

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1. Варианты индивидуального задания.

В сводной таблице (табл. П1) приводятся номера вариантов индивидуального задания и соответствующие им номера рисунков с общим видом циклов (без учёта масштаба), а также необходимые для расчётов исходные данные.

Таблица П1

№ вар.	№ рис.	Исходные данные
1	2	3
1	П1	$p_1 = 0,090$ МПа, $V_1 = 1,030$ м ³ , $p_2 = 0,800$ МПа, $t_3 = 700$ °С
2	П2	$p_1 = 0,090$ МПа, $p_2 = 0,400$ МПа, $t_1 = 30$ °С, $t_3 = 400$ °С, $n_{12} = 1,45$, $n_{34} = 1,3$
3	П3	$p_1 = 0,100$ МПа, $p_2 = 0,700$ МПа, $t_1 = 20$ °С, $t_3 = 400$ °С, $n_{12} = 1,3$, $n_{34} = 1,5$
4	П4	$p_1 = 0,100$ МПа, $V_1 = 0,500$ м ³ , $t_2 = 350$ °С, $t_3 = 600$ °С
5	П5	$p_1 = 0,095$ МПа, $V_2 = 0,200$ м ³ , $t_1 = 40$ °С, $t_3 = 600$ °С
6	П6	$p_1 = 0,300$ МПа, $p_2 = 0,800$ МПа, $t_2 = 300$ °С, $t_3 = 500$ °С, $n_{34} = 1,3$
7	П3	$p_1 = 0,200$ МПа, $V_1 = 0,450$ м ³ , $p_2 = 1,600$ МПа, $t_3 = 450$ °С, $n_{12} = 1,35$, $n_{34} = 1,2$
8	П7	$p_1 = 0,090$ МПа, $p_2 = 1,100$ МПа, $V_3 = 0,150$ м ³ , $t_1 = 100$ °С
9	П8	$p_1 = 0,090$ МПа, $p_2 = 1,600$ МПа, $t_1 = 45$ °С, $t_3 = 900$ °С
10	П9	$p_1 = 0,140$ МПа, $V_1 = 0,600$ м ³ , $t_2 = 150$ °С, $p_3 = 1,5$ МПа, $n_{12} = 1,45$, $n_{34} = 1,35$

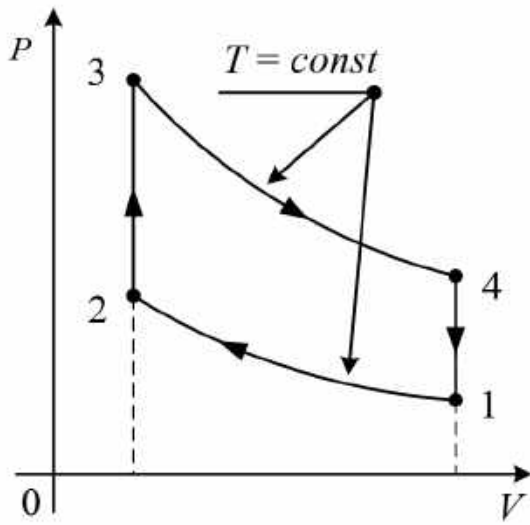


Рис. П1

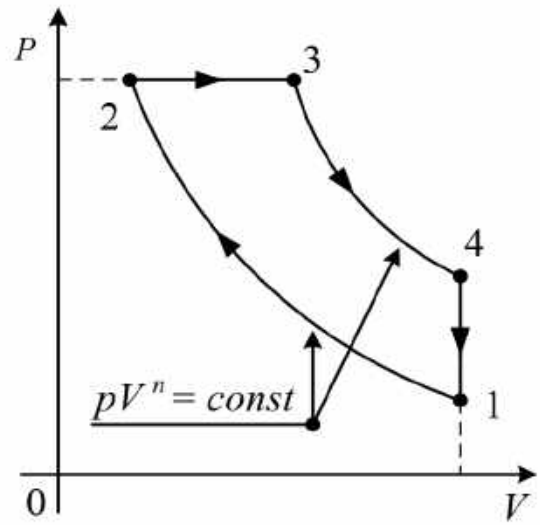


Рис. П2

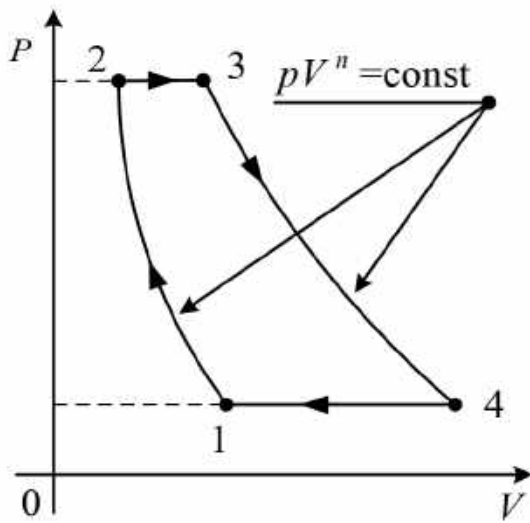


Рис. П3

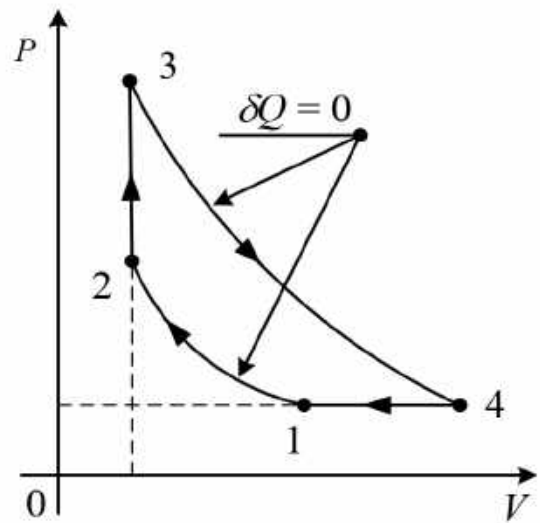


Рис. П4

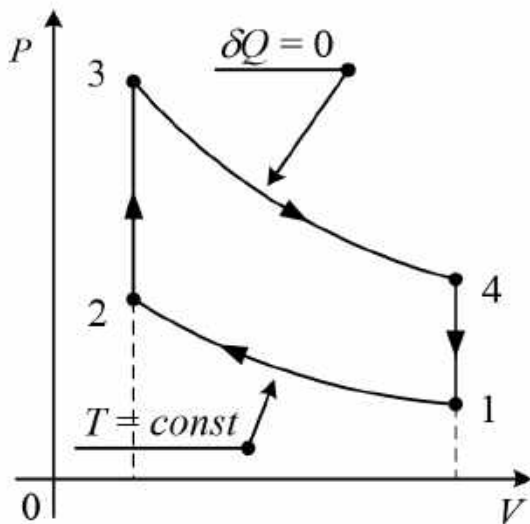


Рис. П5

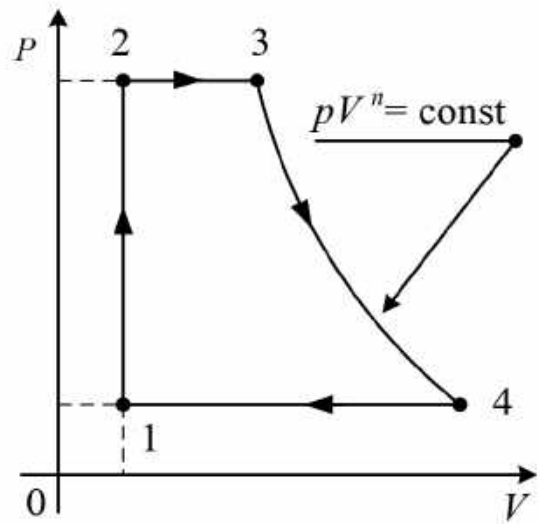


Рис. П6

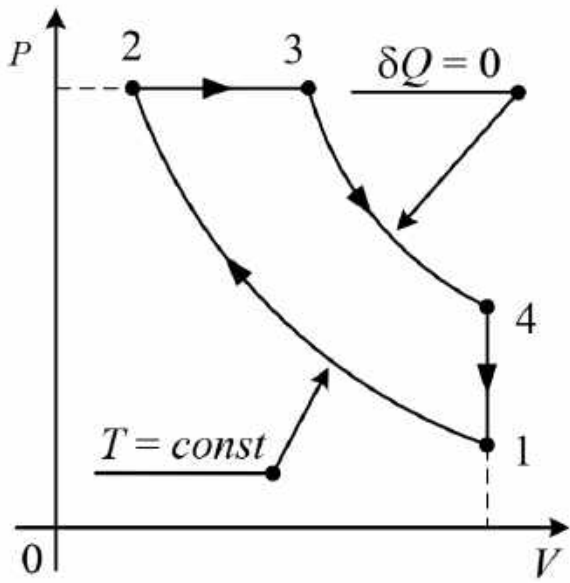


Рис. П7

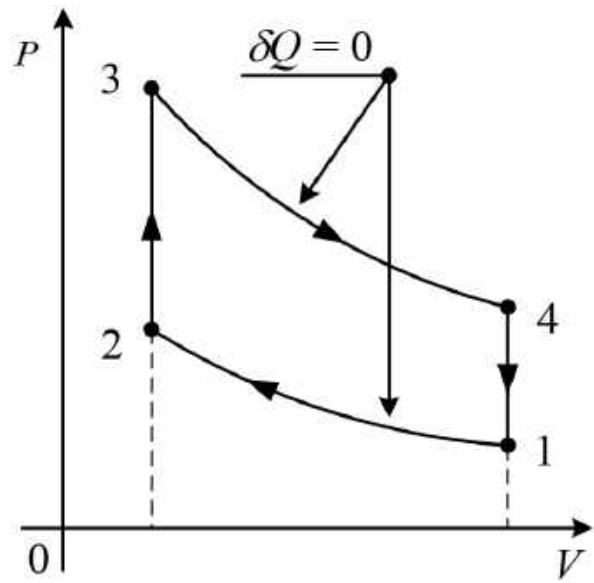


Рис. П8

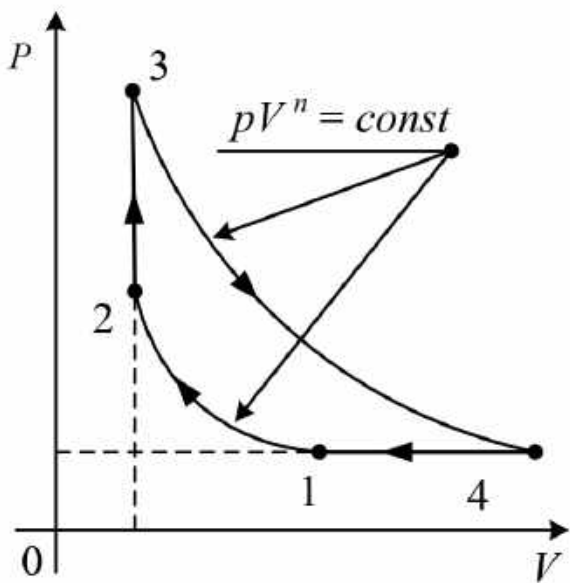


Рис. П9

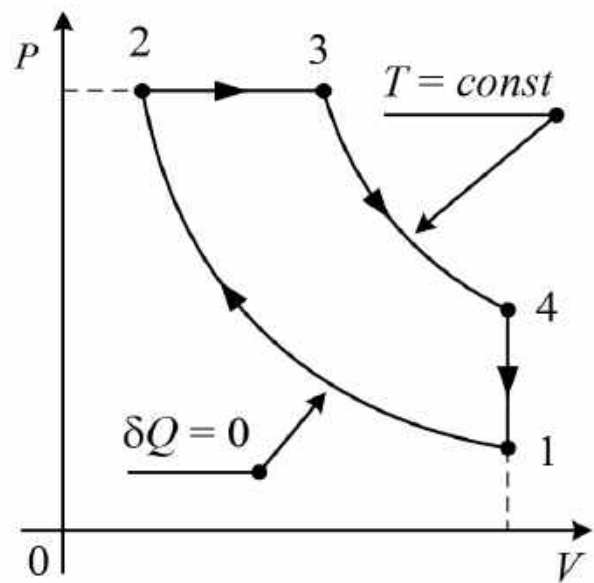
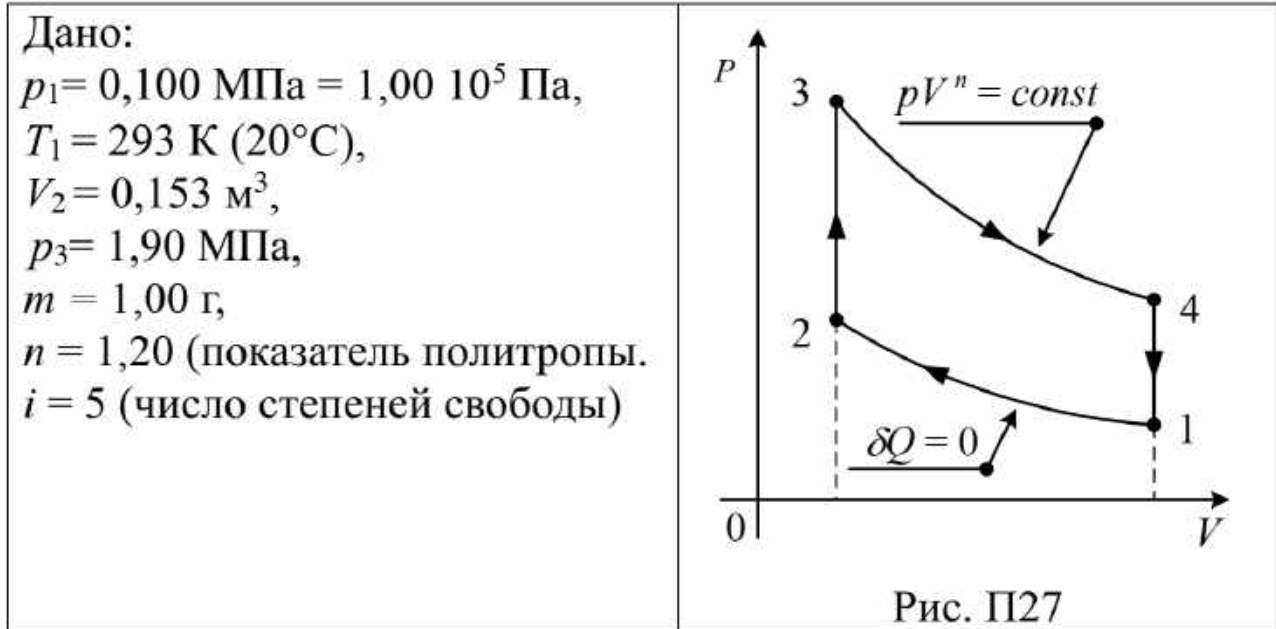


Рис. П10

Приложение 2. Пример расчёта газового цикла

Вариант 31



Решение

1. Определение параметров состояния газа (p , V , T) в характерных точках цикла.

Точка 1. Объём воздуха в первом состоянии определим из уравнения Клапейрона – Менделеева $p_1 V_1 = \frac{m}{\mu} R T_1$:

$$V_1 = \frac{m R T_1}{\mu p_1}, \Rightarrow V_1 = \frac{1 \cdot 10^{-3} \cdot 8,31 \cdot 293}{29 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5} = 0,840 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Таким образом: $p_1 = 0,100 \text{ МПа}$; $T_1 = 293 \text{ К}$; $V_1 = 0,840 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$.

Точка 2. Процесс $1 \rightarrow 2$ (адиабатическое сжатие).

Температуру рабочего тела во втором состоянии найдем из уравнения адиабаты, так как процесс $1 \rightarrow 2$ является адиабатическим:

$$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1}, \Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}.$$

Здесь $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{i+2}{i} = \frac{5+2}{5} = 1,4$ – показатель адиабаты; ε – степень сжатия воздуха.

Подставляя числовые данные в последнее уравнение, получаем:

$$T_2 = 293 \cdot \left(\frac{0,840}{0,153} \right)^{1,4-1} = 579 \text{ К.}$$

Давление в конце процесса адиабатического сжатия $1 \rightarrow 2$ p_2 определим из уравнения состояния идеального газа $p_2 V_2 = \frac{m}{\mu} R T_2$:

$$p_2 = \frac{m R T_2}{\mu V_2}; \quad p_2 = \frac{1 \cdot 10^{-3} \cdot 8,31 \cdot 579}{29 \cdot 10^{-3} \cdot 0,153 \cdot 10^{-3}} = 1,08 \text{ МПа.}$$

Таким образом: $p_2 = 1,08 \text{ МПа}$; $T_2 = 579 \text{ К}$; $V_2 = 0,153 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$.

Точка 3. Процесс $2 \rightarrow 3$ (изохорическое нагревание).

Согласно условию задачи: $p_3 = 1,90 \text{ МПа}$, а $V_2 = V_3 = 0,153 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$.

Для определения температуры T_3 воспользуемся соотношением для параметров газа при изохорическом процессе:

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{p_3}{p_2}, \Rightarrow T_3 = \frac{p_3}{p_2} T_2; \quad T_3 = \frac{1,9}{1,08} \cdot 579 = 1019 \text{ К.}$$

Таким образом: $p_3 = 1,90 \text{ МПа}$; $T_3 = 1019 \text{ К}$; $V_3 = 0,153 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$.

Точка 4. Процесс $3 \rightarrow 4$ (политропическое расширение).

Согласно условию задачи $V_4 = V_1 = 0,840 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$. Для определения T_4 воспользуемся уравнением политропы с показателем $n = 1,2$ в $T-V$ -координатах:

$$T_4 V_4^{n-1} = T_3 V_3^{n-1}, \Rightarrow T_4 = T_3 \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^{n-1}.$$

Подставляя числовые данные в последнее уравнение, получаем:

$$T_4 = 1020 \cdot \left(\frac{0,153}{0,840} \right)^{1,2-1} = 726 \text{ К.}$$

Давление газа в четвёртом состоянии p_4 определим из уравнения состояния $p_4 V_4 = \frac{m}{\mu} R T_4$:

$$p_4 = \frac{m R T_4}{\mu V_4}; \quad p_4 = \frac{1 \cdot 10^{-3} \cdot 8,31 \cdot 726}{29 \cdot 10^{-3} \cdot 0,840 \cdot 10^{-3}} = 0,248 \text{ МПа.}$$

Выше проведённые результаты расчётов представлены в табл. П2.

Таблица П2

Параметр → Точка ↓	p , МПа	$V, \cdot 10^{-3}$ м ³	T , К
1	0,100	0,840	293
2	1,08	0,153	579
3	1,90	0,153	1020
4	0,248	0,840	726

2. Определение значений n , c , ΔU , A_p , Q и ΔS для каждого процесса, из которого состоит термодинамический цикл.

Процесс 1 → 2 (адиабатическое сжатие).

По условию задачи процесс 1 → 2 – адиабатический, поэтому показатель политропы равен $n_{12} = \gamma = \frac{c_p}{c_V} = \frac{i+2}{i} = \frac{5+2}{5} = 1,40$.

Согласно определению удельная теплоёмкость системы в этом процессе равна $c_{12} = \frac{\delta Q_{12}}{m dT} = \frac{0}{m dT} = 0$.

Изменение внутренней энергии ΔU_{12} газа вычислим, воспользовавшись соотношением:

$$\Delta U_{12} = c_V m (T_2 - T_1) = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R \Delta T = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R (T_2 - T_1),$$

$$\Delta U_{12} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-3}}{29 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \cdot (579 - 293) = 205 \text{ Дж.}$$

Работу расширения воздуха определим из уравнения первого закона термодинамики:

$$A_{p12} = Q_{12} - \Delta U_{12} = -\Delta U_{12}, \quad A_{p12} = -205 \text{ Дж.}$$

По условию задачи, количество теплоты Q , подведённое к газу в этом процессе, равно нулю ($Q_{12} = 0$, адиабатический процесс), следовательно, $\Delta S_{12} = 0$.

Процесс 2 → 3 (изохорическое нагревание).

Удельная теплоёмкость воздуха при изохорном процессе равна

$$c_V = \frac{i}{2} \frac{R}{\mu}, \quad c_V = \frac{5}{2} \cdot \frac{8,31}{29 \cdot 10^{-3}} = 716 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Показатель политропы для этого процесса определим из

соотношения

$$n_{23} = \frac{c_{23} - c_p}{c_{23} - c_V} = \frac{c_V - c_p}{c_V - c_V} = \frac{c_V - c_p}{0} = -\infty, \quad n_{23} = -\infty.$$

Вычисление изменения внутренней энергии ΔU_{23} газа в этом процессе:

$$\Delta U_{23} = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{\mu} R \Delta T_{23} = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{\mu} R (T_3 - T_2),$$
$$\Delta U_{23} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-3}}{29 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \cdot (1020 - 579) = 316 \text{ Дж.}$$

Работа расширения газа в этом процессе (изохорическом нагревании) равна нулю: $A_{p23} = 0$.

Количество теплоты, подведенное к газу в этом процессе, можно определить по первому закону термодинамики

$$Q_{23} = \Delta U_{23}, \quad Q_{23} = 316 \text{ Дж.}$$

Вычисление изменения энтропии ΔS_{23} газа:

$$\Delta S_{23} = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{\mu} R \ln \left(\frac{T_3}{T_2} \right),$$
$$\Delta S_{23} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-3}}{29 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \cdot \ln \left(\frac{1020}{579} \right) = 0,406 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$

Процесс 3 → 4 (политропическое расширение).

Показатель политропы в этом процессе задан условием задачи $n_{34} = 1,20$.

Удельную теплоёмкость при политропическом процессе

определим из соотношения $c_{34} = \frac{n_{34} c_V - c_p}{n_{34} - 1} = c_V \frac{n_{34} - \gamma}{n_{34} - 1} = \frac{i}{2} \frac{R}{\mu} \frac{n_{34} - \gamma}{n_{34} - 1}$,

где γ – показатель адиабаты.

$$c_{34} = \frac{5}{2} \cdot \frac{8,31}{29 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{1,2 - 1,40}{1,2 - 1} = -716 \text{ Дж/(кг·К)}.$$

Вычисление ΔU_{34} газа:

$$\Delta U_{34} = \frac{i}{2} \cdot \nu R \Delta T_{34} = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{\mu} R (T_4 - T_3),$$
$$\Delta U_{34} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-3}}{29 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \cdot (726 - 1020) = -211 \text{ Дж.}$$

Количество теплоту процесса можно определить по формуле:

$$\Delta Q_{34} = c_{34} \cdot m \cdot \Delta T_{34} = c_{34} \cdot m \cdot (T_4 - T_3),$$

$$\Delta Q_{34} = -1 \cdot 10^{-3} \cdot 716 \cdot (726 - 1020) = 211 \text{ Дж.}$$

Работу расширения газа в этом процессе определим, воспользовавшись уравнением первого закона термодинамики:

$$A_{p34} = Q_{34} - \Delta U_{34}, \quad A_{p34} = 211 - (-211) = 422 \text{ Дж.}$$

Вычисление ΔS_{34} газа:

$$\Delta S_{34} = \frac{i}{2} \cdot \nu R \ln\left(\frac{T_4}{T_3}\right) + R \nu \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) = \frac{m}{\mu} R \left[\frac{i}{2} \ln\left(\frac{T_4}{T_3}\right) + \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) \right],$$

$$\Delta S_{34} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{29 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \cdot \left[\frac{5}{2} \cdot \ln\left(\frac{726}{1020}\right) + \ln\left(\frac{0,840}{0,153}\right) \right] = 0,244 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$$

Процесс 4 → 1 (изохорическое охлаждение).

Удельная теплоёмкость в этом процессе:

$$c_{41} = c_V = \frac{i}{2} \frac{R}{\mu}, \quad c_{41} = \frac{5}{2} \cdot \frac{8,31}{29 \cdot 10^{-3}} = 716 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Показатель политропы:

$$n_{41} = \frac{c_{41} - c_p}{c_{41} - c_V} = \frac{c_V - c_p}{c_V - c_V} = \frac{c_V - c_p}{0} = -\infty.$$

Вычисление ΔU_{41} газа:

$$\Delta U_{41} = \frac{i}{2} \cdot \nu R \Delta T_{41} = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{\mu} R (T_1 - T_4),$$

$$\Delta U_{41} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-3}}{29 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \cdot (293 - 726) = -310 \text{ Дж}$$

Работа расширения газа в этом процессе (изохорического охлаждения) равна нулю: $A_{p41} = 0$.

Количество теплоты, подведенное к газу в этом процессе, определим по первому закону термодинамики:

$$Q_{41} = \Delta U_{41}, \quad Q_{41} = -310 \text{ Дж.}$$

Вычисление ΔS_{41} газа:

$$\Delta S_{41} = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{\mu} R \ln\left(\frac{T_1}{T_4}\right),$$

$$\Delta S_{23} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-3}}{29 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \cdot \ln\left(\frac{293}{726}\right) = -0,650 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$

Результаты выполненных в этом пункте расчётов физических величин сведены в табл. ПЗ.

Как видно из табл. ПЗ, сумма величин ΔU и ΔS за цикл равна нулю. Суммы величин Q и A_p за весь цикл положительны и равны между собой, что свидетельствует о правильности результатов расчётов.

Таблица ПЗ

Параметр → Процесс ↓	n	$c,$ $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$	$\Delta U,$ Дж	$A_p,$ Дж	$Q,$ Дж	$\Delta S,$ $\frac{\text{Дж}}{\text{К}}$
1 → 2	1,40	0	205	-205	0	0
2 → 3	∞	716	316	0	316	0,406
3 → 4	1,20	-716	-211	422	211	0,244
4 → 1	$-\infty$	716	-310	0	-310	-0,650
Σ за цикл	-	-	0	217	217	0

4. Определение $Q^{(+)}$ и $Q^{(-)}$, а также КПД цикла и КПД соответствующего цикла Карно

Количество подведённой к воздуху за цикл теплоты $Q^{(+)} = Q_{23} + Q_{34}$:

$$Q^{(+)} = 316 + 211 = 537 \text{ Дж.}$$

Количество отведённой от воздуха за цикл теплоты $Q^{(-)} = Q_{41}$:

$$Q^{(-)} = -310 \text{ Дж.}$$

Количество теплоты, полученное газом за цикл: $Q_{\Sigma} = Q^{(+)} + Q^{(-)}$:

$$Q_{\Sigma} = 217 \text{ Дж.}$$

Работа воздуха за цикл: $A_{\Sigma} = A_{p12} + A_{p23} + A_{p34} + A_{p41}$,

$$A_{\Sigma} = -204 + 420 = 217 \text{ Дж.}$$

КПД тепловой машины: $\eta = A_{\Sigma}/Q^{(+)}$,

$$\eta = 217/537 \approx 0,40 \text{ (40\%).}$$

КПД идеальной тепловой машины температура «нагревателя» которой равна максимальной температуре воздуха в рассматриваемом цикле, а температура «холодильника» равна минимальной температуре воздуха за цикл:

$$\eta_K = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{T_{\max}} = \frac{T_3 - T_1}{T_3}; \eta_K = \frac{1020 - 293}{1020} = 0,71 \text{ (71 \%)}.$$

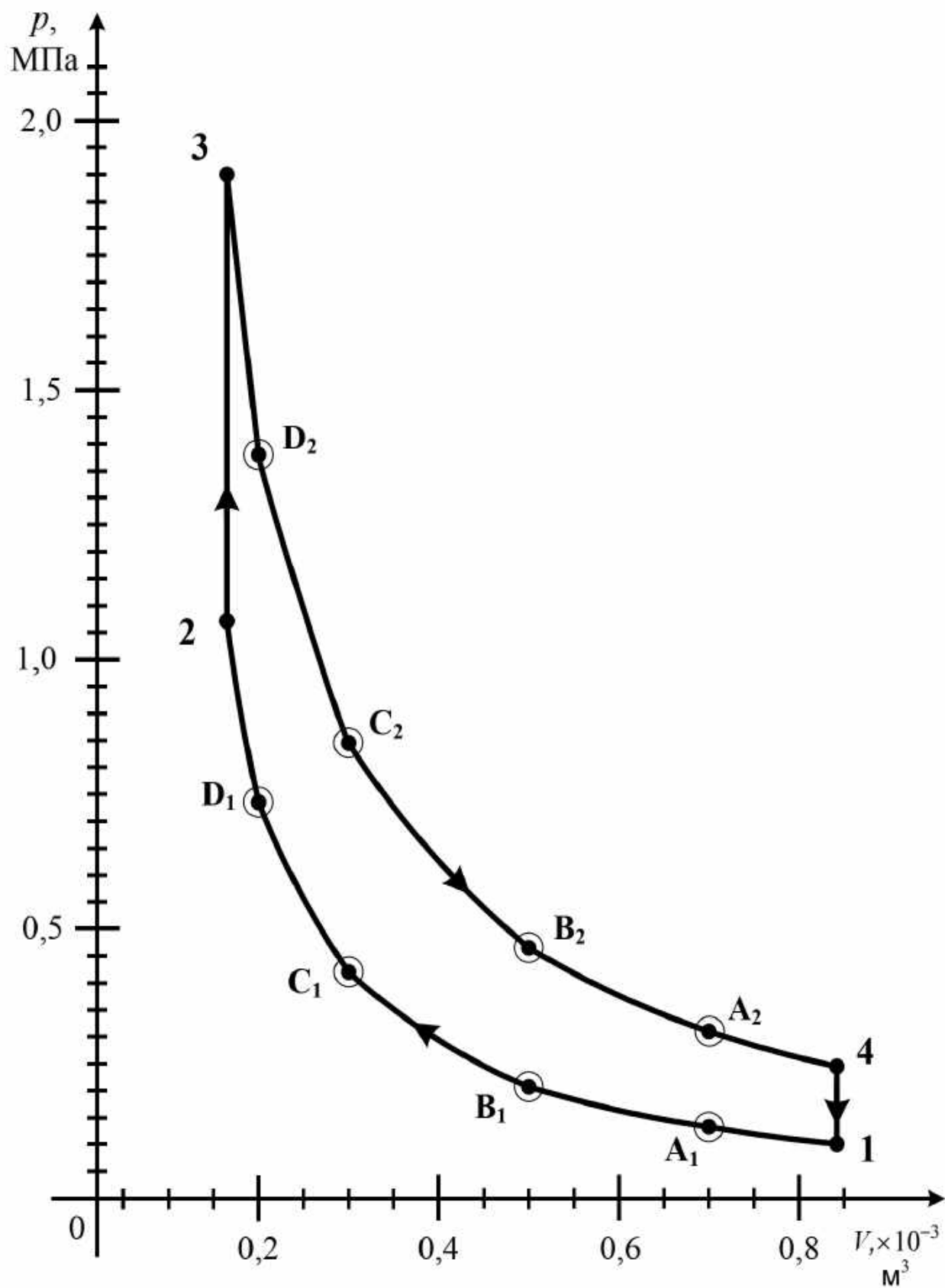


Рис. П29. Диаграмма рассматриваемого цикла в (p, V) координатах