

8. Оценить значения погрешностей измерений  $\lambda$ ,  $R$  и  $\mathcal{E}$ .

9. Полученные в ходе выполнения расчетов результаты занести в табл. 604.3.

### Контрольные вопросы

1. Сформулировать постулаты Бора.
2. Объяснить понятие «водородоподобный» ион.
3. В чем состоит физический смысл термина?
4. Как, пользуясь теорией Бора, вывести формулу для энергии электрона в атоме?
5. Объяснить тот факт, что энергия электрона в атоме отрицательная.
6. Записать уравнение Шредингера применительно к атому водорода.
7. Каков смысл квантовых чисел  $n$ ,  $l$ ,  $m$ ?
8. Каков механизм свечения газов?
9. Как можно оценить разность длин волн спектральных линий, которые могут быть разрешены используемым в работе монохроматором?
10. Чем можно объяснить наличие посторонних линий в спектре водородной трубки?

## 606. ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ СОПРОТИВЛЕНИЯ МЕТАЛЛОВ И ПОЛУПРОВОДНИКОВ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

### 606.1. Цель работы

Изучение зависимости сопротивления металлов и полупроводников от температуры; определение длины свободного пробега электронов в металле и ширины запрещенной зоны полупроводника.

## **606.2. Разделы теории**

Квантовая теория свободных электронов в металле. Распределение Ферми – Дирака. Энергетические зоны в кристаллах. Зонная теория твердых тел. Электропроводность металлов. Собственная проводимость полупроводников. [1. Гл.7, 8]; [2. Гл. 30, §235 – §238, Гл. 31, §240 – §243]

## **606.3. Приборы и принадлежности**

Лабораторный стенд: термостат с исследуемыми образцами, измерительный блок (ИБ).

## **606.4. Теоретическое введение**

Твердые тела по электрическим свойствам могут быть разделены на металлы, полупроводники и диэлектрики. Полупроводники занимают промежуточное место по способности проводить электрический ток между металлами и диэлектриками. Но не это отличие выделяет полупроводники в особый класс веществ и обеспечивает им различные специфические области технических применений. Характерным свойством полупроводников является то, что величина их электрического сопротивления может сильно меняться под действием различных факторов: температуры, освещения и т.д. Сопротивление полупроводников резко падает с ростом температуры.

Для металлов картина иная. Все электроны в твердом теле можно разбить на внутренние и внешние (валентные). В металлах валентные электроны являются свободными и могут перемещаться по всему объему проводника. Их концентрация велика уже при самых низких температурах ( $\sim 10^{29} \text{ м}^{-3}$ ) и практически не зависит от температуры. Опыт показывает, что электросопротивление металлов линейно возрастает с

увеличением температуры в достаточно большом интервале температур. Эту зависимость не смогла объяснить классическая теория электропроводности металлов, согласно которой электрическое сопротивление является результатом соударения свободных электронов с ионами в узлах кристаллической решетки.

Линейная зависимость  $R(T)$  получила объяснение только в *квантовой теории электропроводности металлов*. В этой теории рассматривается движение электронов проводимости внутри трехмерной потенциальной ямы, в роли которой выступает объем образца металла: влияние электрического поля кристаллической решетки не учитывается. Оказалось, что энергетический спектр электронов проводимости в металле дискретен и состоит из множества близкорасположенных уровней. В силу принципа Паули, на одном энергетическом уровне может находиться не более двух электронов с противоположно направленными спинами. Распределение электронов проводимости по энергетическим состояниям в металле описывается функцией Ферми – Дирака

$$f(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{kT}} + 1}, \quad (606.1)$$

где  $f(E)$  – вероятность того, что состояние с энергией  $E$  занято электроном,  $E_F$  – энергия Ферми.

На рис. 606.1 изображена зависимость  $f(E)$  при различных температурах. При  $T = 0$  все энергетические состояния с  $E < E_F$  заняты, а состояния с  $E > E_F$  свободны. Таким образом, энергия Ферми – максимальная энергия, которую имеют электроны в металле при  $T = 0$ ; величина  $E_F$  порядка 5 эВ. При  $T > 0$  функция распределения плавно меняется от 1 до 0 в узкой области (порядка  $kT$ ) в окрестности  $E_F$ , так как небольшое число электронов с энергией, близкой к  $E_F$ , возбуждается за счет теплового движения и их энергия становится больше  $E_F$ . Поскольку  $E_F$  практически не зависит от  $T$ , то средняя скорость теплового движения  $\langle v_F \rangle$  таких электронов тоже будет мало

зависеть от температуры.

В квантовой теории электропроводности полагается, что при наложении внешнего электрического поля направленному движению носителей тока не препятствует идеальная кристаллическая решетка. Под идеальной кристаллической решеткой

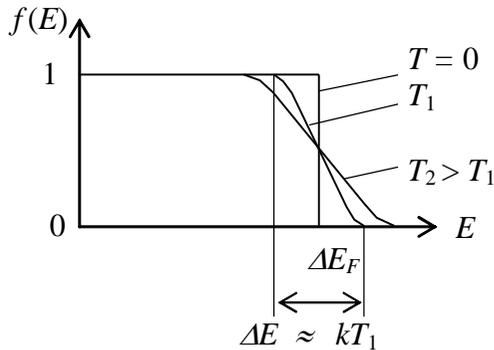


Рис. 606.1

понимается решетка, в которой отсутствуют нарушения периодичности, а в узлах находятся неподвижные частицы. Рассеяние при направленном движении электронов возникает лишь на неоднородностях решетки, прежде всего на ангармонических тепловых колебаниях ионов в узлах решетки, которые можно рассматривать как флуктуации плотности решетки. Таким образом, рассеяние электронов на тепловых колебаниях ионов решетки приводит к существованию у чистых (идеальных) металлов электрического сопротивления. При этом удельное сопротивление описывается выражением

$$\rho = \frac{m \langle v_F \rangle \sigma_s}{e^2}, \quad (606.2)$$

где  $\sigma_s$  – сечение рассеяния электронов на тепловых колебаниях ионов решетки. Средняя длина свободного пробега электрона

$$\lambda = \frac{1}{n \sigma_s}, \quad (606.3)$$

где  $n$  – концентрация электронов проводимости в металле. Сечение рассеяния электронов на тепловых колебаниях ионов  $\sigma_s = \pi \bar{x}^2$ , где  $\bar{x}^2$  – среднее значение квадрата отклонения иона от положения равновесия. Согласно закону распределения энергии по степеням свободы, на каждую колебательную степень свободы приходится энергия, равная  $kT$ , причем  $\frac{kT}{2}$  приходится на кинетическую энергию и столько же на потенциальную. Тогда  $\frac{1}{2} \alpha \bar{x}^2 = \frac{1}{2} kT$ , где  $\alpha$  – упругая постоянная, откуда  $\bar{x}^2 \sim T$  и  $\sigma_s \sim T$ . Так как в металлах  $n$  и  $v_F$  практически не зависят от температуры, то  $\rho \sim T$ ,  $\lambda \sim \frac{1}{T}$ .

Объяснить механизм электропроводности металлов и различие электрических свойств металлов, полупроводников и диэлектриков позволила *зонная теория твердых тел*.

Ранее было отмечено, что при свободном движении валентных электронов в веществе они имеют квазинепрерывный спектр энергии. В действительности это движение не совсем свободно – оно происходит в периодическом электрическом поле решетки. Учет этого обстоятельства приводит к тому, что спектр возможных значений энергии валентных электронов распадается на ряд чередующихся разрешенных и запрещенных зон энергии (рис. 606.2). В пределах разрешенных зон энергия меняется квазинепрерывно, в запрещенных зонах значения энергии

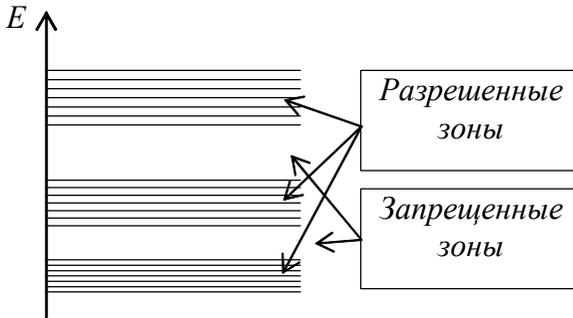


Рис. 606.2

реализоваться не могут. Чтобы понять происхождение зон, рассмотрим воображаемый процесс объединения атомов в кристалл. Пусть первоначально имеется  $N$  изолированных атомов какого-либо вещества. В таких атомах электроны находятся в дискретных энергетических состояниях. По мере сближения атомов их взаимодействие приводит к возникновению вместо одного (одинакового для всех  $N$  атомов) уровня  $N$  близкорасположенных уровней, образующих зону разрешенных энергий. Величина расщепления уровней не одинакова. Сильнее расщепляются уровни внешних электронов. Уровни внутренних электронов расщепляются мало. На рис. 606.3 показано расщепление уровней в зависимости от расстояния  $r$  между атомами.

Период кристаллической решетки определяется свойствами составляющих ее атомов и может соответствовать расстоянию типа  $r_1$  или  $r_2$ . Если период соответствует расстоянию типа  $r_1$ , то между разрешенными зонами, возникшими из соседних уровней атома, есть запрещенная зона. Если период типа  $r_2$ , то соседние разрешенные зоны перекрываются. Число уровней в такой слившейся зоне равно сумме количеств уровней, на которые расщепляются оба уровня атома.

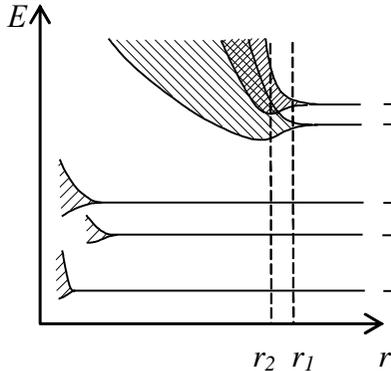


Рис. 606.3

Ширина разрешенных зон  $\Delta E \sim 1$  эВ. Следовательно, расстояние между соседними уровнями зоны для кристалла, содержащего  $10^{23}$  атомов, порядка  $10^{-23}$  эВ. На любом разрешенном уровне может находиться не более двух электронов.

Разрешенную зону, возникшую из того уровня, на котором находится валентный электрон в изолированном атоме, называют валентной зоной. При  $T = 0$  К валентные электроны заполняют попарно нижние уровни валентной зоны. Более высокие разрешенные зоны будут от электронов свободны. В зависимости от степени заполнения электронами валентной зоны и ширины запрещенной зоны возможны три вида зонных диаграмм, которые изображены на рис. 606.4. Заполнение электронами энергетических уровней соответствует температуре 0 К. Случай рис. 606.4,а соответствует расстоянию  $r_2$  на рис. 606.3. При этом в валентной зоне существуют незаполненные уровни. Достаточно сообщить электронам, находящимся на верхних уровнях, энергию  $\sim 10^{-23}$  эВ, чтобы перевести их на более высокие уровни. Для этого достаточно энергии, полученной ими во внешнем электрическом поле. Кристалл с подобной схемой энергетических уровней является металлом.

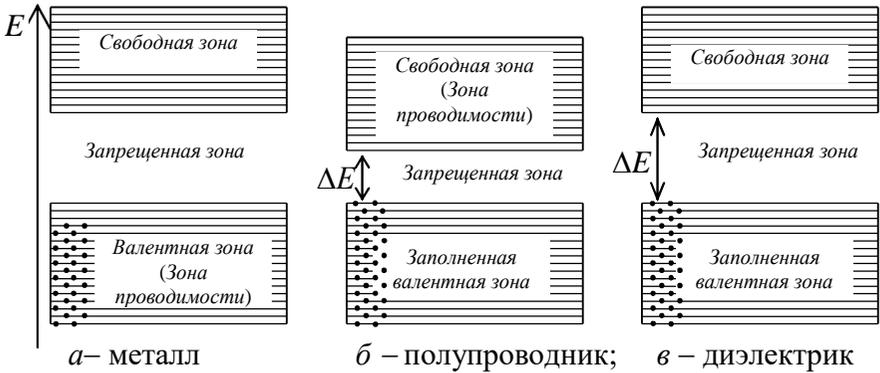


Рис. 606. 4

В случаях рис. 606.4,б и рис. 606.4,в уровни валентной зоны полностью заняты электронами. Для увеличения энергии электрона надо сообщить ему энергию не меньшую, чем ширина запрещенной зоны. У полупроводников она невелика и может составлять несколько десятых электрон-вольт, у диэлектриков – более 3 эВ. Чтобы в полупроводнике мог возникнуть электрический ток, часть электронов нужно перевести в свободную зону, что иллюстрируется рис. 606.5. Энергия теплового движения (при комнатной температуре  $kT \sim 0,02$  эВ) оказывается достаточной для этого. При этом электроны, оказавшиеся в свободной зоне и оставшиеся на верхних заполненных уровнях валентной зоны, ведут себя подобно валентным электронам в металле. Проводимость, возникшая в результате перехода электронов с верхних уровней валентной зоны в свободную зону, называется собственной (беспримесной) проводимостью полупроводников.

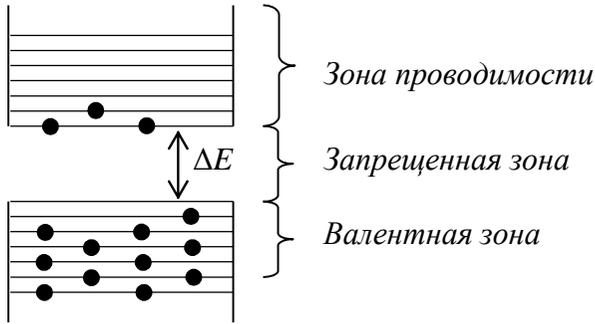


Рис. 606.5

Распределение электронов по уровням валентной зоны и зоны проводимости полупроводников описывается функцией Ферми – Дирака. На рис. 606.6 изображены для некоторой  $T \neq 0$  график функции распределения  $f(E)$  совместно со схемой энергетических зон собственного (беспримесного) полупроводника. У собственных полупроводников отсчитанное от потолка валентной зоны значение уровня Ферми равно  $E_F \approx \frac{\Delta E}{2}$ , где  $\Delta E$  – ширина запрещенной зоны полупроводника. Для электронов, перешедших в зону проводимости и находящихся на ее нижних уровнях, разность собственной энергии  $E$  и энергии Ферми равна  $E - E_F \approx \frac{\Delta E}{2}$ .

Так как  $E - E_F \gg kT$ , единицей в знаменателе выражения

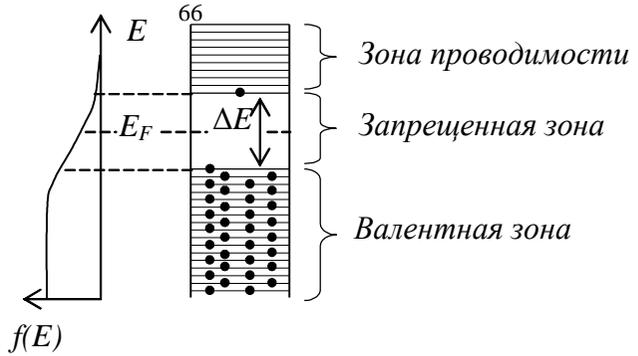


Рис. 606.6

(606.1) можно пренебречь. Тогда  $f(E) \approx \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right)$ .

Концентрация носителей тока  $n$  будет пропорциональна этой вероятности:

$$n = n_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}},$$

где  $n_0$  – величина, слабо зависящая от температуры.

Зависимость  $n(T)$  вносит основной вклад в температурную зависимость удельного сопротивления  $\rho$  собственных полупроводников. Связь  $n$  и  $\rho$  можно найти, записав выражение для плотности тока

$$j = ne \langle v_E \rangle = \frac{1}{\rho} E,$$

где  $\langle v_E \rangle$  – не зависящая от температуры средняя скорость упорядоченного движения носителей тока под действием внешнего поля с напряженностью  $E$ .

Из последнего выражения следует равенство

$$\rho = \rho_0 \exp\left(\frac{\Delta E}{2kT}\right),$$

где  $\rho_0$  – приближенно можно считать постоянной величиной, не зависящей от температуры.

Переходя с помощью соотношения

$$R = \rho \frac{l}{s} \tag{606.4}$$

от удельного сопротивления к сопротивлению образца, получим

$$R = R_0 \exp\left(\frac{\Delta E}{2kT}\right). \quad (606.5)$$

В настоящей работе изучаются температурные зависимости сопротивлений металла и собственного полупроводника. Так как наиболее просто строятся графики линейных зависимостей, для металла удобно строить график функции  $R(T)$ , а для полупроводника –  $\ln R(1/T)$ . В последнем случае получится зависимость, изображенная на рис. 606.7. По ее наклону можно определить ширину запрещенной зоны собственного полупроводника

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\ln R_2 - \ln R_1}{\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}} = \frac{\Delta E}{2k}, \quad (606.6)$$

где  $\left(\ln R_1, \frac{1}{T_1}\right)$ ,  $\left(\ln R_2, \frac{1}{T_2}\right)$  – координаты любых двух точек этой зависимости.

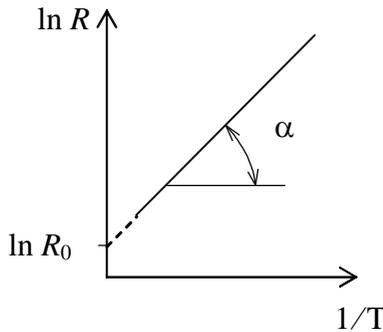


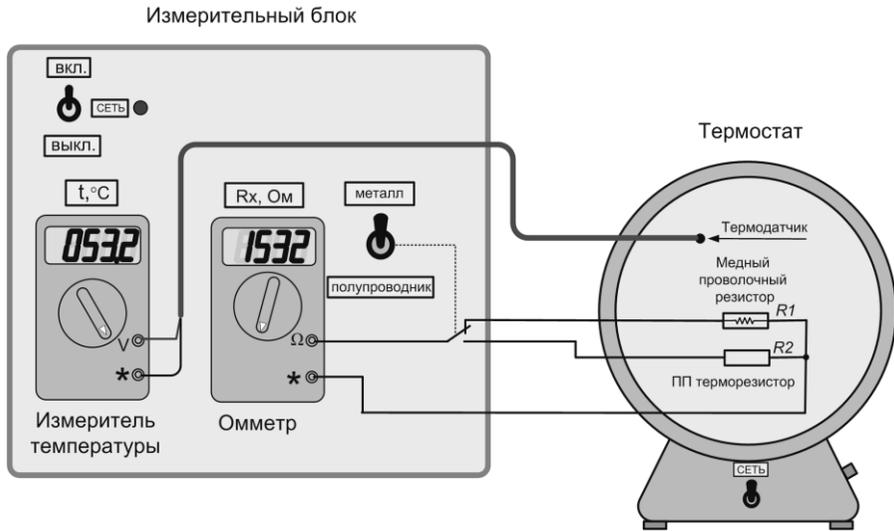
Рис. 606.7

### 606.5. Описание лабораторного стенда

Лабораторный стенд (рис. 606.8) состоит из термостата и измерительного блока (ИБ). В термостат помещены исследуемые образцы: медный проволочный резистор  $R1$ ,

полупроводниковый терморезистор  $R_2$  и термопарный датчик температуры. В ИБ размещены: цифровой измеритель температуры; цифровой омметр; переключатель: "металл" – "полупроводник", предназначенный для выбора измеряемого образца.

**Внимание!** Измерение  $R_2(T)$  необходимо начинать с  $45\text{ }^{\circ}\text{C}$ , так как при более низких температурах зависимость (606.5) не выполняется из-за существенного вклада примесной проводимости. Работать надо при средней скорости нагрева, иначе возможен неравномерный нагрев внутреннего объема печи.



### 606.6. Порядок выполнения работы

1. Включить сетевой тумблер ИБ. Загорается индикаторная лампа "Сеть" на панели ИБ.
2. Прогреть приборы ИБ в течение 5 минут. Индикаторы панели ИБ показывают начальную измеряемую температуру и сопротивление выбранного образца.

3. Записать начальную температуру и сопротивление образцов  $R1$  и  $R2$  в таблицу измерений.

4. Закрыть дверку термостата. Включить нагрев термостата тумблером "Сеть", расположенным на его передней панели.

5. Через каждые  $5\text{ }^{\circ}\text{C}$ , начиная с комнатной температуры, измерять сопротивление образца  $R1$ . По достижении  $45\text{ }^{\circ}\text{C}$  с шагом  $5\text{ }^{\circ}\text{C}$  измерять сопротивление образцов  $R1$  и  $R2$ . Для перехода при измерениях от одного образца к другому использовать тумблер "металл" – "полупроводник". Показания снимать до температуры  $75\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

**ВНИМАНИЕ!** По достижении  $75\text{ }^{\circ}\text{C}$  выключить нагрев и открыть дверцу термостата. Нагрев до высоких температур может вывести из строя полупроводниковый терморезистор.

6. Выразить температуру в Кельвинах. Результаты измерений занести в таблицу.

### 606.7. Обработка результатов измерений

1. Построить график зависимости  $R(T)$  для металла.

2. Для трех значений температуры ( $25$ ,  $60$  и  $75\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) рассчитать  $\rho$ ,  $\sigma_s$  и  $\lambda$  для меди, пользуясь формулами (606. 2), (606.3), (606.4) и учитывая, что  $S = 2,8 \cdot 10^{-9}\text{ м}^2$ ,  $l = 130\text{ м}$ ,  $m = 9,1 \cdot 10^{-31}\text{ кг}$ ,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{ Кл}$ ,  $n = 8,5 \cdot 10^{28}\text{ м}^{-3}$ ,  $v_F = 10^6\text{ мс}^{-1}$ . Полученные значения занести в таблицу. Оценить погрешность измеренных величин.

3. Построить график зависимости  $\ln R(1/T)$  для полупроводника, и по формуле (606.6) определить ширину запрещенной зоны полупроводника в электрон-вольтах, разделив для этого полученное значение  $\Delta E$  на заряд электрона. Постоянная Больцмана  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}\text{ ДжК}^{-1}$ . Оценить погрешность измеренного значения  $\Delta E$ .

### Контрольные вопросы

1. Что описывает функция Ферми – Дирака? Что такое

энергия Ферми?

2. Сформулируйте принцип Паули.

3. Объясните температурную зависимость сопротивления металлов с точки зрения квантовой теории.

4. Каковы особенности энергетического спектра электронов у металлов, полупроводников и диэлектриков?

5. Как осуществляется распределение электронов по энергетическим уровням валентной зоны при  $T = 0$  К в металлах и в полупроводниках?

6. Каков механизм проводимости собственных полупроводников?

7. Как изменяются сопротивление металлов, средняя длина свободного пробега и сечение рассеяния электронов на тепловых колебаниях ионов решетки с ростом температуры?

8. Объясните температурную зависимость сопротивления собственных полупроводников.

## **610. ИССЛЕДОВАНИЕ ВТОРИЧНОГО КОСМИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ**

### **610.1. Цель работы**

Измерить фон вторичного космического излучения, ознакомиться с методами регистрации ионизирующего излучения.

### **610.2. Разделы теории**

Методы регистрации частиц высоких энергий; космические лучи. [1. Гл.11, §75, §76]; [3. §251]; [4]

### **610.3. Приборы и принадлежности**

Счётчик Гейгера – Мюллера, формирователь импульсов, усилитель, пересчетное устройство, блок питания.