

2. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

Магнитное поле является силовым полем, действующим на движущиеся электрические заряды и на тела, обладающие магнитным моментом. Источником макроскопического магнитного поля являются намагниченные тела, проводники с током и движущиеся электрически заряженные тела. Природа этих источников едина: магнитное поле возникает в результате движения заряженных микрочастиц (электронов, протонов, ионов), а также благодаря наличию у микрочастиц собственного (спинового) магнитного момента. Аналогично электрическому полю магнитное поле изображается графически с помощью силовых линий, линий магнитной индукции, касательные к которым в любых точках совпадают по направлению с векторами магнитной индукции. Силовые линии любого постоянного магнитного поля являются замкнутыми (либо начинаются и оканчиваются на бесконечности). В этом проявляется качественное отличие магнитного поля от электростатического, силовые линии которого всегда имеют начало (на положительных электрических зарядах) и конец (на отрицательных зарядах). Направление силовых линий магнитного поля определяется по правилу буравчика (рис. 2.1, 2.2).

Силовые линии постоянного магнита выходят из его северного полюса и заходят в южный полюс, внутри постоянного магнита силовые линии замыкаются (рис. 2.3).

Основной характеристикой магнитного поля, определяющей силовое воздействие на движущийся электрический заряд, является вектор магнитной индукции \vec{B} .

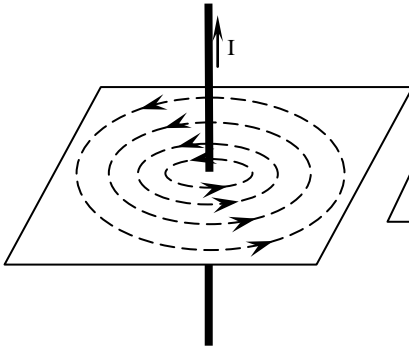


Рис. 2.1

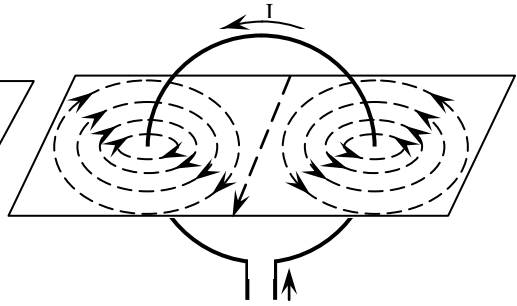


Рис. 2.2

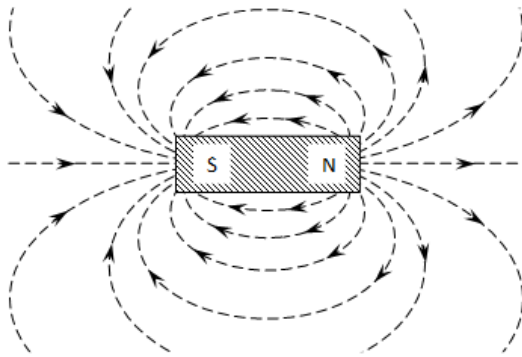


Рис. 2.3

Экспериментально установлено, что на движущуюся заряженную частицу со стороны магнитного поля действует сила, определяемая выражением

$$\vec{F} = q[\vec{v}, \vec{B}], \quad (2.1)$$

где q – электрический заряд частицы; \vec{v} – ее скорость; \vec{B} – индукция магнитного поля. Эту силу называют силой Лоренца. Модуль этой силы

$$F = |q|vB \sin \alpha, \quad (2.2)$$

где α – угол между векторами \vec{v} и \vec{B} .

Для положительного заряда q векторы \vec{F} , \vec{v} и \vec{B} образуют правую тройку векторов (рис. 2.4). При изменении знака заряда направление силы также изменится на противоположное. Очевидно, что сила \vec{F} будет максимальной, когда угол $\alpha=90^\circ$. Тогда из формулы (2.2) следует

$$B = \frac{F_{\text{макс}}}{|q|v}. \quad (2.3)$$

На основании формул (2.1) и (2.3) можно дать определение индукции магнитного поля \vec{B} : магнитная индукция есть вектор, по величине равный максимальной силе, с которой магнитное поле действует на единичный заряд, движущийся с единичной скоростью в этом магнитном поле. Вектор магнитной индукции имеет такое направление, что при кратчайшем повороте правого винта от вектора \vec{v} к вектору \vec{B} поступательное движение этого винта совпадает по направлению с силой, действующей на положительный заряд (см. рис. 2.4).

Экспериментально установлено, что индукция магнитного поля \vec{B} , создаваемая в точке M движущимся в вакууме со скоростью \vec{v} электрическим зарядом q (см. рис. 2.2), определяется выражением

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3}, \quad (2.4)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная;

\vec{r} – радиус-вектор, проведенный от движущегося заряда в точку M , в которой определяется индукция \vec{B} (рис. 2.5).

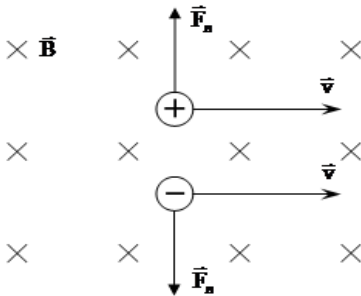


Рис. 2.4

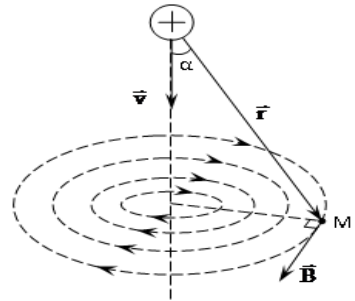


Рис. 2.5

Направление этого поля перпендикулярно к скорости \vec{v} частиц и к радиус-вектору r , проведенному из заряда в рассматриваемую точку.

Если заряд q положителен, то из конца вектора B вращение от \vec{v} к \vec{r} по кратчайшему пути кажется происходящим против часовой стрелки (рис. 2.6). Если заряд q отрицателен, то вектор B направлен в противоположную сторону (рис. 2.7).

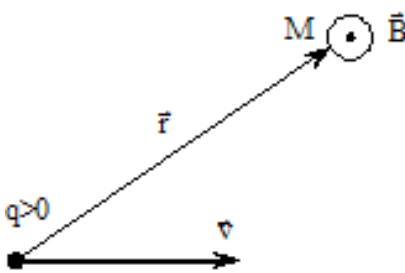


Рис. 2.6

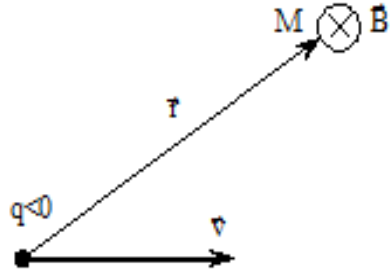


Рис. 2.7

Зная, как определить величину и направление индукции магнитного поля, создаваемого движущимся одиночным электрическим зарядом, легко определить индукцию магнитного поля, создаваемую всеми зарядами,

движущимися в проводнике с током, используя принцип суперпозиции полей $d\vec{B} = N\vec{B}_q$, где $d\vec{B}_q$ – вектор магнитной индукции, создаваемой отрезком проводника $d\vec{l}$, N – число зарядов, находящихся в данном отрезке, $d\vec{B}_q$ – вектор магнитной индукции, источником которого является движущийся заряд q .

На основе выражения (2.4) можно получить выражение для индукции $d\vec{B}$, создаваемой в точке M зарядами, движущимися в элементе длины проводника $d\vec{l}$:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}, \quad (2.5)$$

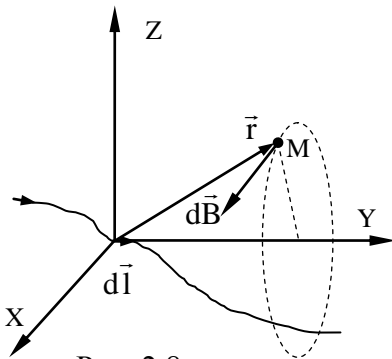


Рис. 2.8

где I – сила тока в проводнике; \vec{r} – радиус-вектор, проведенный от элемента $d\vec{l}$ проводника в точку M , в которой определяется индукция \vec{B} (рис. 2.8).

Выражение (2.5) носит название закона Био-Савара-Лапласа.

Вектор $d\vec{B}$ направлен перпендикулярно плоскости, проведенной через $d\vec{l}$ и \vec{r} , и связан с направлением тока правилом правого винта.

Модуль вектора $d\vec{B}$ равен

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}, \quad (2.6)$$

где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и \vec{r} .

Закон Био-Савара-Лапласа позволяет определить индукцию магнитного поля, создаваемого проводником с током любой конфигурации. Для этого необходимо, используя принцип суперпозиции, проинтегрировать (2.5) вдоль конкретного проводника длиной L :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_L \frac{[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}. \quad (2.7)$$

В случае, когда все элементы $d\vec{B}$ имеют в интересующей нас точке поля одинаковое направление, для нахождения индукции достаточно проинтегрировать выражение для модуля dB (2.6) вдоль контура с током

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_L \frac{\sin \alpha}{r^2} dl. \quad (2.8)$$

Интеграл (2.8) выражается в элементарных функциях лишь для токов простой конфигурации, например, для прямолинейного проводника и кругового витка с током.

Результат интегрирования для прямолинейного проводника с током конечной длины известен:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (2.9)$$

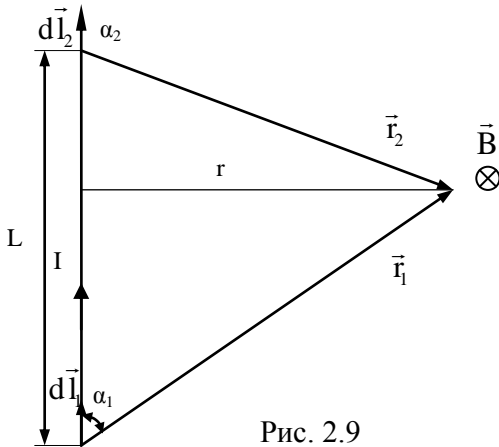


Рис. 2.9

В соответствии с правилом правого винта индукция магнитного поля \vec{B} в интересующей нас точке направлена перпендикулярно плоскости рисунка за рисунок, что отмечено кружочком с крестиком (рис. 2.9). Из ри-

сунка также видно, что r – расстояние от точки, в которой определяется поле, до проводника с током; α_1 – угол между начальным радиус-вектором \vec{r}_1 и элементом проводника $d\vec{l}_1$; α_2 – угол между конечными \vec{r}_2 и $d\vec{l}_2$; L – длина проводника. Если определить \vec{B} в точках, расположенных на перпендикуляре, восстановленном из середины проводника, то, учитывая (2.9), для проводника конечной длины имеем

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{IL}{r\sqrt{r^2 + L^2/4}}. \quad (2.10)$$

Для определения зависимости индукции магнитного поля от продольной координаты z введем ось OZ (рис. 2.10), поместив начало оси в середине проводника. Тогда, в соответствии с (2.9), для любой точки с координатами r и z после преобразований получим

$$B(r, z) = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} \left[\frac{L/2 + z}{\sqrt{r^2 + (L/2 + z)^2}} + \frac{L/2 - z}{\sqrt{r^2 + (L/2 - z)^2}} \right]. \quad (2.11)$$

Отметим, что (2.10) является частным случаем (2.11) при $z = 0$.

При рассмотрении магнитного поля, созданного током, текущим по тонкому проводнику, имеющему форму окружности с радиусом R (круговой ток), легко определить индукцию магнитного поля в любой точке на оси витка. В каждой точке поле направлено вдоль оси, а направление вектора \vec{B} связано с направлением тока в контуре правилом правого винта (рис. 2.11).

Модуль вектора \vec{B} в любой точке z на оси витка с током I равен

$$B(z) = \frac{\mu_0 I}{2} \cdot \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}}. \quad (2.12)$$

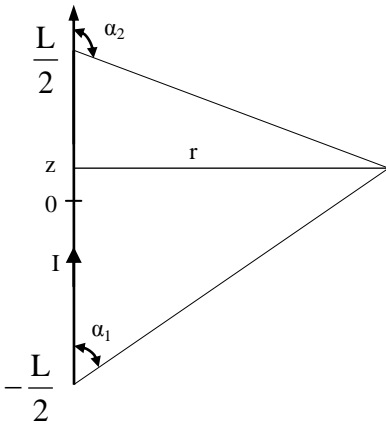


Рис. 2.10

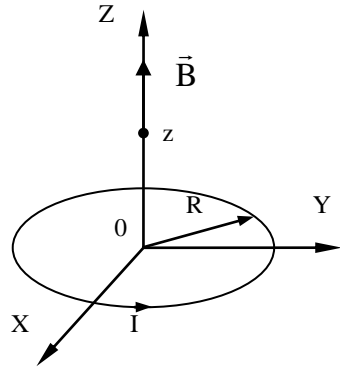


Рис. 2.11

303. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНДУКЦИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО И КРУГОВОГО ПРОВОДНИКОВ С ТОКОМ

303.1. Цель работы

Экспериментальная проверка закона Био-Савара-Лапласа для прямого и кругового токов.

303.2. Теоретический материал

Магнитное поле, индукция магнитного поля, закон Био-Савара-Лапласа, магнитное поле прямого тока, магнитное поле кругового контура с током.

303.3. Постановка задачи

1. Экспериментально определить модуль индукции магнитного поля, созданного током, текущим по

прямолинейному проводнику конечной длины в зависимости от поперечной координаты r и от продольной координаты z .

Сравнить экспериментально полученные значения индукции магнитного поля со значениями индукции, рассчитанными с помощью закона Био-Савара-Лапласа и принципа суперпозиции полей.

2. Экспериментально определить модуль индукции магнитного поля, созданного круговым витком с током, в зависимости от координаты z на оси витка (аксиальной координаты).

Сравнить экспериментально полученные значения индукции магнитного поля со значениями индукции, рассчитанными с помощью закона Био-Савара-Лапласа и принципа суперпозиции полей.

303.4. Описание установки

Для экспериментального исследования магнитного поля используется явление электромагнитной индукции. Прямоугольная проволочная рамка ABCD ($AB < BC$), состоящая из N_1 витков, присоединяется к генератору переменного напряжения низкой частоты (рис. 303.1). По рамке течет переменный ток

$$I = I_0 \cos(\omega t),$$

где I_0 – амплитудное значение силы тока;
 ω – круговая частота колебаний тока.

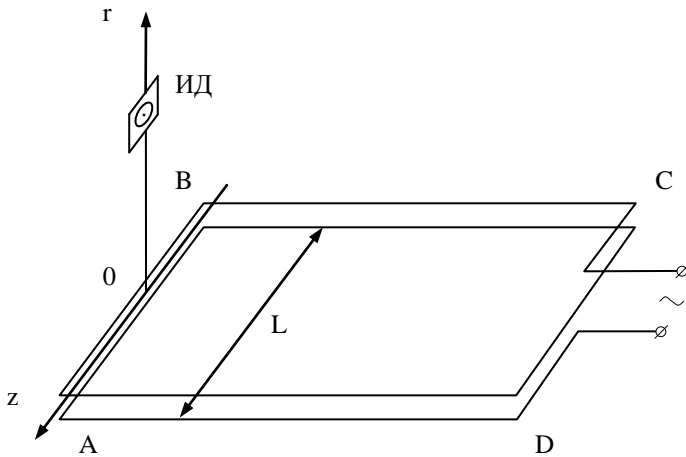


Рис. 303.1

Будем исследовать магнитное поле в вертикальной плоскости, содержащей сторону AB прямоугольного контура. Начало координат поместим в середине проводника AB . Ось продольной координаты z направим горизонтально вдоль стороны AB . Ось поперечной координаты r направим вертикально вверх (рис. 303.1).

Вокруг проводника с током в каждой точке создается переменное магнитное поле

$$B = B_0 \cos(\omega t),$$

где $B_0 = B_0(r, z)$ – амплитудное значение индукции магнитного поля в точке с координатами r, z .

Наличие переменного магнитного поля в пространстве можно зарегистрировать с помощью индукционного датчика (ИД) – маленькой плоской катушки, содержащей N_2 витков проволоки. Центр датчика помещается в ту точку пространства, для которой определяется магнитное поле. По закону электромагнитной

индукции в катушке возникает электродвижущая сила (ЭДС):

$$E = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}, \quad (303.1)$$

где Φ – магнитный поток, пронизывающий каждый виток катушки.

Для того чтобы датчик обладал наибольшей чувствительностью, его необходимо ориентировать так, чтобы он пронизывался максимально возможным магнитным потоком, т.е. чтобы плоскость его витков была перпендикулярна вектору индукции магнитного поля. Если площадь витка индукционного датчика S достаточно мала, то магнитное поле в пределах датчика можно считать однородным. При выполнении этих условий магнитный поток, пронизывающий датчик, равен

$$\Phi = BS = B_0 S \cos(\omega t).$$

Подставляя выражение для магнитного потока в формулу (303.1), получим после дифференцирования выражение для мгновенного значения ЭДС в индукционном датчике

$$E = N_2 B_0 S \omega \sin(\omega t) = E_0 \sin(\omega t),$$

где $E_0 = E_0(r, z)$ – амплитудное значение ЭДС в индукционном датчике, центр которого расположен в точке с координатами r, z , причём

$$E_0 = N_2 B_0 S \omega. \quad (303.2)$$

Равенство (303.2) показывает, что для определения B_0 необходимо знать параметры N_2, S и ω конкретной экспериментальной установки, а также измерить амплитудное значение ЭДС E_0 , возникающей в индукционном датчике. Милливольтметр, подключенный к

индукционному датчику, регистрирует напряжение U , которое является действующим значением ЭДС, возникающей в датчике, т.е. $E_0 = \sqrt{2}U$. Учитывая, что $\omega = 2\pi\nu$, получим

$$B_0 = \frac{\sqrt{2}U}{2\pi\nu N_2 S}, \quad (303.3)$$

где ν – частота генератора переменного электрического тока.

Рамка ABCD закреплена горизонтально, катушка датчика помещается в вертикальной плоскости, проходящей через сторону AB. Такое расположение индукционного датчика приводит к тому, что он регистрирует только магнитное поле стороны AB. Это объясняется тем, что изменение магнитного потока, создаваемого участками AD и BC контура с током, датчиком не регистрируется, а вкладом со стороны участка CD можно пренебречь, так как расстояние от датчика до стороны CD значительно больше, чем до стороны AB. Положение датчика может изменяться в вертикальной плоскости. Величина силы тока в рамке ABCD контролируется с помощью амперметра.

Для исследования магнитного поля кругового тока к генератору низкой частоты подключается проволочный контур, содержащий N_1 витков проволоки и имеющий форму окружности радиуса R . Индукционный датчик в этом случае перемещается вдоль вертикального стержня, совпадающего с осью кругового контура.

Подключение генератора низкой частоты к прямоугольному или круговому контуру производится с помощью переключателя, расположенного на панели экспериментальной установки.

303.5. Порядок выполнения работы

Часть 1. Определение индукции магнитного поля прямолинейного проводника с током

1. Подключить прямоугольный контур к генератору с помощью переключателя на лабораторном стенде.

2. Опустить индукционный датчик в крайнее нижнее положение и расположить его над серединой проводника ($z=0$).

3. Подключить индукционный датчик к милливольтметру.

4. Установить на панели генератора частоту 500 Гц. Включить генератор. С помощью регуляторов напряжения выходного сигнала генератора установить ток через контур величиной 0,6 А.

5. Включить питание милливольтметра. С помощью переключателя диапазонов измерения милливольтметра выбрать такой диапазон (D), при котором отклонение стрелки будет наибольшим. Это увеличивает точность измерений.

6. Изменяя высоту датчика над серединой проводника (примерно через 2 см), снять зависимость напряжения на датчике (U) от поперечной координаты r при фиксированном значении продольной координаты $z=0$. Следите за тем, чтобы при каждом измерении значение диапазона измерений (D) было минимально возможным.

Данные измерений для r, U и D занести в табл. 1.

Таблица 1

№	r, м	U, В	D, В	B_0 , Тл	ΔB_0 , Тл	B, Тл	ΔB , Тл
1							
2							
3							
...							

7. Для исследования зависимости магнитного поля прямолинейного проводника с током от продольной координаты z необходимо зафиксировать поперечную координату датчика r_0 (по согласованию с преподавателем). Занести r_0 , а также остальные параметры экспериментальной установки (указанные на лабораторном стенде) в табл. 2.

Таблица 2

I, А	ΔI , А	v , Гц	Δv , Гц	S , m^2	R, м	r_0 , м	L, м	N_1	N_2

8. Изменяя продольную координату датчика (z) от 0 (середина проводника) до $L/2$ (через 2-3 см), снять зависимость напряжения на датчике (U) от продольной координаты z при фиксированном значении поперечной координаты r_0 . Данные измерений занести в табл. 3. Следите за тем, чтобы при каждом измерении значение диапазона измерений (D) было минимально возможным.

Таблица 3

№	z , м	U, В	D, В	B_0 , Тл	ΔB_0 , Тл	B, Тл	ΔB , Тл
1							
2							
3							
...							

Часть 2. Определение индукции магнитного поля кругового витка с током

1. Отключить ток в контуре, уменьшив до нуля выходное напряжение генератора.

2. Подключить круговой контур к генератору с помощью переключателя на лабораторном стенде.

3. Опустить индукционный датчик в крайнее нижнее положение.

4. Подключить индукционный датчик к милливольтметру.

5. С помощью регуляторов выходного напряжения на генераторе установить ток в контуре равным 0,6 А.

6. Изменяя высоту датчика (с шагом примерно 2 см), снять зависимость напряжения на датчике U от высоты z (аксиальной координаты). С помощью переключателя диапазонов милливольтметра выбирать при каждом измерении такой диапазон (D), при котором отклонение стрелки будет наибольшим.

Результаты измерений z , U и D занести в табл. 4.

Таблица 4

№	z , м	U , В	D , В	B_0 , Тл	ΔB_0 , Тл	B , Тл	ΔB , Тл
1							
2							
3							
...							

303.6. Порядок выполнения расчётной части работы:

Все расчеты производятся после снятия всех экспериментальных данных и выключения установки!

Таблица 1

Экспериментальное значение магнитной индукции рассчитать по формуле

$$B_0 = \frac{\sqrt{2}U}{2\pi\nu N_2 S} .$$

Теоретическое значение магнитной индукции рассчитать по формуле

$$B = \frac{\mu_0 N_1 I L}{4\pi r \sqrt{r^2 + \frac{L^2}{4}}} .$$

Оценить погрешность измерения поперечной (радиальной) координаты Δr , учитывая цену деления линейки и размеры индукционного датчика. По классу точности вольтметра рассчитать погрешность измерения напряжения ΔU .

Рассчитать погрешности нахождения B и B_0 для трёх значений координаты r : r_1 , r_2 , r_3 , выбирая их в разных частях диапазона изменения поперечной координаты.

Формулы для расчета погрешностей:

$$\Delta B_0 = B_0 \sqrt{\left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\Delta S}{S}\right)^2 + \left(\frac{\Delta v}{v}\right)^2} ,$$

$$\Delta B = B \sqrt{\left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2 + \left(\frac{\Delta r}{r}\right)^2 \left[1 + \left(1 + \frac{L^2}{4r^2}\right)^{-1}\right]^2} .$$

Для каждой из трёх радиальных координат $r_i \{r_1, r_2, r_3\}$ записать результаты в виде $B_i = B(r_i) \pm \Delta B(r_i)$; $B_{0i} = B_0(r_i) \pm \Delta B_0(r_i)$.

По данным табл. 1 построить в одной системе координат графики $B(r)$ и $B_0(r)$.

Таблица 2

Экспериментальное значение магнитной индукции рассчитать по формуле

$$B_0 = \frac{\sqrt{2}U}{2\pi v N_2 S} .$$

Теоретическое значение магнитной индукции рассчитать по формуле

$$B = \frac{\mu_0 N_1 I}{4\pi r_0} \left[\frac{L/2 + z}{\sqrt{r_0^2 + (L/2 + z)^2}} + \frac{L/2 - z}{\sqrt{r_0^2 + (L/2 - z)^2}} \right].$$

Рассчитать погрешности нахождения B и B_0 для трёх значений координаты z : z_1 , z_2 , z_3 , выбирая их в разных частях диапазона изменения продольной координаты.

Формулы для расчета погрешностей:

$$\Delta B_0 = B_0 \sqrt{\left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\Delta S}{S}\right)^2 + \left(\frac{\Delta v}{v}\right)^2},$$

$$\Delta B = \sqrt{(B'_l \Delta l)^2 + (B'_z \Delta z)^2},$$

$$\text{где } B'_l = \frac{B}{l},$$

$$B'_z = \frac{\mu_0 N_1 I r_0}{4\pi} \left\{ \left[r_0^2 + \left(\frac{L}{2} + z\right)^2 \right]^{-3/2} - \left[r_0^2 + \left(\frac{L}{2} - z\right)^2 \right]^{-3/2} \right\}.$$

Для каждой из трёх продольных координат $z_i \{z_1, z_2, z_3\}$ записать результаты в виде $B_i = B(z_i) \pm \Delta B(z_i)$; $B_{0i} = B_0(z_i) \pm \Delta B_0(z_i)$.

По данным табл. 2 построить в одной системе координат графики $B(z)$ и $B_0(z)$.

Таблица 3

Экспериментальное значение магнитной индукции рассчитать по формуле

$$B_0 = \frac{\sqrt{2}U}{2\pi v N_2 S}.$$

Теоретическое значение магнитной индукции рассчитать по формуле

$$B = \frac{\mu_0 N_1 I R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}.$$

Рассчитать погрешности нахождения B и B_0 для трёх значений координаты z : z_1, z_2, z_3 , выбирая их в разных частях диапазона изменения аксиальной координаты.

Формулы для расчета погрешностей:

$$\Delta B_0 = B_0 \sqrt{\left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\Delta S}{S}\right)^2 + \left(\frac{\Delta v}{v}\right)^2},$$

$$\Delta B = B \sqrt{\left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2 + \left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2 \left(\frac{2z^2 - R^2}{z^2 + R^2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta z}{z}\right)^2 \left(\frac{3z^2}{R^2 + z^2}\right)^2}.$$

Для каждой из трёх аксиальных координат z_i { z_1, z_2, z_3 } записать результаты в виде $B_i = B(z_i) \pm \Delta B(z_i)$; $B_{0i} = B_0(z_i) \pm \Delta B_0(z_i)$.

По данным табл. 3 построить в одной системе координат графики $B(z)$ и $B_0(z)$.

При построении графиков необходимо откладывать соответствующие абсолютные погрешности для тех экспериментальных точек, для которых эти погрешности рассчитывались (см. рис. 303.2).

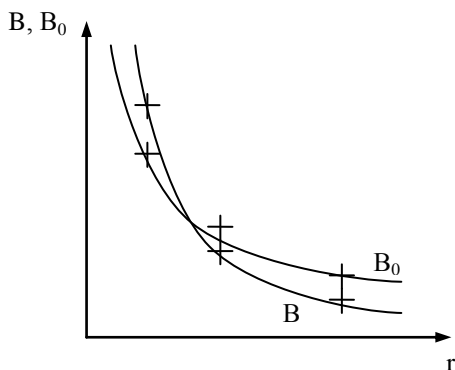


Рис. 303.2

Проанализировав, совпадают ли в пределах погрешностей экспериментальные и теоретические значения для индукции магнитного поля, сделайте выводы о результатах проверки закона Био-Савара-Лапласа.

Контрольные вопросы

1. Что называется индукцией магнитного поля?
2. Как определить направление индукции магнитного поля?
3. Сформулируйте закон Био-Савара-Лапласа и поясните смысл величин, входящих в него.
4. Какое физическое явление положено в основу работы индукционного датчика?
5. Почему, измеряя напряжение, возникающее в индукционном датчике, мы можем судить о величине индукции магнитного поля в той же точке, где находится датчик?
6. Может ли в предложенном экспериментальном методе использоваться постоянный ток для создания магнитного поля?
7. Как и почему зависят показания индукционного датчика от его ориентации относительно сторон контура с током?
8. Объясните характер зависимости $B_0(r)$ для прямолинейного проводника с током.
9. Объясните характер зависимости $B_0(z)$ для кругового тока.
10. Объясните характер зависимости $B_0(z)$ для прямолинейного проводника с током.