. Вынужденные колебания. Резонанс

6.228. Под действием силы тяжести электродвигателя консольная балка, на которой он установлен, прогнулась на $h = 1 \text{ мм}$. При какой частоте вращения n якоря электродвигателя может возникнуть опасность резонанса?

6.229. Вагон массой $m = 80 \text{ т}$ имеет четыре рессоры. Жесткость k пружин каждой рессоры равна 500 кН/м . При какой скорости v вагон начнет сильно раскачиваться вследствие толчков на стыках рельс, если длина l рельса равна $12,8 \text{ м}$?

6.230. Колебательная система совершает затухающие колебания с частотой $\nu = 1000 \text{ Гц}$. Определить частоту ν_0 собственных колебаний, если резонансная частота; $\nu_{\text{рез}} = 998 \text{ Гц}$.

6.231. Определить, на сколько резонансная частота отличается от частоты $\nu_0 = 1 \text{ кГц}$ собственных колебаний системы, характеризуемой коэффициентом затухания $\delta = 400 \text{ с}^{-1}$.

6.232. Определить логарифмический декремент колебаний θ колебательной системы, для которой резонанс наблюдается при частоте, меньшей собственной частоты $\nu_0 = 10 \text{ кГц}$ на $\Delta\nu = 2 \text{ Гц}$.

6.233. Период T_0 собственных колебаний пружинного маятника равен $0,55 \text{ с}$. В вязкой среде период T того же маятника стал равным $0,56 \text{ с}$. Определить резонансную частоту $\nu_{\text{рез}}$ колебаний.

6.234. Пружинный маятник (жесткость k пружины равна 10 Н/м , масса m груза равна 100 г) совершает вынужденные колебания в вязкой среде с коэффициентом сопротивления $r = 2 \cdot 10^{-2} \text{ кг/с}$. Определить коэффициент

затухания δ и резонансную амплитуду $\nu_{\text{рез}}$, если амплитудное значение вынуждающей силы $F_0 = 10$ мН.

6.235. Тело совершает вынужденные колебания в среде с коэффициентом сопротивления $r = 1$ г/с. Считая затухание малым, определить амплитудное значение вынуждающей силы, если резонансная амплитуда $A_{\text{рез}} = 0,5$ см и частота ν_0 собственных колебаний равна 10 Гц.

6.236. Амплитуды вынужденных гармонических колебаний при частоте $\nu_1 = 400$ Гц и $\nu_2 = 600$ Гц равны между собой. Определить резонансную частоту $\nu_{\text{рез}}$. Затуханием пренебречь.

6.237. К спиральной пружине жесткостью $k = 10$ Н/м подвесили грузик массой $m = 10$ г и погрузили всю систему в вязкую среду. Приняв коэффициент сопротивления r равным 0,1 кг/с, определить: 1) частоту ν_0 собственных колебаний; 2) резонансную частоту $\nu_{\text{рез}}$; 3) резонансную амплитуду $A_{\text{рез}}$, если вынуждающая сила изменяется по гармоническому закону и ее амплитудное значение $F_0 = 0,02$ Н; 4) отношение резонансной амплитуды к статическому смещению под действием силы F_0 .

6.238. Во сколько раз амплитуда вынужденных колебаний будет меньше резонансной амплитуды, если частота изменения вынуждающей силы будет больше резонансной частоты на 10%? Коэффициент затухания δ в обоих случаях принять равным $0,1\omega_0$ (ω_0 — угловая частота собственных колебаний).

6.239. Во сколько раз амплитуда вынужденных колебаний будет меньше резонансной амплитуды, если частота изменения вынуждающей силы будет больше резонансной частоты в два раза? Коэффициент затухания δ в обоих случаях принять равным $0,1\omega_0$ (ω_0 — угловая частота собственных колебаний).

6.240. Тело массой $m = 10$ г совершает затухающие колебания с максимальной амплитудой 7 см, начальной фазой, равной нулю, и коэффициентом затухания $1,6$ с⁻¹. На это тело начала действовать внешняя периодическая сила, под действием которой установились вынужденные колебания. Уравнение вынужденных колебаний имеет вид $x = 5 \sin(10\pi t - 0,75\pi)$ см. Найти (с числовыми коэффициентами): 1) уравнение собственных колебаний, 2) уравнение внешней периодической силы.

6.241. Гиря массой 0,2 кг, висят на вертикальной пружине, совершает затухающие колебания с коэффициентом затухания $0,75$ с⁻¹. Коэффициент упругости пружины 0,5 кгс/см. Начертить зависимость амплитуды A вынужденных колебаний гирьки от частоты со внешней периодической силы,

если известно, что наибольшее значение внешней силы равно 0,98 Н. Для построения графика найти значения A для следующих частот: $\omega = 0$, $\omega = 0,5\omega_0$, $\omega = 0,75\omega_0$, $\omega = \omega_0$, $\omega = 1,5\omega_0$ и $\omega = 2\omega_0$, где ω_0 - частота собственных колебаний подвешенной гири.

6.242. По грунтовой дороге прошел трактор, оставив следы в виде ряда углублений, находящихся на расстоянии 30 см друг от друга. По этой дороге покатали детскую коляску, имеющую две одинаковые рессоры, каждая из которых прогибается на 2 см под действием груза массой 1 кг. С какой скоростью катили коляску, если от толчков на углублениях она, попав в резонанс, начала сильно раскачиваться? Масса коляски 10 кг.

6.243. Определить резонансную частоту колебательной системы, если собственная частота колебаний $\nu_0 = 300$ Гц, а логарифмический декремент $\theta = 0,2$.

6.244. Собственная частота ν_0 колебаний некоторой системы составляет 500 Гц. Определить частоту ν затухающих колебаний этой системы, если резонансная частота $\nu_{рез} = 499$ Гц.

6.245. Период затухающих колебаний системы составляет 0,2 с, а отношение амплитуд первого и шестого колебаний равно 13. Определить резонансную частоту данной колебательной системы.

6.246. Гиря массой $m = 0,5$ кг, подвешенная на спиральной пружине жесткостью $k = 50$ Н/м, совершает колебания в вязкой среде с коэффициентом сопротивления $r = 0,5$ кг/с. На верхний конец пружины действует вынуждающая сила, изменяющаяся по закону $F = 0,1 \cos \omega t$ Н. Определить для данной колебательной системы: 1) коэффициент затухания δ ; 2) резонансную амплитуду $A_{рез}$.

6.247. Гиря массой $m = 400$ г, подвешенная на спиральной пружине жесткостью $k = 40$ Н/м, опущена в масло. Коэффициент сопротивления r для этой системы составляет 0,5 кг/с. На верхний конец пружины действует вынуждающая сила, изменяющаяся по закону $F = \cos \omega t$ Н. Определить амплитуду вынужденных колебаний, если частота вынуждающей силы вдвое меньше собственной частоты колебаний.

6.248. Гиря массой $m = 400$ г, подвешенная на спиральной пружине жесткостью $k = 40$ Н/м, опущена в масло. Коэффициент сопротивления r для этой системы составляет 0,5 кг/с. На верхний конец пружины действует вынуждающая сила, изменяющаяся по закону $F = \cos \omega t$ Н. Определить частоту вынуждающей силы, при которой амплитуда вынужденных колебаний максимальна.

6.249. Гиря массой $m = 400$ г, подвешенная на спиральной пружине жесткостью $k = 40$ Н/м, опущена в масло. Коэффициент сопротивления r для этой системы составляет $0,5$ кг/с. На верхний конец пружины действует вынуждающая сила, изменяющаяся по закону $F = \cos \omega t$ Н. Определить резонансную амплитуду.

6.250. Гиря массой $m = 20$ г, подвешенная на спиральной пружине жесткостью $k = 50$ Н/м, совершает колебания в вязкой среде с коэффициентом сопротивления $r = 0,2$ кг/с. На верхний конец пружины действует вынуждающая сила, изменяющаяся по закону $F = 0,2 \cos \omega t$ Н. Определить: 1) частоту ν_0 собственных колебаний; 2) резонансную частоту $\nu_{рез}$; 3) резонансную амплитуду $A_{рез}$; 4) статическое отклонение.

6.251. Шарик массы m может совершать незатухающие гармонические колебания около точки $x = 0$ с собственной частотой ω_0 . В момент $t = 0$, когда шарик находился в состоянии равновесия, к нему приложили вынуждающую силу $F_x = F_0 \cos \omega t$, совпадающую по направлению с осью x . Найти закон вынужденных колебаний шарика $x(t)$.

6.252. Шарик массы m , подвешенный к пружинке, удлиняет ее на Δl . Под действием внешней вертикальной силы, меняющейся по гармоническому закону с амплитудой F_0 , шарик совершает вынужденные колебания. Логарифмический декремент затухания λ . Пренебрегая массой пружинки, найти частоту ω вынуждающей силы, при которой амплитуда a смещения шарика максимальна. Каково значение этой амплитуды?

6.253. Найти максимальное значение амплитуды смещения осциллятора, совершающего установившиеся колебания под действием вынуждающей гармонической силы с амплитудой $F_0 = 2,50$ Н, если частота затухающих колебаний данного осциллятора $\omega = 100$ с⁻¹ и коэффициент сопротивления (коэффициент пропорциональности между силой сопротивления и скоростью) $r = 0,50$ кг/с.

6.254. Амплитуды смещений вынужденных гармонических колебаний при частотах $\omega_1 = 400$ с⁻¹ и $\omega_2 = 600$ с⁻¹ равны между собой. Найти частоту ω , при которой амплитуда смещения максимальна.

6.255. При частотах вынуждающей гармонической силы ω_1 и ω_2 амплитуда скорости частицы равна половине максимального значения. Найти частоту, соответствующую резонансу скорости.

6.256. При частотах вынуждающей гармонической силы ω_1 и ω_2 амплитуда скорости частицы равна половине максимального значения. Найти коэффициент затухания β и частоту ω затухающих колебаний.

Тема 7. Волны в упругой среде. Уравнение плоской волны

6.257. Задано уравнение плоской волны $\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$, где $A = 0,5$ см, $\omega = 628 \text{ с}^{-1}$, $k = 2 \text{ м}^{-1}$. Определить: 1) частоту колебаний ν и длину волны λ ; 2) фазовую скорость v ; 3) максимальные значения скорости $\dot{\xi}_{\max}$ и ускорения $\ddot{\xi}_{\max}$ колебаний частиц среды.

6.258. Показать, что выражение $\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$ удовлетворяет волновому уравнению $\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$ при условии, что $\omega = kv$.

6.259. Плоская звуковая волна возбуждается источником колебаний частоты $\nu = 200$ Гц. Амплитуда A колебаний источника равна 4 мм. Написать уравнение колебаний источника $\xi(0, t)$, если в начальный момент смещение точек источника максимально. Найти смещение $\xi(x, t)$ точек среды, находящихся на расстоянии $x = 100$ см от источника, в момент $t = 0,1$ с. Скорость v звуковой волны принять равной 300 м/с. Затуханием пренебречь.

6.260. Звуковые колебания, имеющие частоту $\nu = 0,5$ кГц и амплитуду $A = 0,25$ мм, распространяются в упругой среде. Длина волны $\lambda = 70$ см. Найти: 1) скорость v распространения волн; 2) максимальную скорость $\dot{\xi}_{\max}$ частиц среды.

6.261. Плоская звуковая волна имеет период $T = 3$ мс, амплитуду $A = 0,2$ мм и длину волны $\lambda = 1,2$ м. Для точек среды, удаленных от источника колебаний на расстояние $x = 2$ м, найти: 1) смещение $\xi(x, t)$ в момент $t = 7$ мс; 2) скорость $\dot{\xi}$ и ускорение $\ddot{\xi}$ для того же момента времени. Начальную фазу колебаний принять равной нулю.

6.262. От источника колебаний распространяется волна вдоль прямой линии. Амплитуда A колебаний равна 10 см. Как велико смещение точки, удаленной от источника на $x = 3/4\lambda$, в момент, когда от начала колебаний прошло время $t = 0,9T$?

6.263. Волна с периодом $T = 1,2$ с и амплитудой колебаний $A = 2$ см распространяется со скоростью $v = 15$ м/с. Чему равно смещение $\xi(x, t)$ точки, находящейся на расстоянии $x = 45$ м от источника волн, в тот момент, когда от начала колебаний источника прошло время $t = 4$ с?

6.264. Две точки находятся на расстоянии $\Delta x = 50$ см друг от друга на прямой, вдоль которой распространяется волна со скоростью $v = 50$ м/с.

Период T колебаний равен 0,05 с. Найти разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний в этих точках.

6.265. Определить разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний источника волн, находящегося в упругой среде, и точки этой среды, отстоящей на $x = 2$ м от источника. Частота ν колебаний равна 5 Гц; волны распространяются со скоростью $v = 40$ м/с.

6.266. Волна распространяется в упругой среде со скоростью $v = 100$ м/с. Наименьшее расстояние Δx между точками среды, фазы колебаний которых противоположны, равно 1 м. Определить частоту ν колебаний.

6.267. Определить скорость v распространения волны в упругой среде, если разность $\Delta\varphi$ колебаний двух точек среды, отстоящих друг от друга на $\Delta x = 10$ см, равна $\pi/3$. Частота ν колебаний равна 25 Гц.

6.268. Найти длину волны колебания, период которого 10^{-14} с. Скорость распространения колебаний $3 \cdot 10^8$ м/с.

6.269. Звуковые колебания, имеющие частоту $\nu = 500$ Гц и амплитуду $A = 0,25$ мм, распространяются в воздухе. Длина волны $\lambda = 70$ см. Найти: 1) скорость распространения колебаний, 2) максимальную скорость частиц воздуха.

6.270. Уравнение незатухающих колебаний дано в виде $x = 10 \sin 0,5 \pi t$ см. Найти уравнение волны, если скорость распространения колебаний 300 м/с.

6.271. Уравнение незатухающих колебаний дано в виде $x = 10 \sin 0,5 \pi t$ см. Написать и изобразить графически уравнение колебания для точки, отстоящей на расстоянии 600 м от источника колебаний.

6.272. Уравнение незатухающих колебаний дано в виде $x = 4 \sin 600 \pi t$ см. Найти смещение от положения равновесия точки, находящейся на расстоянии 75 см от источника колебаний, через 0,01 с после начала колебаний. Скорость распространения колебаний 300 м/с.

6.273. Уравнение незатухающих колебаний дано в виде $x = \sin 2,5 \pi t$ см. Найти смещение от положения равновесия, скорость и ускорение точки, находящейся на расстоянии 20 м от источника колебаний, для момента $t = 1$ с после начала колебаний. Скорость распространения колебаний 100 м/с.

6.274. Найти разность фаз колебаний двух точек, находящихся на расстоянии соответственно 10 и 16 м от источника колебаний. Период колебаний 0,04 с и скорость распространения 300 м/с.

- 6.275. Найти разность фаз колебаний двух точек, лежащих на луче и отстоящих на расстоянии 2 м друг от друга, если длина волны 1 м.
- 6.276. Найти смещение от положения равновесия точки, отстоящей от источника колебаний на расстоянии $l = \lambda / 12$, для момента $t = T/6$. Амплитуда колебаний $A = 0,05$ м.
- 6.277. Смещение от положения равновесия точки, находящейся на расстоянии 4 см от источника колебаний, в момент $t = T/6$ равно половине амплитуды. Найти длину бегущей волны.
- 6.278. Найти положение узлов и пучностей и начертить график стоячей волны для двух случаев: 1) отражение происходит от менее плотной среды, 2) отражение происходит от более плотной среды. Длина бегущей волны 12 см.
- 6.279. Определить длину волны колебаний, если расстояние между первой и четвертой пучностями стоячей волны равно 15 см.
- 6.280. Определить разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний двух точек, лежащих на луче и друг от друга на расстоянии $\Delta l = 1$ м, если длина волны $\lambda = 0,5$ м.
- 6.281. Две точки лежат на луче и находятся от источника колебаний на расстояниях $x_1 = 4$ м и $x_2 = 7$ м. Период колебаний $T = 20$ мс и скорость v распространения волны равна 300 м/с. Определить разность фаз колебаний этих точек.
- 6.282. Волна распространяется в упругой среде со скоростью $v = 150$ м/с. Определить частоту ν колебаний, если минимальное расстояние Δx между точками среды, фазы колебаний которых противоположны, равно 0,75 м.
- 6.283. Определить длину волны λ , если числовое значение волнового вектора k равно $0,02512$ см⁻¹.
- 6.284. Звуковые колебания с частотой $\nu = 450$ Гц и амплитудой $A = 0,3$ мм распространяются в упругой среде. Длина волны $\lambda = 80$ см. Определить: 1) скорость распространения волн; 2) максимальную скорость частиц среды.
- 6.285. Плоская синусоидальная волна распространяется вдоль прямой, совпадающей с положительным направлением оси x в среде, не поглощающей энергию, со скоростью $v = 10$ м/с. Две точки, находящиеся на этой прямой на расстояниях $x_1 = 7$ м и $x_2 = 10$ м от источника колебаний, колеблются с разностью фаз $\Delta\varphi = 3\pi/5$. Амплитуда волны $A = 5$ см. Определить длину волны λ .

6.286. Плоская синусоидальная волна распространяется вдоль прямой, совпадающей с положительным направлением оси x в среде, не поглощающей энергию, со скоростью $v = 10$ м/с. Две точки, находящиеся на этой прямой на расстояниях $x_1 = 7$ м и $x_2 = 10$ м от источника колебаний, колеблются с разностью фаз $\Delta\varphi = 3\pi/5$. Амплитуда волны $A = 5$ см. Определить уравнение волны.

6.287. Плоская синусоидальная волна распространяется вдоль прямой, совпадающей с положительным направлением оси x в среде, не поглощающей энергию, со скоростью $v = 10$ м/с. Две точки, находящиеся на этой прямой на расстояниях $x_1 = 7$ м и $x_2 = 10$ м от источника колебаний, колеблются с разностью фаз $\Delta\varphi = 3\pi/5$. Амплитуда волны $A = 5$ см. Определить смещение ξ_2 второй точки в момент времени $t = 2$ с.

6.288. Поперечная волна распространяется вдоль упругого шнура со скоростью $v = 10$ м/с. Амплитуда колебаний точек шнура $A = 5$ см, а период колебаний $T = 1$ с. Записать уравнение волны и определить: 1) длину волны; 2) фазу колебаний, смещение, скорость и ускорение точки, расположенной на расстоянии $x = 9$ м от источника колебаний в момент времени $t = 2,5$ с.

6.289. Определить разность числовых значений фазовой и групповой скоростей для частоты $\nu = 800$ Гц, если фазовая скорость задается выражением $v = a_0/\sqrt{\nu + b}$, где $a_0 = 24$ м/с, $b = 100$ Гц.

6.290. Два когерентных источника колеблются в одинаковых фазах с частотой $\nu = 400$ Гц. Скорость распространения колебаний в среде $v = 1$ км/с. Определить, при какой наименьшей разности хода будет наблюдаться: 1) максимальное усиление колебаний; 2) максимальное ослабление колебаний.

6.291. Два когерентных источника посылают поперечные волны в одинаковых фазах. Периоды колебаний $T = 0,2$ с, скорость распространения волн в среде $v = 800$ м/с. Определить, при какой разности хода в случае наложения волн будет наблюдаться: 1) ослабление колебаний; 2) усиление колебаний.

6.292. Два динамика расположены на расстоянии $d = 0,5$ м друг от друга и воспроизводят один и тот же музыкальный тон на частоте $\nu = 1500$ Гц. Приемник находится на расстоянии $l = 4$ м от центра динамиков. Принимая скорость звука $v = 340$ м/с, определить, на какое расстояние от центральной линии параллельно динамикам надо отодвинуть приемник, чтобы он зафиксировал первый интерференционный минимум.

6.293. Два динамика расположены на расстоянии $d = 2,5$ м друг от друга и воспроизводят один и тот же музыкальный тон на определенной частоте,

который регистрируется приемником, находящимся на расстоянии $l = 3,5$ м от центра динамиков. Если приемник передвинуть от центральной линии параллельно динамикам на расстояние $x = 1,55$ м, то он фиксирует первый интерференционный минимум. Скорость звука $v = 340$ м/с. Определить частоту звука.

6.294. Определить длину волны λ , если расстояние Δl между первым и четвертым узлами стоячей волны равно 30 см.

6.295. Микроволновой генератор излучает в положительном направлении оси x плоские электромагнитные волны, которые затем отражаются обратно. Точки M_1 и M_2 соответствуют положениям двух соседних минимумов интенсивности и отстоят друг от друга на расстоянии $l = 5$ см. Определить частоту микроволнового генератора.

6.296. Один конец упругого стержня соединен с источником гармонических колебаний, подчиняющихся закону $\xi = A \cos \omega t$, а другой его конец жестко закреплен. Учитывая, что отражение в месте закрепления стержня происходит от менее плотной среды, определить характер колебаний в любой точке стержня.

6.297. Один конец упругого стержня соединен с источником гармонических колебаний, подчиняющихся закону $\xi = A \cos \omega t$, а другой его конец жестко закреплен. Учитывая, что отражение в месте закрепления стержня происходит от более плотной среды, определить характер колебаний в любой точке стержня.

6.298. Уравнение плоской звуковой волны имеет вид $\xi = 60 \cos(1800t - 5,3x)$, где ξ — в мкм, t — в секундах, x — в метрах. Найти отношение амплитуды смещения частиц среды к длине волны.

6.299. Уравнение плоской звуковой волны имеет вид $\xi = 60 \cos(1800t - 5,3x)$, где ξ — в мкм, t — в секундах, x — в метрах. Найти амплитуду колебаний скорости частиц среды и ее отношение к скорости распространения волны.

6.300. Уравнение плоской звуковой волны имеет вид $\xi = 60 \cos(1800t - 5,3x)$, где ξ — в мкм, t — в секундах, x — в метрах. Найти амплитуду колебаний относительной деформации среды и ее связь с амплитудой колебаний скорости частиц среды.

6.301. В однородной упругой среде распространяется плоская волна $\xi = a \cos(\omega t - kx)$. Изобразить для момента $t = 0$: а) графики зависимостей от x величин ξ , $\partial \xi / \partial t$ и $\partial \xi / \partial x$; б) направление скорости частиц среды в точках,

где $\xi = 0$, если волна продольная, поперечная; в) примерный график распределения плотности среды $\rho(x)$ для продольной волны.

6.302. Точки, находящиеся на одном луче и удаленные от источника колебаний на расстояние $l_1=12$ м и $l_2=14$ м, колеблются с разностью фаз $3\pi/2$. Определить скорость распространения колебаний в данной среде, если период колебаний источника $T = 1,0$ мс.

6.303. Уравнение колебаний вибратора $x = 3,0 \sin 20\pi t$, где x выражено в сантиметрах. Считая волну плоской, определить смещение точки, расположенной на расстоянии 5,0 м от источника колебаний, через 0,10 с после начала колебаний при скорости распространения волны 200 м/с.

6.304. Два когерентных источника посылают поперечные волны в одинаковых фазах. При какой разности волновых путей Δl при наложении волн друг на друга будет наблюдаться усиление колебаний? Ослабление колебаний? Периоды колебаний равны 0,10 с, скорость распространения волн в среде 10^3 м/с.

6.305. Два когерентных источника колеблются в одинаковых фазах с частотой 300 Гц. Скорость распространения колебаний в среде равна $1,5 \cdot 10^3$ м/с. Определить, при какой наименьшей разности волновых путей будет наблюдаться максимальное усиление колебаний и максимальное ослабление. Каков результат интерференции в точке, расположенной от первого источника на расстоянии 20 м и от второго на расстоянии 30 м?

6.306. Определить длину стоячей волны, если расстояния между точками, колеблющимися с одинаковыми амплитудами, равны 5,0 и 15,0 см. Точки расположены на одном луче.

«Электромагнитные колебания и волны»

Тема 8. Колебательный контур

6.307. Катушка индуктивностью $L = 1$ мГн и воздушный конденсатор, состоящий из двух круглых пластин диаметром $D = 20$ см каждая, соединены параллельно. Расстояние d между пластинами равно 1 см. Определить период T колебаний.

6.308. Конденсатор электроемкостью $C = 500$ пФ соединен параллельно с катушкой длиной $l = 40$ см и площадью S сечения, равной 5 см². Катушка содержит $N = 1000$ витков. Сердечник немагнитный. Найти период T колебаний.

6.309. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L = 20$ мкГн и конденсатора электроемкостью $C = 80$ нФ. Величина емкости может отклоняться от указанного значения на 2% . Вычислить, в каких пределах может изменяться длина волны, на которую резонирует контур.

6.310. Колебательный контур имеет индуктивность $L = 1,6$ мГн, электроемкость $C = 0,04$ мкФ и максимальное напряжение U_{\max} на зажимах, равное 200 В. Определить максимальную силу тока I_{\max} в контуре. Сопротивление контура ничтожно мало.

6.311. Колебательный контур содержит конденсатор электроемкостью $C = 8$ пФ и катушку индуктивностью $L = 0,5$ мГн. Каково максимальное напряжение U_{\max} на обкладках конденсатора, если максимальная сила тока $I_{\max} = 40$ мА?

6.312. Катушка (без сердечника) длиной $l = 50$ см и площадью S_1 сечения, равной 3 см², имеет $N = 1000$ витков и соединена параллельно с конденсатором. Конденсатор состоит из двух пластин площадью $S_2 = 75$ см² каждая. Расстояние d между пластинами равно 5 мм. Диэлектрик — воздух. Определить период T колебаний контура.

6.313. Колебательный контур состоит из параллельно соединенных конденсатора электроемкостью $C = 1$ мкФ и катушки индуктивностью $L = 1$ мГн. Сопротивление контура ничтожно мало. Найти частоту ν колебаний.

6.314. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $0,025$ мкФ и катушки с индуктивностью $1,015$ Гн. Омическим сопротивлением цепи пренебрегаем. Конденсатор заряжен количеством электричества $2,5 \cdot 10^{-6}$ Кл.
1) Написать для данного контура уравнение (с числовыми коэффициентами) изменения разности потенциала на обкладках конденсатора и силы тока в цепи в зависимости от времени. 2) Найти значения разности потенциалом па обкладках конденсатора и силы тока в цепи в моменты времени $T/8$, $T/4$ и $T/2$. 3) Построить графики этих зависимостей в пределах одного периода.

6.315. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $0,025$ мкФ и катушки с индуктивностью $1,015$ Гн. Омическим сопротивлением цепи пренебрегаем. Конденсатор заряжен количеством электричества $2,5 \cdot 10^{-6}$ Кл.
1) Написать уравнение (с числовыми коэффициентами) изменения со временем энергии электрического поля, энергии магнитного поля и полной энергии. 2) Найти значения энергии электрического поля, энергии

магнитного поля и полной энергии в моменты времени $T/8$, $T/4$ и $T/2$. 3) Построить графики этих зависимостей в пределах одного периода.

6.316. Уравнение изменения со временем разности потенциалов на обкладках конденсатора в колебательном контуре дано в виде $U = 50 \cos 10^4 \pi t$ В. Емкость конденсатора 0,1 мкФ. Найти: 1) период колебаний, 2) индуктивность контура, 3) закон изменения со временем силы тока в цепи, 4) длину волны, соответствующую этому контуру.

6.317. Уравнение изменения силы тока в колебательном контуре со временем дается в виде $I = -0,02 \sin 400 \pi t$ А. Индуктивность контура 1 Гн. Найти: 1) период колебаний, 2) емкость контура, 3) максимальную разность потенциалов на обкладках конденсатора, 4) максимальную энергию магнитного поля, 5) максимальную энергию электрического поля.

6.318. Чему равно отношение энергии магнитного поля колебательного контура к энергии его электрического поля для момента времени $T/8$?

6.319. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью 7 мкФ и катушки индуктивностью 0,23 Гн и сопротивлением 40 Ом. Конденсатор заряжен количеством электричества $5,6 \cdot 10^{-4}$ Кл. 1) Найти период колебаний контура. 2) Найти логарифмический декремент затухания колебаний. 3) Написать уравнение зависимости изменения разности потенциалов на обкладках конденсатора от времени. 4) Найти значения разности потенциалов в моменты времени $T/2$, T , $3T/2$ и $2T$. 5) Построить график $U = f(t)$ в пределах двух периодов.

6.320. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью 0,2 мкФ и катушки индуктивностью $5,07 \cdot 10^{-3}$ Гн. 1) При каком логарифмическом декременте затухания разность потенциалов на обкладках конденсатора за 10^{-3} с уменьшится в три раза? 2) Чему при этом равно сопротивление контура?

6.321. Колебательный контур состоит из индуктивности 10^{-2} Гн, емкости 0,405 мкФ и сопротивления 2 Ом. Найти, во сколько раз уменьшится разность потенциалов на обкладках конденсатора за время одного периода.

6.322. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 2,22$ нФ и катушки, намотанной из медной проволоки диаметром $d = 0,5$ мм. Длина катушки $l = 20$ см. Найти логарифмический декремент затухания колебаний.

6.323. Колебательный контур имеет емкость 1,1 нФ и индуктивность $5 \cdot 10^{-3}$ Гн. Логарифмический декремент затухания равен 0,005. За сколько времени потеряется вследствие затухания 99% энергии контура?

6.324. Колебательный контур состоит из конденсатора и длинной катушки, намотанной из медной проволоки с площадью поперечного сечения $S = 0,1 \text{ мм}^2$. Длина катушки $l = 40 \text{ см}$. Чему равна емкость конденсатора C , если ошибка, которую мы допускаем, вычисляя период колебаний контура по приближенной формуле $T = 2\pi\sqrt{LC}$, равна $\varepsilon = 1\%$? У к а з а н и е . Учсть, что ошибка $\varepsilon = (T_2 - T_1)/T_2$, где T_1 - период колебаний, найденный по приближенной формуле, а T_2 - период колебаний, найденный по точной формуле.

6.325. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L = 1 \text{ мГн}$ и конденсатора емкостью $C = 2 \text{ нФ}$. Пренебрегая сопротивлением контура, определить, на какую волну этот контур настроен.

6.326. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L = 0,2 \text{ мГн}$ и конденсатора площадью пластин $S = 155 \text{ см}^2$, расстояние между которыми $d = 1,5 \text{ мм}$. Зная, что контур резонирует на длину волны $\lambda = 630 \text{ м}$, определить диэлектрическую проницаемость среды, заполняющей пространство между пластинами конденсатора.

6.327. Колебательный контур содержит соленоид (длина $l = 5 \text{ см}$, площадь поперечного сечения $S_1 = 1,5 \text{ см}^2$, число витков $N = 500$) и плоский конденсатор (расстояние между пластинами $d = 1,5 \text{ мм}$, площадь пластин $S_2 = 100 \text{ см}^2$). Определить частоту ω собственных колебаний контура.

6.328. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L = 0,1 \text{ Гн}$ и конденсатора емкостью $C = 39,5 \text{ мкФ}$. Заряд конденсатора $Q_m = 3 \text{ мкКл}$. Пренебрегая сопротивлением контура, записать уравнение изменения силы тока в цепи в зависимости от времени.

6.329. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L = 0,1 \text{ Гн}$ и конденсатора емкостью $C = 39,5 \text{ мкФ}$. Заряд конденсатора $Q_m = 3 \text{ мкКл}$. Пренебрегая сопротивлением контура, записать уравнение изменения напряжения на конденсаторе в зависимости от времени.

6.330. Сила тока в колебательном контуре, содержащем катушку индуктивностью $L = 0,1 \text{ Гн}$ и конденсатор, со временем изменяется согласно уравнению $I = -0,1 \sin 200\pi t \text{ А}$. Определить: 1) период колебаний; 2) емкость конденсатора; 3) максимальное напряжение на обкладках конденсатора; 4) максимальную энергию магнитного поля; 5) максимальную энергию электрического поля.

6.331. Энергия свободных незатухающих колебаний, происходящих в колебательном контуре, составляет $0,2 \text{ мДж}$. При медленном раздвигании

пластин конденсатора частота колебаний увеличилась в $n = 2$ раза. Определить работу, совершенную против сил электрического поля.

6.332. Конденсатор емкостью C зарядили до напряжения U_m и замкнули на катушку индуктивностью L . Пренебрегая сопротивлением контура, определить амплитудное значение силы тока в данном колебательном контуре.

6.333. Колебательный контур содержит катушку с общим числом витков $N = 100$ индуктивностью $L = 10$ мкГн и конденсатор емкостью $C = 1$ нФ. Максимальное напряжение U_m на обкладках конденсатора составляет 100 В. Определить максимальный магнитный поток, пронизывающий катушку.

6.334. Дифференциальное уравнение для силы тока в электрическом колебательном контуре задается в виде $L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} I = 0$. Определить: 1) собственную частоту контура; 2) циклическую частоту ω ; 3) коэффициент затухания δ .

6.335. За время, в течение которого система совершает $N = 50$ полных колебаний, амплитуда уменьшается в 2 раза. Определить добротность Q системы.

6.336. Частота свободных колебаний некоторой системы $\omega = 65$ рад/с, а ее добротность $Q = 2$. Определить собственную частоту ω_0 колебаний этой системы.

6.337. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L = 10$ мГн, конденсатора емкостью $C = 0,1$ мкФ и резистора сопротивлением $R = 20$ Ом. Определить, через сколько полных колебаний амплитуда тока в контуре уменьшится в e раз.

6.338. Колебательный контур содержит катушку индуктивностью $L = 25$ мГн, конденсатор емкостью $C = 10$ мкФ и резистор сопротивлением $R = 1$ Ом. Конденсатор заряжен количеством электричества $Q_m = 1$ мКл. Определить: 1) период колебаний контура; 2) логарифмический декремент затухания колебаний; 3) уравнение зависимости изменения напряжения на обкладках конденсатора от времени.

6.339. Определить логарифмический декремент, при котором энергия колебательного контура за $N = 5$ полных колебаний уменьшается в $n = 8$ раз.

6.340. Колебательный контур содержит катушку индуктивностью $L = 6$ мкГн, конденсатор емкостью $C = 10$ нФ и резистор сопротивлением $R = 10$ м.

Определить для случая максимума тока отношение энергии магнитного поля катушки к энергии электрического поля.

6.341. Ток в колебательном контуре зависит от времени как $I = I_m \sin \omega_0 t$, где $I_m = 9,0$ мА, $\omega_0 = 4,5 \cdot 10^4$ с⁻¹. Емкость конденсатора $C = 0,50$ мкФ. Найти индуктивность контура и напряжение на конденсаторе в момент $t = 0$.

6.342. В контуре, состоящем из конденсатора емкости C и катушки с индуктивностью L , совершаются свободные незатухающие колебания, при которых амплитуда напряжения на конденсаторе равна U_m . Найти связь между током I в контуре и напряжением U на конденсаторе.

6.343. Колебательный контур состоит из конденсатора емкости $C = 4,0$ мкФ и катушки с индуктивностью $L = 2,0$ мГн и активным сопротивлением $R = 10$ Ом. Найти отношение энергии магнитного поля катушки к энергии электрического поля конденсатора в момент максимума тока.

6.344. Найти время, за которое амплитуда колебаний тока в контуре с добротностью $Q = 5000$ уменьшится в $\eta = 2,0$ раза, если частота колебаний $\nu = 2,2$ МГц.

6.345. Колебательный контур имеет емкость $C = 10$ мкФ, индуктивность $L = 25$ мГн и активное сопротивление $R = 1,0$ Ом. Через сколько колебаний амплитуда тока в этом контуре уменьшится в e раз?

6.346. На сколько процентов отличается частота ω свободных колебаний контура с добротностью $Q = 5,0$ от собственной частоты ω_0 колебаний этого контура?

6.347. В контуре, добротность которого $Q = 50$ и собственная частота колебаний $\nu_0 = 5,5$ кГц, возбуждаются затухающие колебания. Через сколько времени энергия, запасенная в контуре, уменьшится в $\eta = 2,0$ раза?

6.348. Вычислить частоту собственных колебаний в контуре с активным сопротивлением, равным нулю, если индуктивность этого контура равна 12 мГн, а его емкость составляет 0,88 мкФ. Как изменится частота колебаний, если в контур включить последовательно еще три таких же конденсатора?

6.349. Чему равен период собственных колебаний в контуре, индуктивность которого равна 2,5 мГн, а емкость равна 1,5 мкФ? Как изменится период колебаний, если параллельно к конденсатору присоединить еще три таких же конденсатора?

6.350. Резонанс в колебательном контуре наступает при частоте 4,2 кГц. Определить индуктивность катушки, если емкость конденсатора равна 2,2

мкФ. Какова разность фаз между током и напряжением в контуре? Активным сопротивлением пренебречь.

6.351. Электрический заряд на обкладках конденсатора в колебательном контуре изменяется по закону $Q = 10^{-2} \times \cos(2\pi t + \pi)$. Определить круговую частоту, частоту, период и начальную фазу колебаний заряда и максимальную силу тока.

6.352. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью 1,0 мГн и конденсатора емкостью 10,0 мкФ. Конденсатор заряжен до максимального напряжения 100 В. Определить максимальный заряд конденсатора и максимальную силу тока в контуре. Записать уравнение для мгновенного значения силы тока. Колебания считать незатухающими.

6.353. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью 0,20 мГн и двух одинаковых конденсаторов емкостью 4 мкФ каждый, соединенных последовательно. Определить период свободных колебаний в контуре, максимальный заряд конденсатора и максимальное напряжение на каждом конденсаторе. Максимальная сила тока в контуре равна 0,10 А.

6.354. В колебательном контуре с индуктивностью L и емкостью C конденсатор заряжен до максимального напряжения $U_{\text{макс}}$. Какой будет сила тока в момент, когда напряжение на конденсаторе уменьшится в два раза? Колебания считать незатухающими.

6.355. В колебательном контуре с индуктивностью 0,40 Гн и емкостью 20 мкФ амплитудное значение силы тока равно $1,0 \cdot 10^{-1}$ А. Каким будет напряжение на конденсаторе в момент, когда энергия электрического и энергия магнитного полей будут равны? Колебания считать незатухающими.

6.356. В колебательном контуре конденсатору сообщили заряд 1 мКл, после чего в контуре возникли затухающие электромагнитные колебания. Какое количество теплоты выделится к моменту, когда максимальное напряжение на конденсаторе станет меньше начального максимального напряжения в четыре раза? Емкость конденсатора равна 10 мкФ.

Тема 9. Электромагнитные волны в вакууме и диэлектриках

6.357. Индуктивность L колебательного контура равна 0,5 мГн. Какова должна быть емкость C контура, чтобы он резонировал на длину волны $\lambda = 300$ м?

6.358. На какую длину волны λ будет резонировать контур, состоящий из катушки индуктивностью $L = 4$ мкГн и конденсатора электроемкостью $C = 1,11$ нФ?

6.359. Для демонстрации опытов Герца с преломлением электромагнитных волн иногда берут большую призму, изготовленную из парафина. Определить показатель преломления парафина, если его диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 2$ и магнитная проницаемость $\mu = 1$.

6.360. Два параллельных провода, погруженных в глицерин, индуктивно соединены с генератором электромагнитных колебаний частотой $\nu = 420$ МГц. Расстояние l между пучностями стоячих волн на проводах равно 7 см. Найти диэлектрическую проницаемость ε глицерина. Магнитную проницаемость μ принять равной единице.

6.361. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью 800 пФ и катушки, индуктивность которой $2 \cdot 10^{-3}$ Гн. На какую длину волны настроен контур? Сопротивлением контура пренебречь.

6.362. На какой диапазон волн можно настроить колебательный контур, если его индуктивность $2 \cdot 10^{-3}$ Гн, а емкость может меняться от 62 до 480 пФ? Сопротивление контура ничтожно мало.

6.363. Какую индуктивность надо включить в колебательный контур, чтобы при емкости 2 мкФ получить звуковую частоту 1000 Гц? Сопротивлением контура пренебречь.

6.364. Катушка, индуктивность которой $L = 3 \cdot 10^{-5}$ Гн, присоединена к плоскому конденсатору с площадью пластин $S = 100$ см² и расстоянием между ними $d = 0,1$ мм. Чему равна диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей пространство между пластинами, если контур резонирует на волну длиной 750 м?

6.365. Уравнение изменения со временем разности потенциалов на обкладках конденсатора в колебательном контуре дано в виде $U = 50 \cos 10^4 \pi t$ В. Емкость конденсатора 0,1 мкФ. Найти: 1) период колебаний, 2) индуктивность контура, 3) закон изменения со временем силы тока в цепи, 4) длину волны, соответствующую этому контуру.

6.366. Скорость распространения электромагнитных волн в некоторой среде составляет $v = 250$ Мм/с. Определить длину волны электромагнитных волн в этой среде, если их частота в вакууме $\nu_0 = 1$ МГц.

6.367. Для демонстрации преломления электромагнитных волн Герц применял призму, изготовленную из парафина. Определить показатель

преломления парафина, если его диэлектрическая проницаемость $\epsilon = 2$ и магнитная проницаемость $\mu = 1$.

6.368. Электромагнитная волна с частотой $\nu = 5$ МГц переходит из немагнитной среды с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 2$ в вакуум. Определить приращение ее длины волны.

6.369. Радиолокатор обнаружил в море подводную лодку, отраженный сигнал от которой дошел до него за $t = 36$ мкс. Учитывая, что диэлектрическая проницаемость воды $\epsilon = 81$, определить расстояние от локатора до подводной лодки.

6.370. После того как между внутренним и внешним проводниками кабеля поместили диэлектрик, скорость распространения электромагнитных волн в кабеле уменьшилась на 63 %. Определить диэлектрическую восприимчивость вещества прослойки.

6.371. Колебательный контур содержит конденсатор емкостью $C = 0,5$ нФ и катушку индуктивностью $L = 0,4$ мГн. Определить длину волны излучения, генерируемого контуром.

6.372. Определить длину электромагнитной волны в вакууме, на которую настроен колебательный контур, если максимальный заряд на обкладках конденсатора $Q_m = 50$ нКл, а максимальная сила тока в контуре $I_A = 1,5$ А. Активным сопротивлением контура пренебречь.

6.373. Длина λ электромагнитной волны в вакууме, на которую настроен колебательный контур, равна 12 м. Пренебрегая активным сопротивлением контура, определить максимальный заряд Q_m на обкладках конденсатора, если максимальная сила тока в контуре $I_m = 1$ А.

6.374. Два параллельных провода, одни концы которых изолированы, погружены в трансформаторное масло, а вторые индуктивно соединены с генератором электромагнитных колебаний частотой 505 МГц, погружены в трансформаторное масло. При соответствующем подборе частоты колебаний в системе возникают стоячие волны. Расстояние между двумя пучностями стоячих волн на проводах равно 20 см. Принимая магнитную проницаемость масла равной единице, определить его диэлектрическую проницаемость.

6.375. Два параллельных провода, одни концы которых изолированы, а вторые индуктивно соединены с генератором электромагнитных колебаний, погружены в спирт. При соответствующем подборе частоты колебаний в системе возникают стоячие волны. Расстояние между двумя узлами стоячих волн на проводах равно 40 см. Принимая диэлектрическую проницаемость

спирта $\epsilon = 26$, а его магнитную проницаемость $\mu = 1$, определить частоту колебаний генератора.

6.376. Показать, что плоская монохроматическая волна $E_y = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$ удовлетворяет волновому уравнению $\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$, где v - фазовая скорость электромагнитных волн.

6.377. В вакууме вдоль оси x распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности электрического поля волны равна 10 В/м. Определить амплитуду напряженности магнитного поля волны.

6.378. В вакууме вдоль оси x распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности магнитного поля волны равна 1 мА/м. Определить амплитуду напряженности электрического поля волны.

6.379. В вакууме вдоль оси x распространяется плоская монохроматическая электромагнитная волна, описываемая уравнениями $E = E_0 \cos(\omega t - kx)$, $H = H_0 \cos(\omega t - kx)$. Эта волна отражается от плоскости, перпендикулярной оси x . Записать уравнения, описывающие отраженную волну, а также объяснить их физический смысл.

6.380. Рассмотреть суперпозицию двух плоских монохроматических электромагнитных волн, распространяющихся вдоль оси x в противоположных направлениях. Начальную фазу прямой и обратной волн принять равной нулю. Определить координаты пучностей и узлов для: 1) электрического вектора E ; 2) магнитного вектора H возникшей в результате суперпозиции стоячей волны.

6.381. Электромагнитная волна с частотой $\nu = 3,0$ МГц переходит из вакуума в немагнитную среду с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 4,0$. Найти приращение ее длины волны.

6.382. В вакууме распространяется плоская электромагнитная волна $E = e_y E_m \cos(\omega t - kx)$, где e_y - орт оси y , $E_m = 160$ В/м, $k = 0,51$ м⁻¹. Найти вектор H в точке с координатой $x = 7,7$ м в момент $t = 0$.

6.383. В вакууме распространяется плоская электромагнитная волна $E = e_y E_m \cos(\omega t - kx)$, где e_y - орт оси y , $E_m = 160$ В/м, $k = 0,51$ м⁻¹. Найти вектор H в точке с координатой $x = 7,7$ м в момент $t = 33$ нс.

6.384. Какой длины электромагнитные волны излучает в вакууме колебательный контур с емкостью 2,6 пФ и с индуктивностью 0,012 мГн, когда в нем происходят колебания с собственной частотой?

- 6.385. Колебательный контур излучает в воздухе электромагнитные волны длиной 150 м. Какая емкость включена в контур, если его индуктивность равна 0,25 мГн? Активным сопротивлением пренебречь.
- 6.386. Колебательный контур радиоприемника имеет индуктивность 0,32 мГн и переменную емкость. Радиоприемник может принимать волны длиной от 188 до 545 м. В каких пределах изменяется емкость контура в приемнике? Активным сопротивлением контура пренебречь.
- 6.387. На какой диапазон длин волн рассчитан приемник, если индуктивность приемного контура равна 1,5 мГн, а его емкость может изменяться от 75 до 650 пФ? Активным сопротивлением контура пренебречь.
- 6.388. Входной контур радиоприемника состоит из катушки, индуктивность которой равна 2,0 мГн, и плоского конденсатора с площадью пластин 10,0 см² и расстоянием между ними 2,0 мм. Пространство между пластинами заполнено слюдой с диэлектрической проницаемостью 7,5. На какую длину волны настроен радиоприемник?
- 6.389. На какую длину волны настроен колебательный контур с индуктивностью L , если максимальная сила тока в контуре равна $I_{\text{макс}}$, а максимальное напряжение на конденсаторе составляет $U_{\text{макс}}$? Скорость распространения электромагнитных волн равна v .
- 6.390. Определить длину волны, на которую настроен колебательный контур, если максимальный заряд конденсатора равен $Q_{\text{макс}}$, а максимальная сила тока в контуре составляет $I_{\text{макс}}$. Скорость распространения электромагнитных волн равна v .
- 6.391. Определить период свободных колебаний в контуре, состоящем из конденсатора емкостью 0,064 мкФ, катушки индуктивностью 0,18 мГн и активного сопротивления 50 Ом.
- 6.392. Чему равна частота свободных колебаний в контуре, имеющем емкость 2,2 мкФ, индуктивностью 0,12 мГн и активное сопротивление 15 Ом?
- 6.393. Волны какой длины будет излучать в вакууме контур с емкостью 2400 пФ, индуктивностью 0,054 мГн и активным сопротивлением 76 Ом, совершающий свободные колебания?
- 6.394. Частота свободных колебаний в контуре равна 250 кГц. Определить емкость в контуре, если индуктивность в нем равна 0,024 мГн и активное сопротивление равно 34 Ом.

Тема 10. Энергия электромагнитной волны

6.395. В вакууме вдоль оси x распространяется плоская электромагнитная волна и падает по нормали на поверхность тела, полностью ее поглощающего. Амплитуда напряженности магнитного поля волны равна $0,15$ А/м. Определить давление, оказываемое волной на тело. Воспользоваться результатом выводов теории Максвелла о том, что если тело полностью поглощает падающую на него энергию, то давление равно среднему значению объемной плотности энергии в падающей электромагнитной волне.

6.396. В вакууме вдоль оси x распространяется плоская электромагнитная волна и падает по нормали на поверхность тела, полностью ее поглощающего. Амплитуда напряженности электрического поля волны равна 2 В/м. Определить давление, оказываемое волной на тело. Воспользоваться результатом выводов теории Максвелла о том, что если тело полностью поглощает падающую на него энергию, то давление равно среднему значению объемной плотности энергии в падающей электромагнитной волне.

6.397. Плоская монохроматическая электромагнитная волна распространяется вдоль оси x . Амплитуда напряженности электрического поля волны $E_0 = 5$ мВ/м, амплитуда напряженности магнитного поля волны $H_0 = 1$ мА/м. Определить энергию, перенесенную волной за время $t = 10$ мин через площадку, расположенную перпендикулярно оси x , площадью поверхности $S = 15$ см². Период волны $T \ll t$.

6.398. В вакууме вдоль оси x распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности электрического поля волны составляет 50 мВ/м. Определить интенсивность волны I , т. е. среднюю энергию, проходящую через единицу поверхности в единицу времени.

6.399. В вакууме вдоль оси x распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности магнитного поля составляет 5 мА/м. Определить интенсивность волны I , т. е. среднюю энергию, проходящую через единицу поверхности в единицу времени.

6.400. Найти средний вектор Пойнтинга $\langle S \rangle$ у плоской электромагнитной волны $E = E_m \cos(\omega t - kr)$, если волна распространяется в вакууме.

6.401. В вакууме распространяется плоская электромагнитная волна, частота которой $\nu = 100$ МГц и амплитуда электрической составляющей $E_m = 50$ мВ/м. Найти средние за период колебания значения: а) модуля плотности тока смещения; б) плотности потока энергии;

6.402. В вакууме распространяется плоская электромагнитная волна частоты ω , для которой среднее значение плотности потока энергии равно $\langle S \rangle$. Найти амплитудное значение тока смещения в этой волне.

6.403. В вакууме вдоль оси x распространяются две плоские одинаково поляризованные электромагнитные волны, электрические составляющие которых изменяются по закону $E_1 = E_0 \cos(\omega t - kx)$ и $E_2 = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$. Найти среднее значение плотности потока энергии.

6.404. В вакууме распространяются две плоские электромагнитные волны, одна вдоль оси x , другая вдоль оси y : $E_1 = E_0 \cos(\omega t - kx)$, $E_2 = E_0 \cos(\omega t - ky)$, где вектор E_0 направлен параллельно оси z . Найти среднее значение плотности потока энергии в точках плоскости $y = x$.